平面図形入門

2016 年 8 月 28 日

目次

このテキストの使いかた

日頃の学習では・・・

- テキストをていねいに読んでいきましょう。

  このテキストは、きちんと言葉を使っててていねいな説明が書かれています。記号や数式が並んでいるだけの、意味不明のものではありません。ひとことひとこと言葉を大切にして、解き方ではなく考え方を学び取るようにしてください。そして、書いてあることに対して、「あーそういうことか」とか「えーよくわからない」とか「これ、ちがうんじゃないの？」といった反応をしてください。数学は自分の頭を使って考えていく科目ですから立ち止まって考えることがとても大切なのです。

- テスト直前に勉強を始めるのではなく、テストで力を発揮できるように前もって準備をしておきましょう。

  数学のように、自分の頭を使って「あーでもない、こーでもない」と考えながら学んでいく科目では、学習を始めてからしばらくの間はなかなか成果が出ない事があります。しかし少し我慢をして学習を続けていくうちに、あるとき、驚くような力が付いていることに気づくことがあります。 つまり、実力は初めのうちはゆっくり伸びていき、あとからぐんと伸びることが多いのです。

- 例題を学ぶときには、解答を読む前に、できればまず自分の力で解くことができるかどうか試してみましょう。

  数学の学習では、誰かから教わっただけのことよりも自分で悩んで考えたことの

ほうがよく身につきます。紙と筆記用具を使って実際に答案を書いてみてください。それができたらテキストの解答をていねいに読んで自分の考えと比べてみましょう。

- 例題の学習ができたら、この問題がテストに出ても自分の力だけで解けるかどうか想像してみましょう。そして心配なものには印を付けておきましょう。

  日頃から自分の実力をつかんでおくとテスト対策がしやすくなります。

- 問はもちろん、まず自分の力で解くことができるかどうか試してみてください。

  紙と筆記用具を使って実際に答案を書いてみてください。それができたらテキストの解答をていねいに読んで自分の考えと比べてみましょう。そうすれば理解が深まるでしょう。

- 問を解き終わって答え合わせをしたら、間違ったものには印を付けておきましょう。

  日頃から自分の実力をつかんでおくとテスト対策がしやすくなります。

- ひとつのひとつの節を読み終わったら、どんなことをその節で学んだのか思い出して「あらすじ」を言えるようにしておきましょう。紙と筆記用具を用意して、誰かにあらすじを伝えるにはどんなふうに説明すればよいか考え、文章を書いてみるととても効果があります。

  中学生に「今日は学校の数学の授業でどんなことを勉強したの？」と聞いてみると、「えーと、何だっけ、そうだ、傾きとか習った。」と断片的なことを言えたりすることはあるのですが、改めて、「へぇ、ところで傾きってなんなの？」と聞いてみると「えー、何だっけ、そうだ、なんか計算したり直線を描いてた。」ぐらいの答えしか返ってこないことが多いのです。専門用語を正しく言えるようになることも必要なことかもしれませんが、そんなことより大切なのは「どんなお話を学んだのか」ということです。数学は意味の無い記号操作を学ぶ科目ではなく、ちゃんとしたストーリーがあるものを学んでいるのです。ですから「お話のあらすじ」を理

解しておくことが大切なのです。

定期テスト対策では・・・

「日頃の学習」のところにも書いてありますが、数学のような科目は力がつくまでに時間のかかる科目です。テストに備えて十分な日数を確保しておきましょう。そして、「日頃の学習」で心配な例題や間違った問にちゃんと印を付けているとテスト対策が楽になります。

- テキストから試験範囲の例題や問を探して、印のついていないものがちゃんと解けるかどうか試してみましょう。
- 印を付けた例題や問を繰り返し復習して、テストに出ても大丈夫な問題を少しでも増やしておきましょう。

第1章

平面図形の初歩

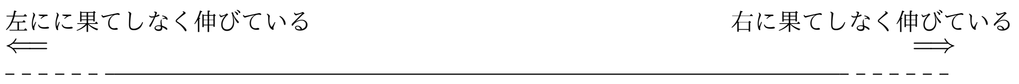
1.1　直線と角について

　これから「まっすぐな線」と「角」について学んでいきます。

1.1.1　まっすぐな線にもいろいろある：直線と線分と半直線

　あなたは、きっと、「直線」とか「線分」という言葉を聞いたことがありますよね。まぁ、どちらも、「まっすぐな線」のことなのですが、「直線」と「線分」には違いがあるのです。知ってましたか？

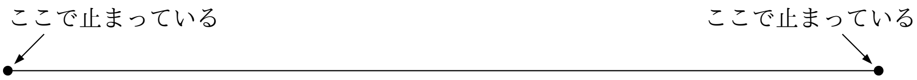
　まず「直線」の説明をしましょう。次の図を見てください。



　まっすぐな線が描いてありますが、両端は点線にしてあります。なぜ点線にしたのかというと、右にも左にもまだまだ果てしなく伸びているという気分を出したかったからです。このように、「両方に果てしなく伸びていくまっすぐな線」を数学では**直線**と呼びます。この図では両端を点線にしましたが、これからは、めんどうなのでわざわざ点線にして描くということはしません。ですから、あなたは、「直線」という言葉を聞いたら、両

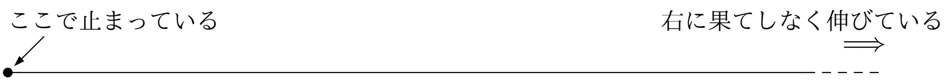
端が点線で書いてなくても、「両方に果てしなく伸びていくまっすぐな線」を思い浮かべなくてはいけません。

次は「線分」の説明をします。次の図を見てください。



これは、両端のあるまっすぐな線です。両端があるということを強調するために、図では両端に黒丸をつけておきました。このように、「両端のあるまっすぐな線」のことを、数学では**線分**と呼びます。この図では両端に黒丸がついていますが、これからは、めんどうなのでわざわざ黒丸はつけません。ですから、あなたは、「線分」という言葉を聞いたら、両端に黒丸がついてなくても、「両端のあるまっすぐな線を思い浮かべなくてはいけません。

「直線」や「線分」と似ているものがもう 1 つあります。それは「半直線」と呼ばれるものです。次の図を見てください。

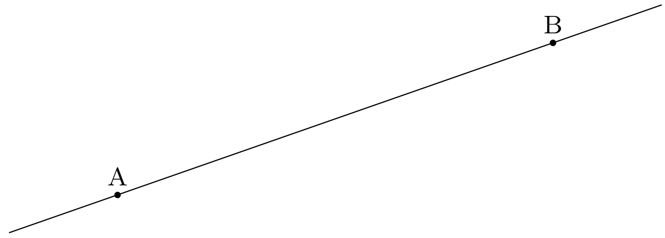


これは、片方には端があり、もう片方は果てしなく伸びていくまっすぐな線です。このように、「片方には端があり、もう片方は果てしなく伸びていくまっすぐな線」のことを、数学では**半直線**と呼びます。この図では片方の端に黒丸がついていますが、これからは、めんどうなのでわざわざ黒丸はつけません。また、もう片方は点線で書いてありますが、これもめんどうなので、これからはわざわざ点線にして描くということはしません。ですから、あなたは、「半直線」という言葉を聞いたら、黒丸や点線がついていなくても、「片方には端があり、もう片方は果てしなく伸びていくまっすぐな線」を思い浮かべなくてはいけません。

ここまで、「直線」、「線分」、「半直線」というのはいったいどんなものなのかということを説明しました。違い、わかってもらえましたか？

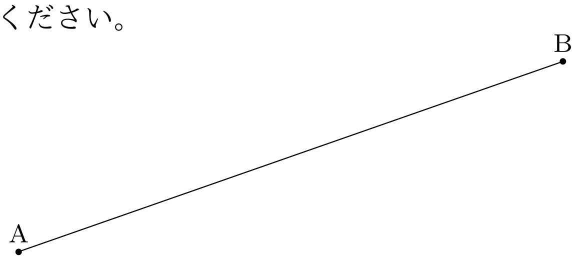
ところで、このような図形を、図で描くのではなくて名前で呼びたいときもありますよね。数学ではよく次のようなやり方で図形に名前をつけます。

では次の図を見てください。



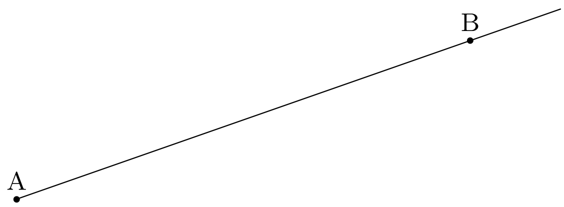
これは直線の図です。ですからこのまっすぐな線は両方に果てしなく伸びています。この図では直線の上に 2 つの点をつけておきました。点 A と点 B です。このように直線の上に 2 つ点をつけておけば、この直線を「直線 AB」と呼ぶことができます。つまり、「直線 AB」と書いてあったら、あなたは、「2 つの点 A と B を通り、両方に果てしなく伸びているまっすぐな線」を思い浮かべなくてはいけません。

では、次の図を見てください。



これは線分の図です。ですからこのまっすぐな線には両端があります。両端の点の名前をこの図では A と B にしてあります。このように両端の点に名前をつけておけば、この線分を「線分 AB」と呼ぶことができます。つまり、「線分 AB」と書いてあったら、あなたは、「両端のあるまっすぐな線で、端の点の名前が A と B になっているもの」を思い浮かべなくてはいけません。

ではまた次の図を見てください。



これは半直線の図です。ですからこのまっすぐな線は、片方には端がありもう片方は果てしなく延びていっています。片方の端の点の名前をこの図では A にしました。また伸びていく途中に点を 1 つ打ち、B という名前をつけました。このように、片方の端の点と途中の点に名前をつけておけば、この半直線を「半直線 AB」と呼ぶことができます。つまり、「半直線 AB」と書いてあったら、あなたは、「片方には端があり、もう片方には果てしなく伸びていくまっすぐな線で、端の点の名前が A、途中の点の名前が B になっているもの」を思い浮かべなくてはいけません。

さて、ここまで、「直線」や「線分」や「半直線」の名前の付け方を説明してきました。どれも、2 つの点を用意すれば名前をつけることができましたね。でも、どうして 2 つなのでしょうか。点が 1 つだと、名前はつけられないのでしょうか。ちょっと考えてみることにしましょう。そこであなたにいくつか質問があります。

質問 1　平面の上に点が 1 つ打たれているとします。この点を通る「まっすぐな線」は何本描けるでしょう。

質問 2　平面の上に点が 2 つ打たれているとします。この 2 つの点を両方とも通る「まっすぐな線」は何本描けるでしょう。

質問 3　平面の上に点が 3 つ打たれているとします。この 3 つの点を全部通る「まっすぐな線」は何本描けるでしょう。

では 5 分待ちます。紙と鉛筆と定規を用意して自分で図を描いて考えてみてください。

. . . .

. . . .

. . . .

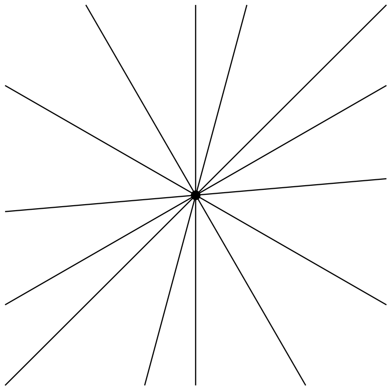
. . . .

. . . .

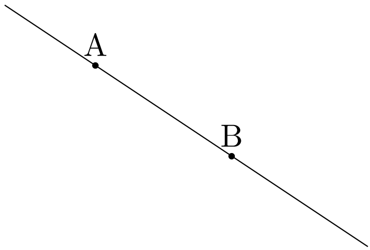
. . . .

はい、5 分たちました。考えはまとまりましたか？では答えをていねいに説明することにしましょう。

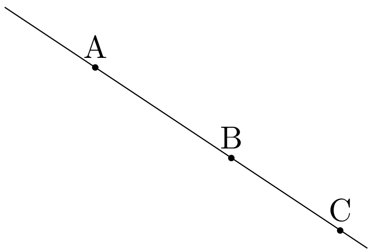
質問 1 の答え　与えられている 1 つの点を通る直線を何本描くことができるかという質問でしたね。右の図のように、何本でも好きなだけ描くことができます。あなたは、与えられている点から、自分の好きな方向へまっすぐ進むことができるのです。



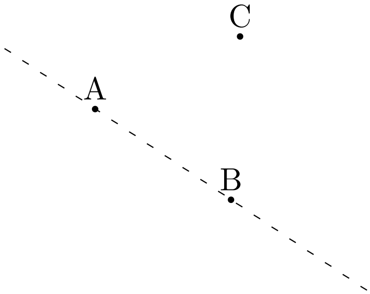
質問 2 の答え　与えられている 2 つの点を通る直線を何本描くことができるかという質問でしたね。右の図のように、1 本だけ描くことができます。あなたは、点 A から出発したら、まっすぐ点 B の方向へ進むしかないのです。



質問 3 の答え　与えられている 3 つの点を通る直線を何本描くことができるかという質問でしたね。右の図のように、3 つの点がまっすぐ並んでいるときは 1 本描くことができます。しかし、これはかなり特殊な場合ですね。ではたいていの場合、何本描くことができるでしょうか。



右の図を見てください。この図のように、たいていは、3 つの点があるといっても、まっすぐには並んでいないわけです。こういう場合は、3 つの点をすべて通る直線を描くことはできません。3 つのうちのどれか 2 つを通るような直線を描くと、もう 1 つ残った点を通るようにはできないのです。ですから、例えば右の図のように、 点 A と点 B を通る直線を描いてしまうと、点 C は通らなくなってしまうのです。

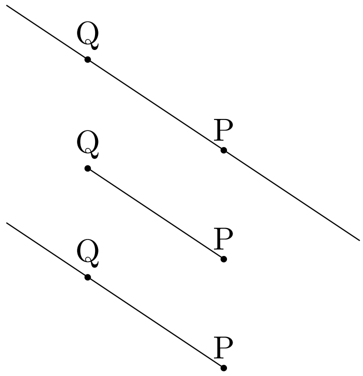


質問 1 から質問 3 をしっかり考えた人は、「まっすぐな線は 2 つの点を与えると 1 つに決まる」ということが理解できたのではないでしょうか。ですから、まっすぐな線の名前

をつけるときは 2 つの点の名前を使えばよいのです。

問 1. 右の図を見て、次の文の空欄に正しい言葉や記号を書きなさい。

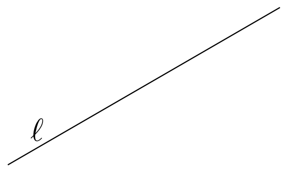
2 つの点 P と Q を通る直線を $\boxed{\quad\quad\quad\quad}$ といいます。この直線で、特に P から Q までの部分だけを考えると、これは $\boxed{\quad\quad\quad\quad}$ と呼ばれます。また、この直線で、P からスタートして、Q の方向へまっすぐ果てしなく伸びている部分は $\boxed{\quad\quad\quad\quad}$ と呼ばれます。



答えを見る

実は、これまで説明したのとは別の「直線に名前を付ける方法」があります。それは、直線に直接名前をつける方法です。

右の図を見てください。この図は、図に描かれている直線に ℓ という名前をつけたことを表しています。ですから、この直線を「直線 ℓ」と呼ぶことになります。直線が通る 2 つの点の名前を使うのではなく、このように直接名前をつけることもあるのです。

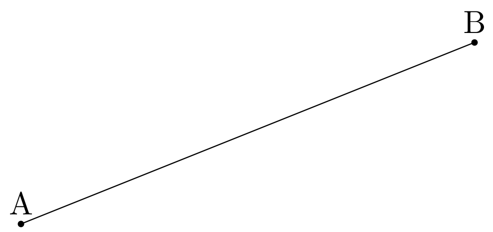


1.1.2　2 つの点の間の距離ってどこを測るの？

次の図を見てください。平面の上に 2 つの点 A と B が与えられています。

ここであなたに質問があります。「定規を使って、この 2 つの点の間の距離を測ってください」と言われたら、どこを測りますか？

どのようにするのかというと、そりゃぁもちろん、定規をまず、点 A と点 B を通るように当てますよね。まあ、このとき、例えば、点 A の所に定規の目盛りの 0 が来るようにするのが良いですよね。そうしたら次に、点 B の所では定規の目盛りがいくつになってるのか読み取ればよいわけです。これで点 A と点 B の距離を測ることができるわけです。これで終わりですが、定規を点 A と点 B を通るように当てたついでに、点 A と点 B の間を鉛筆を使って定規に沿って線を描いてみましょう。すると、次の図のように「線分 AB」ができますね。



ということは、今私たちは点 A と点 B の距離を測かる話をしていたわけですが、線分 AB の長さを測ったの一緒ってことになりますね。まぁ、結構くどい説明でしたが、ここであなたにわかっていてほしいのは、

2 つの点の間の距離とは、その 2 つの点を結んでできる線分の長さのことである

ということです。

2 つの点の間の距離や、線分の長さを表す記号について

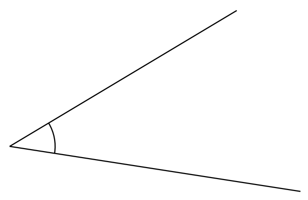
2 つの点の間の距離の話をしたいとき、いつも言葉で「点ナントカと点ナントカの距離」と書くのはめんどうです。そんなとき数学では、記号を使って楽をしようとするわけです。例えば「点 S と点 T の間の距離」を ST と書いたりするのです。ですから、点 S と点 T が出てくる話をしているときに ST と書いてあるのを見たら、「点 S と点 T の距離のことだな」と思ってください。

また、線分の長さの話をしたいとき、いつも言葉で「線分ナントカの長さ」と書くのはめんどうです。そんなときもやはり、数学では、記号を使って楽をしようとするわけで

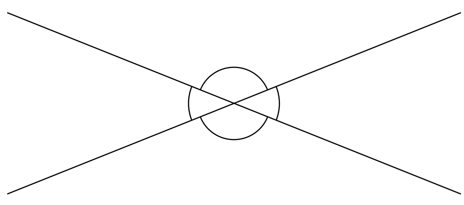
す。例えば、「線分 MN の長さ」を MN と書いたりするのです。ですから、点 M と点 N が出てくる話をしているときに、MN と書いてあるのを見たら、「線分 MN の長さのことだな」と思ってください。

1.1.3　まっすぐな線が 2 本交わると角ができる

次の図のように、半直線が 2 本、端の点でぶつかると、角ができます。



また、次の図のように、2 本の直線が交わっても角ができます。

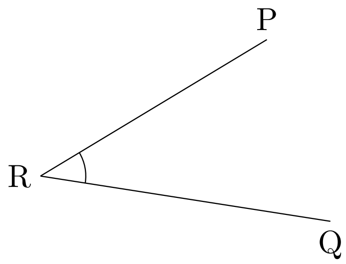


この図には 4 つの角ができているのがわかりますね。

このように、まっすぐな線が 2 本交わったり、ぶつかったりすると角ができるわけです。（まぁ、たとえ 2 本まっすぐな線があっても、その 2 本の線が同じ向きだったら角はできないんですけどね。）

角の名前の付け方と角を表す記号について

右の図を見てください。半直線 RP と半直線 RQ が点 R でぶつかって角ができています。この角のことを、「角 PRQ」と呼びます。また ∠ というマークを使って、

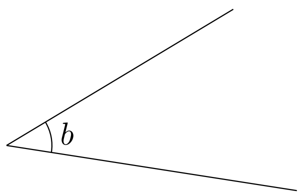


$$\angle \mathrm{PRQ}$$

と書くこともあります。つまり、角の名前をつけたり、角を記号で表すときには、3 つの点を順番に並べるわけです。ただし、並べる順番は重要です。この角を「角 RQP」とか「角 PQR」と呼ぶことはできません。必ず、折れ曲がる点の名前を真ん中にしないといけないのです。ですから、この図の角を「角 QRP」と呼ぶことはできます。

3 つの点を並べる方法のほかにも、角の名前をつけ方や角を表す記号があります。

右の図を見てください。角に直接 b という名前をつけてしまいました。こういうふうにしておくと、この角を「角 b」という名前で呼ぶことができます。そして、記号では、

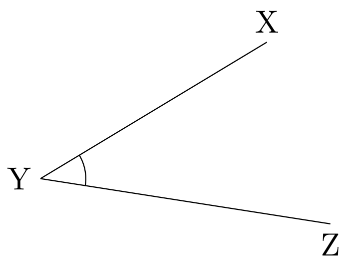


$$\angle b$$

と書けば良いのです。

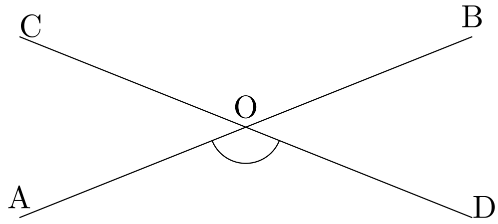
またさらに、次のような方法もあります。

右の図を見てください。このような角は本来「角 XYZ」と呼び、∠XYZ という記号で書くわけです。しかしそれがめんどうなとき、「角 Y」と呼んだり、∠Y という記号で表すことがあります。そのようにしても誤解することはないからです。

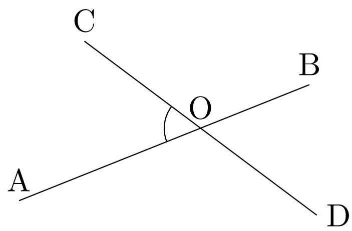


以上は 2 つの半直線がぶつかってできる角の名前の付け方や記号の使い方の話でしたが、2 つの直線が交わってできる角についても、同じようにして名前をつけたり記号を使ったりします。

右の図を見てください。2 つの直線が交わって角が 4 つできています。そのうちの 1 つの角にマークをつけておきました。この角は「角 AOD」とか「角 DOA」という名前で呼ぶことができます。また、この角を ∠AOD とか ∠DOA という記号で表すことができます。しかし、めんどうだからといって、「角 O」と呼んだり、∠O と書いてはいけません。どうしてダメなのかわかりますか？今 O の周りには 4 つの角ができていますね。もし、マークを付けた角を「角 O」と呼んでもよいのなら、マークの付いていない 3 つの角だって、「角 O」と呼んでも良いですよね。でもこれだと、「角 O」ってどれなのか区別できなくなりますよね。そんなことでは困るわけです。ですからたとえめんどうでも、今の場合は「角 AOD」とか「角 DOA」と呼ばないとダメなのです。



問 2. 右の図で、マークの付いている角の名前は何ですか。また、この角を記号で書くときはどんなふうに書けばよいですか。



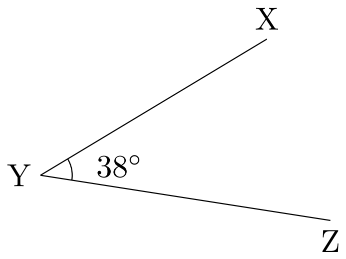
答えを見る

角の大きさを表す記号

角には「大きさ」があります。あなたも知っているように、大きい角もあれば、小さい角もあるわけです。（大きいとか小さいという代わりに、広いとか狭いということもあります。）そして、「角の大きさ」は「角度」という数値で表すことができましたね。例えば

大きさが 45° の角とか、大きさが 68° の角とか、大きさが 154° の角とか $\cdots$ など色々あるわけです。また、角の大きさを測る道具として、「分度器」というものがありましたね。

　では、右の図を見てください。この図は、角 XYZ の大きさが 38° であることを表しています。このようなとき、角の記号をそのまま使って、



$$\angle \mathrm{XYZ} = 38^\circ$$

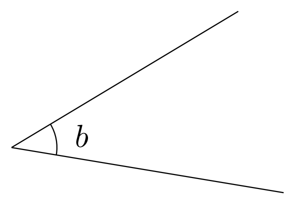
と書くことがあります。つまり、∠XYZ という記号は、角の名前を表しているだけではなく、角の大きさを表していることもあるのです。ところでこの図の場合、∠XYZ を ∠Y と表しても大丈夫なので、角の大きさも、

$$\angle \mathrm{Y} = 38^\circ$$

というように表すことができます。

　角に名前が直接つけられているときも、同じようなやり方で、角の大きさを表すことがあります。

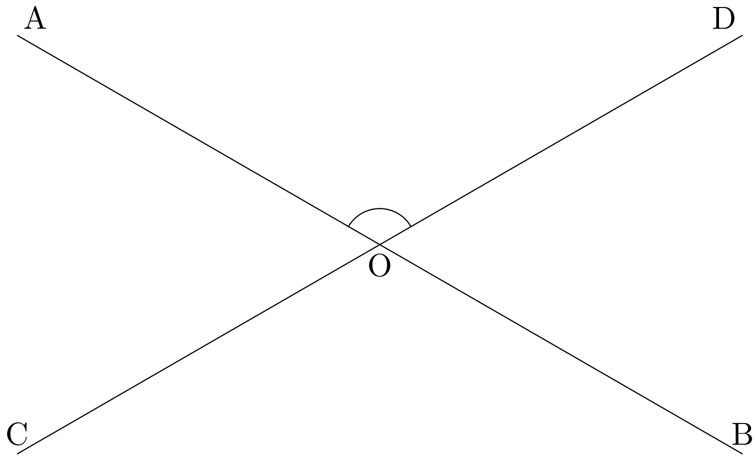
　右の図を見てください。例えばこの図の角 b の大きさは 38° であるとしましょう。こういうとき、



$$\angle b = 38^\circ$$

と書いたりするのです。ですから $\angle b$ という記号も、角の名前を表しているだけではなく、角の大きさを表していることがあるのです。

問 3. 次の図で、マークの付いている角の大きさを分度器で測りなさい。また測った結果を、角の大きさを表す記号を使って表しなさい。



答えを見る

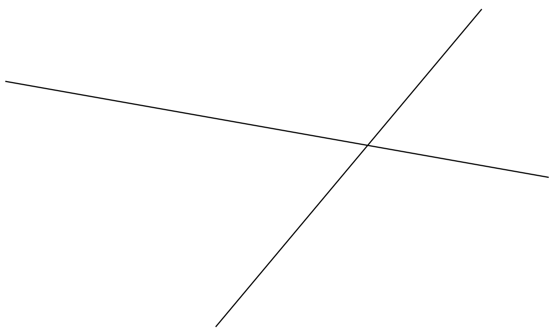
1.1.4　2 つの直線の位置関係

2 本の直線がある場合に、お互いの位置関係のことを考えることにします。ここで考えることにしているのは「線分」や「半直線」ではなく、「直線」ですから、「両方に果てしなく伸びているまっすぐな線」を思い浮かべてください。

2 本直線があると、次のような 3 つのことのうちのどれかが起こります。

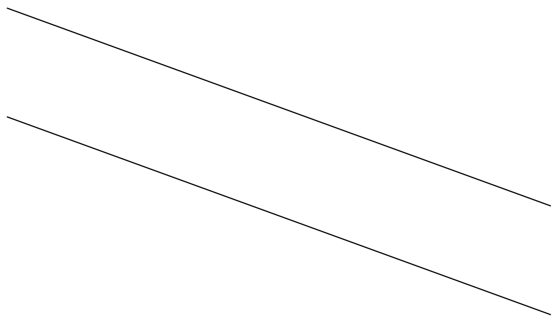
2 本の直線の位置関係その 1：2 本の直線が 1 つの点で交わっている

次の図のようになっている場合です。



2 本の直線の位置関係その 2：2 本の直線はどこまで行っても交わらない

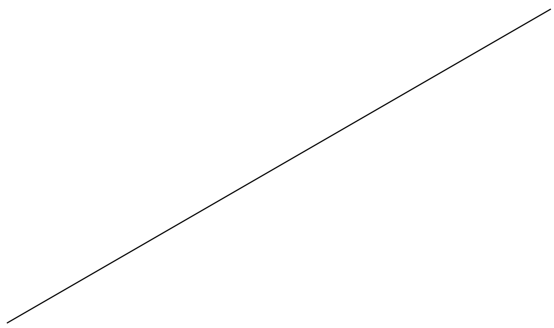
次の図のようになっている場合です。



あなたもきっと知っていると思いますが、こういうとき「2 つの直線は平行である」というのでしたね。

2 本の直線の位置関係その 3：2 本の直線がぴったり重なっている

次の図のようになっている場合です。



よく見てくださいね。この図、1 本しか直線が描いていてないように見えますが、本当は 2 本あるんですよ。でも、ぴったり重なっているので 1 本にしか見えないんです。心の目で見ればきっと 2 本あるのがわかるでしょう。

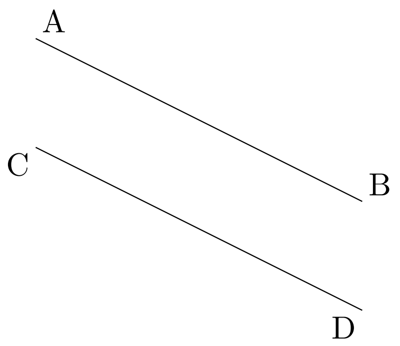
以上 3 つのパターンを紹介しました。実は、これ以外にはないのです。2 本直線があるとき、この 3 つのパターン以外のことが起きることはないのです。これは大切なことなので、しっかり頭に入れておいてください。

1.1.5　平行とは？垂直とは？

それでは、これからあなたに、数学で使う用語と記号を学んでもらうことにしましょう。

2 本の直線が平行であるってどういう意味？

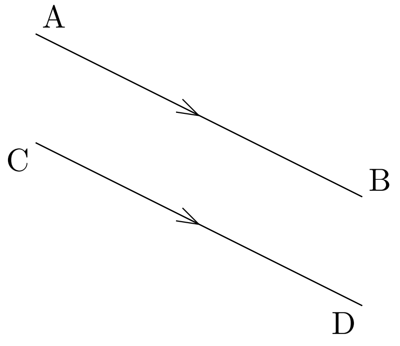
右の図を見てください。2 つの直線 AB と直線 CD が描かれています。この 2 つの直線は、どちらの直線をどちらにいくら伸ばしていっても絶対に交わらないとします。



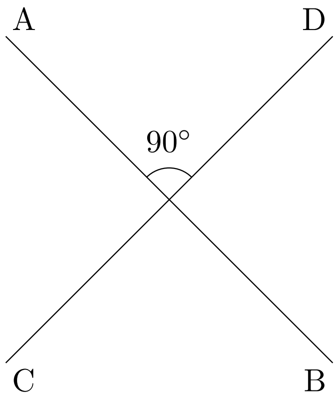
この図のように、2 本の直線があって、どこまで行っても交わらないとき、この 2 つの直線は**平行である**と言います。そして、数学では、**2 つの直線が平行であるとき、// という記号を使います。**ですから、AB//CD と書いてあったら、直線 AB と直線 CD は平行になっているという意味です。

2 つの直線が平行になっているということを示したいとき、直線に矢印をつけることがあります。

右の図を見てください。この図では直線 AB と直線 CD に同じ向きの矢印が付いています。これは直線 AB と直線 CD が平行になっているということ、つまり AB//CD であるということを意味しています。



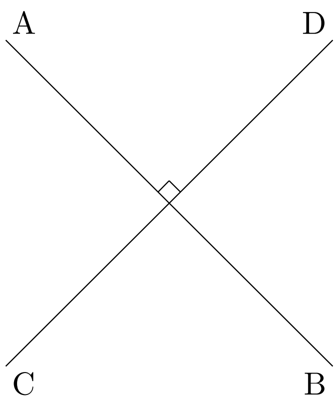
2 本の直線が垂直であるってどういう意味？



右の図を見てください。2 つの直線 AB と直線 CD が描かれています。この 2 つの直線は、1 つの点で直角（つまり 90°）に交わっているとします。

この図のように、2 本の直線が直角（つまり 90°）に交わっているとき、2 本の直線は**垂直である**といいます。そして、数学では、**2 つの直線が垂直であるとき、⊥ という記号を使います。**ですから、AB⊥CD と書いてあったら、直線 AB と直線 CD は垂直になっているという意味です。また、このように、2 本の直線が垂直になっているとき、それぞれの直線はお互いの**垂線**になっていると言うことがあります。ですから、この図では、直線 AB は直線 CD の垂線ですし、また、直線 CD は直線 AB の垂線です。

2 つの直線が垂直になっているということを示したいとき、直角の所に直角マークをつけることがあります。

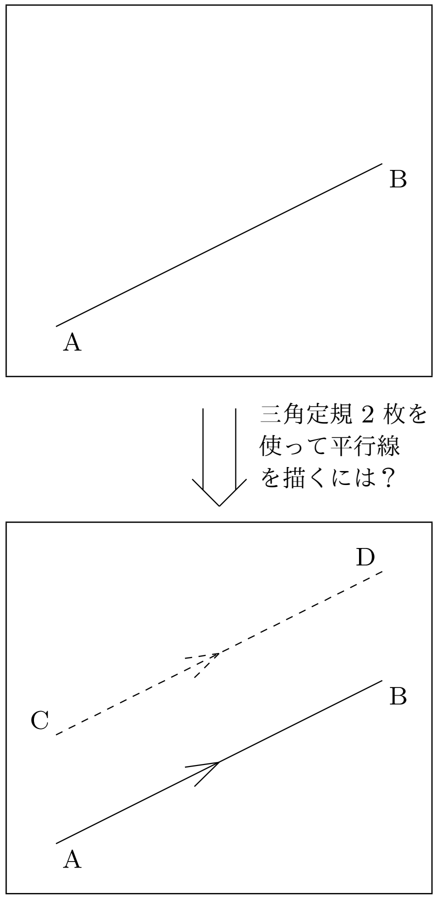


右の図を見てください。この図では 4 つある直角のうちの 1 つに、直角マークをつけてあります。これは直線 AB と直線 CD が垂直になっているということ、つまり AB⊥CD であるということを意味しています。

三角定規を 2 つ使って平行な直線を描く方法

　まずあなたに質問です。

質問　右の上の図を見てください。このように、あらかじめ紙の上に直線が 1 本描かれているとします。そしてこれからこの紙の上のどこかに、下の図のような、この直線に平行な直線を描こうと思います。使ってよい道具は、三角定規 2 枚と鉛筆です。あなただったらどうやって描きますか？



　ではまず三角定規を探してきてください。そして紙と鉛筆を用意して一生懸命考えてくださいね。では 20 分待つことにします。

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

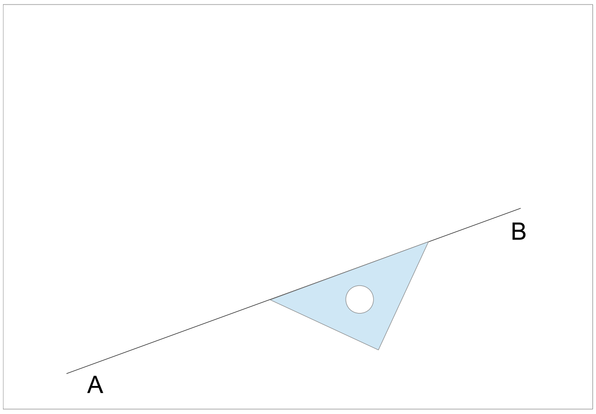
. . . .

はい、20 分たちました。どうすれば良いかわかりましたか？ちゃんと自分の頭で悩みましたか？これから答えを教えますが、自分で考える前に答えを読んではダメですよ。

さっきの質問の答え 次のような手順で、与えられた直線に平行な直線を描くことができます。

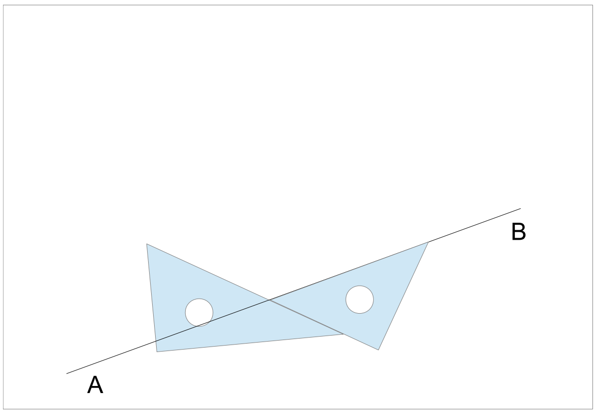
手順 1

三角定規には 3 つの辺がありますね。どの辺でも良いので、三角定規の 1 つの辺がすでに描いてある直線 AB にぴったり重なるように、1 つ目の三角定規を紙の上に置きます。



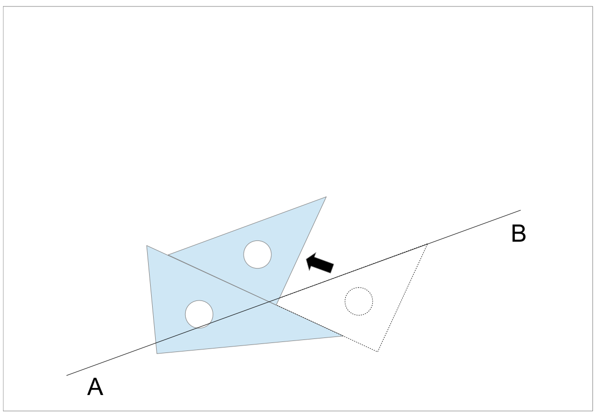
手順 2

右の図のように、2 つ目の三角定規を初めに置いた三角定規とぴったりあわせます。このとき、初めに置いた三角定規は動かしてはいけません。(2 つ目の三角定規にはもちろん 3 つ辺がありますが、1 つ目の三角定規とあわせるときに、どの辺を合わせても大丈夫です。)



手順 3

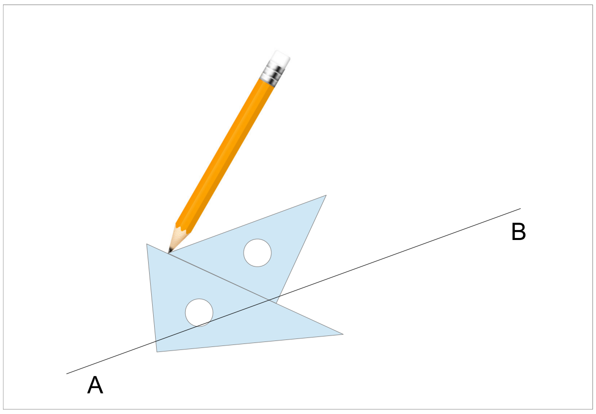
2 つ目の三角定規を動かないように押さえます。そして、2 枚の三角定規の間にすき間ができないように気をつけながら、右の図のように 1 つ目の三角定規をすべらせていきます。どのぐらいすべらしてもかまいません。あなたの好きなだけすべらせてください。でも、あ



んまり遠くまですべらせると、1 つ目の三角定規は 2 つ目の三角定規の向こうへいって外れてしまうので気をつけてくださいね。

手順 4

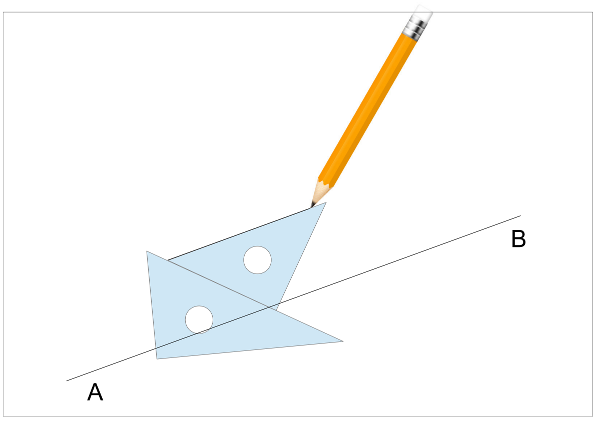
2 つの三角定規が動かないようにします。そして右の図のように、鉛筆を三角定規に当てます。



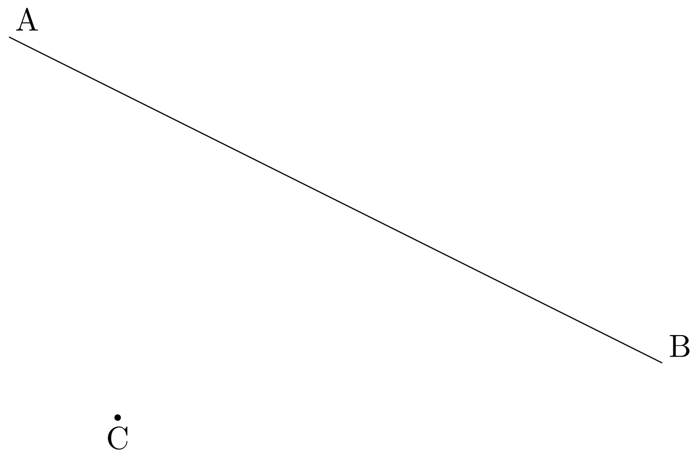
手順 5

手順 3 ですべらせていった三角定規が動かないようにして、右の図のように鉛筆でこの三角定規に沿ってまっすぐ線を描きます。

これで直線 AB に平行な直線の出来上がりです。



問 4.　次の図を見てください。直線 AB と点 C が描いてあります。この直線に平行で、点 C を通る直線を三角定規 2 枚を使って描いてください。

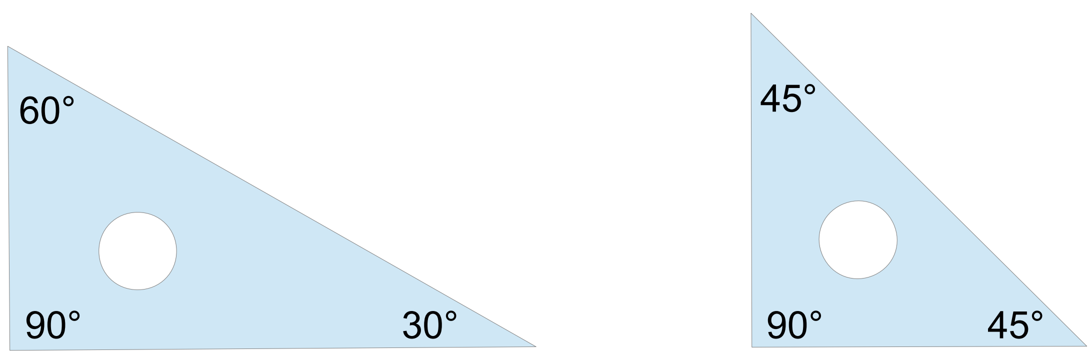


答えを見る

三角定規を 1 つ使って垂直な直線を書く方法

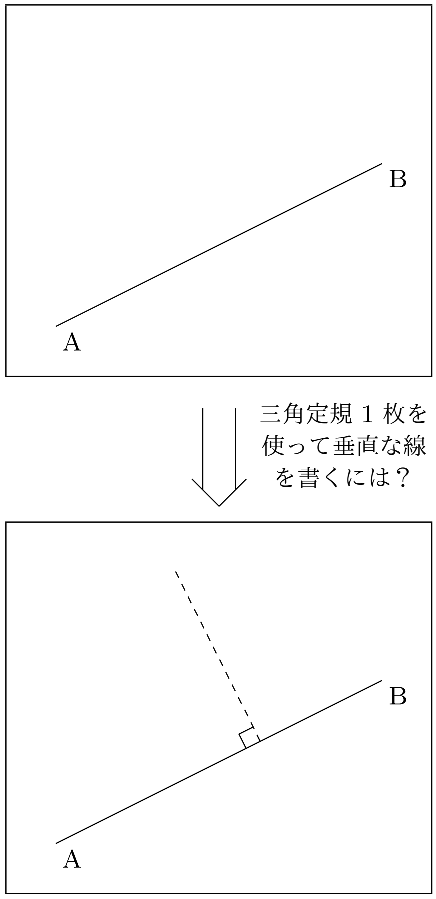
まず三角定規についておさらいしておきます。

下の図を見てください。三角定規を買うと、普通は 2 枚一組になっています。ひとつは角度が 90°、60°、30° の三角形で、もうひとつは角度が 90°、45°、45° の三角形です。知ってますよね。



どちらの三角定規にも 90° の角があります。この 90° の角を利用する話をこれからします。それでは、あなたに質問です。

質問　右の上の図を見てください。あらかじめ紙の上に直線が 1 本描かれているとします。そしてこれからこの紙の上のどこかに、下の図のような、この直線に垂直な直線を描こうと思います。使ってよい道具は、三角定規と鉛筆です。あなただったらどうやって描きますか？



　まず三角定規を探してきてください。そして紙と鉛筆を用意して一生懸命考えてくださいね。では 5 分待つことにします。

・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

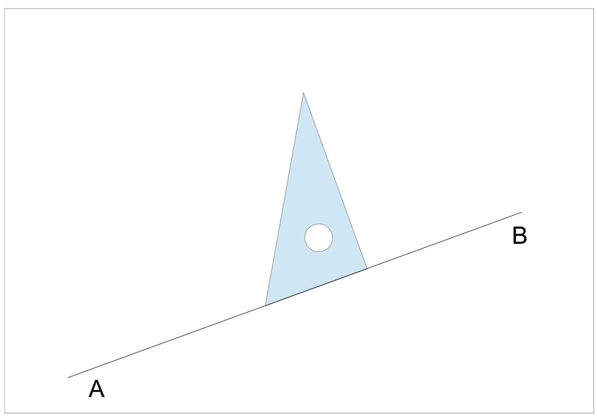
・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・

はい、5 分たちました。どうすれば良いか、わかりましたか？ちゃんと自分の頭で悩みましたか？これから答えを教えますが、自分で考える前に答えを読んではダメですよ。

さっきの質問の答え　次のような手順で、与えられた直線に垂直な直線を描くことができます。

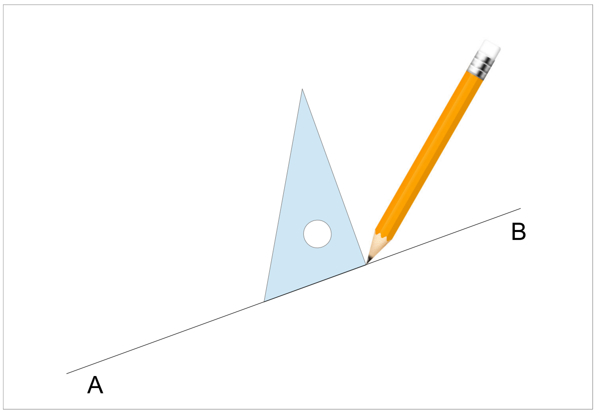
手順 1



　三角定規には 90° の角がありますね。2 枚の三角定規のうちどちらでも良いので、右の図のように、90° の角を作っている 1 つの辺が、あらかじめ描いてある直線 AB にぴったり重なるように置きます。

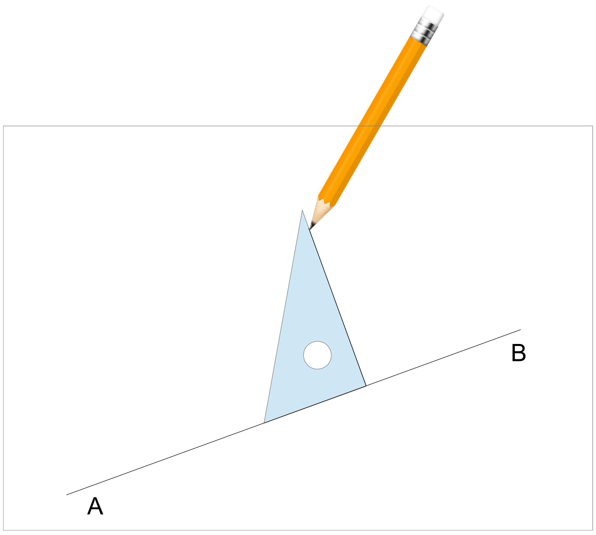
手順 2

　右の図のように、今置いた三角定規の 90° の角を利用して、直線 AB に垂直な線を描きはじめます。このとき、三角定規は動かないようにします。

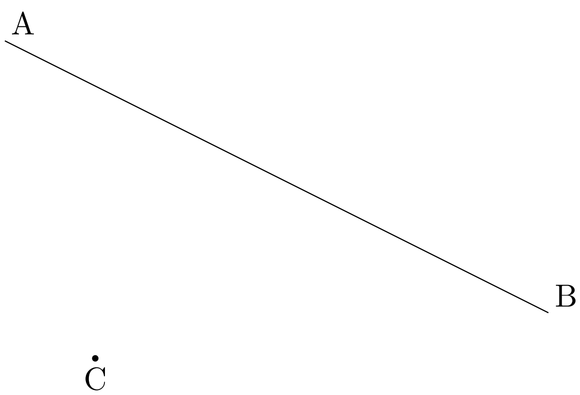


手順 3

　三角定規を動かないようにして、右の図のように、鉛筆で三角定規に沿ってまっすぐ線を描いていきます。これで直線 AB に垂直な直線の出来上がりです。



問 5. 次の図を見てください。直線 AB と点 C が書いてありますね。この直線に垂直で、点 C を通る直線を三角定規を使って描いててください。

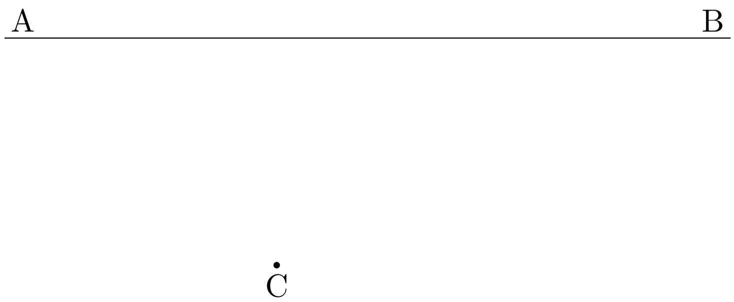


答えを見る

1.1.6　直線と点との距離を測れといわれたらどこを測る？

　定規を用意してください。今から、定規についている目盛りを使って、距離を測ろうと思います。では、あなたに質問です。

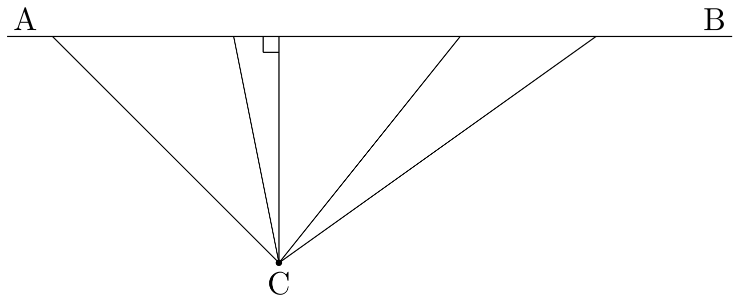
質問　次の図を見てください。直線 AB と点 C が書いてあります。



もし、点 C と直線 AB の距離を測ってくださいと言われたら、あなたは定規をどこにどのようにあてますか？

　さあ、どうします？「点」と「点」の間の距離だったら、迷うことなく、2 つの点を通るように定規をあてますよね。（もちろん、このとき、片方の点には定規の目盛りの 0 を合わせておくと良いですね。）でも、この質問では、「点」と「直線」の距離を測りたいのですね。定規を「点 C を通るように」あてるのは良いとしても、相手が「直線」なので困りますねぇ。そもそも、「点」と「直線」の距離ってどこのことなのでしょう。

　では、答えを教えることにしましょう。次の図を見てください。点 C から直線 AB の「ほうへ」、いくつかまっすぐな線が描いてあります。



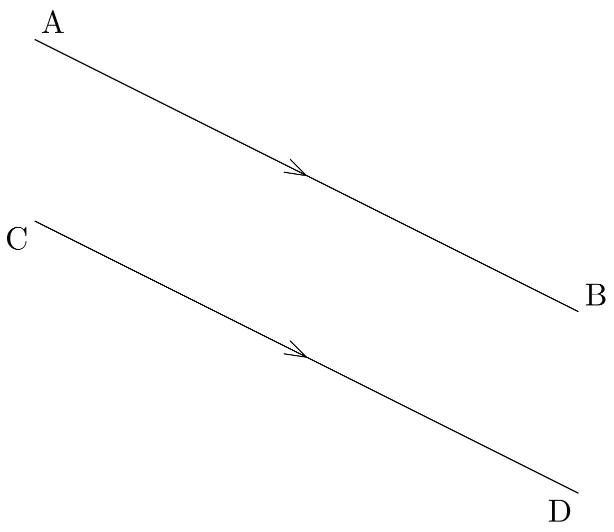
この図をよく見てくださいね。点 C から直線 AB へ向け、まっすぐな線があ 5 本るわけですが、そのうちの 1 本だけ、直線 AB とぶつかる場所に直角マークが付いています。つまり、この直角マークの付いた線と、直線 AB は垂直になっているわけです。実は、「点 C と直線 AB の距離」とは、この、直角マークを付けた線の長さのことと考えることにしてあるのです。つまり、**点と直線の距離とは、あなたがその点から直線へぶつかるまでまっすぐ進むときに、その直線に垂直になるように進んだときの距離のこと**なのです。

もう 1 度この図を見てください。点 C からいくつかの線が直線 AB へ向けて描いてありました。これらの線の長さに注目してください。直角マークの付いた線は、これらの線の中で一番短い線になっていますね。ですから点と直線の距離は、その点から直線まで進むとき、一番近道で行くときの距離になっているわけです。このことも覚えておきましょう。

1.1.7 2 本の平行な線の距離ってどこを測るの？

定規を用意してください。今から、定規についている目盛りを使って、距離を測ろうと思います。では、あなたに質問です

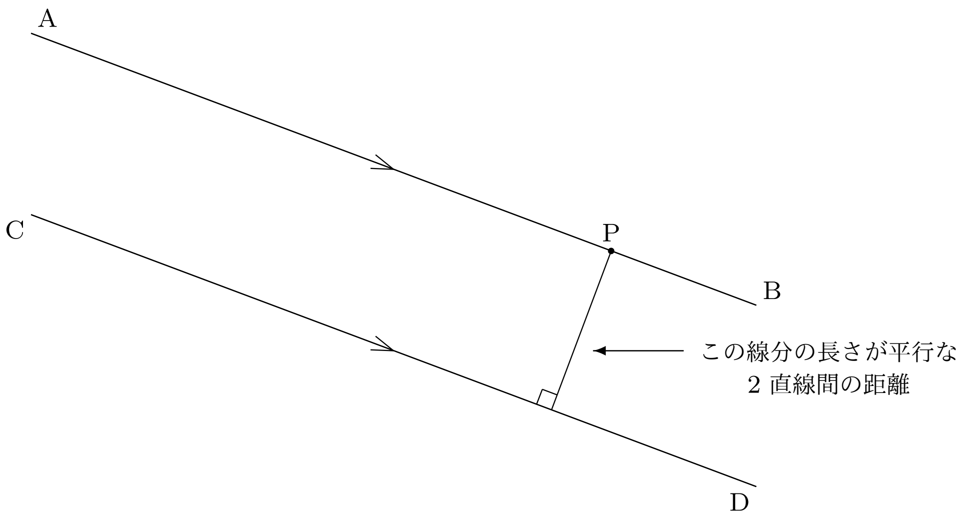
質問　次の図を見てください。直線 AB と直線 CD が書いてあります。この 2 本の直線は平行になっているとします。



もし、この 2 本の平行な直線 AB と直線 CD の距離を測ってくださいと言われたら、あなたは定規をどこにどのようにあてますか？

さあ、どうします？「点」と「点」の間の距離だったら、迷うことなく、2 つの点を通るように定規をあてますよね。（もちろん、このとき、片方の点には定規の目盛りの 0 を合わせておくと良いですね。）でも、この質問では、「直線」と「直線」の距離を測りたいのですね。2 つとも直線なのでちょっと悩みますよね。そもそも、「直線」と「直線」の距離ってどこのことなのでしょう。

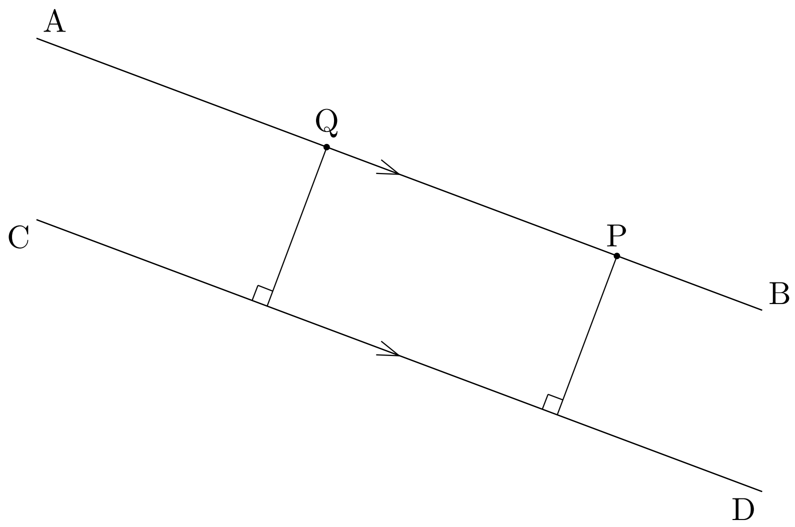
では、答えを教えることにしましょう。次の図を見てください。



直線 AB の上の好きな所に 1 つ点をうち、この点を P と呼ぶことにしました。そして、点 P から、直線 CD に垂直になるような線を、直線 CD に向けて描きました。

直線 AB と直線 CD の距離を測れといわれたら、点 P から直線 CD へぶつかるまで垂直に描いた、この線分の長さを測ればよいのです。これは、点 P と直線 CD の距離を測っているのと同じことですね。つまり、**平行な 2 本の直線の間の距離とは、あなたが片方の直線の上の好きな所から、もう一方の直線へぶつかるまで垂直に進むときの距離こと**と決めてあるのです。

念のため大切な注意をしておきましょう。今の説明では、片方の直線の上の「好きな所から」、もう一方の直線へぶつかるまで垂直に進む、となっていましたね。でも、「好きな所から」といっても、そんなの人によって違った場所になりますよね。それって問題ないのでしょうか。次の図を見てください。



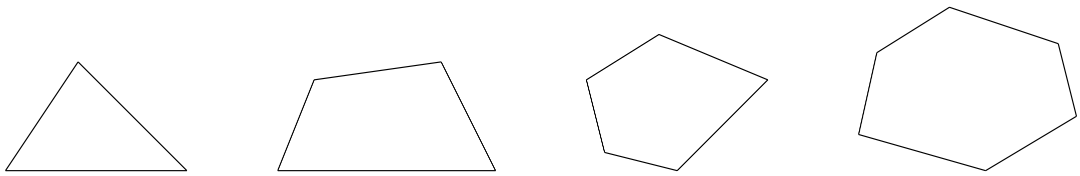
直線 AB の上の、点 P とは違う所に、点 Q を打ってみました。そして点 Q から直線 CD へぶつかるまで、垂直に進む線を描きました。この図を見ていると、どうも、点 P から直線 CD へ進む線の長さと、点 Q から直線 CD へ進む線の長さっておんなじのような気がしてきますね。実は、同じなのです。でも同じなのって、「当たり前のこと」じゃぁないんですよ。結構疑惑があるんですよ。同じになっているということを認めるためには、「同じになる証拠」が必要なのです。しかし、証拠を見つける話をすると大変なので、今はその話はしません。でもそのうち必ず、証拠を見つける話を学ぶことになっています。数学は「証拠がないことは信じない」という学問なのです。でもまぁ、そういう話はそのときになったらということにしておきましょう。かなりずるいのですが、今日は信じることにしておきます。

というわけで、片方の直線のどこから出発しても、もう片方の直線に向かって垂直に進む限り、距離は同じになるようです。

1.2　多角形って何？

これまで、「点」や、「直線」といった、とても単純な図形を学んできました。ここから、もう少し複雑な図形を学んでいくことにします。これから学ぶのは、「多角形」と呼ばれ

る図形です。次の図を見てください。

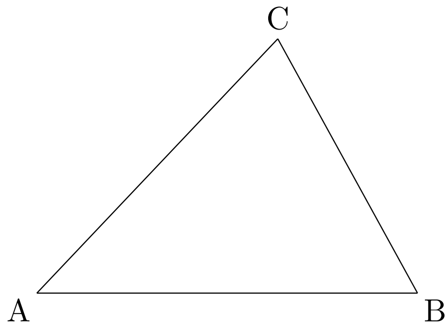


この図のような図形を「多角形」と呼んでいます。きちんと言うと、**いくつかのまっすぐな線（ここでは線分のこと）で囲まれている図形を多角形と呼ぶ**わけです。多角形を囲んでいるまっすぐな線は**辺**と呼ばれ、辺と辺が出会うところは**頂点**と呼ばれます。そして、辺の数が 3 本である多角形は 3 角形、辺の数が 4 本である多角形は 4 角形、辺の数が 5 本である多角形は 5 角形 $\cdots$ 辺の数が n 本である多角形は n 角形と呼ばれます。どの多角形でも辺の数と頂点の数は同じです。ですから、「n 角形とは、頂点が n ある多角形のこと」と考えても良いわけです。

多角形には色々なものがあるわけですが、辺や頂点の数が少ないほど、簡単な図形と考えられます。ですから、多角形の中でも、三角形は最も基本となる図形です。そこでこれから、少し、三角形のことを調べることにしましょう。ただ、その前に、これから使う記号をあなたに覚えてもらうことにします。

三角形を表す記号

右の図を見てください。三角形が描いてあります。そして、3 つある頂点には、それぞれ A、B、C という名前がつけられています。このような三角形を「三角形 ABC」と呼びます。そして、この三角形を記号で表すときには $\triangle$ という記号を使って $\triangle$ABC と書きます。つまり、頂点の名前を順に並べて、三角形に名前をつけるわけです。



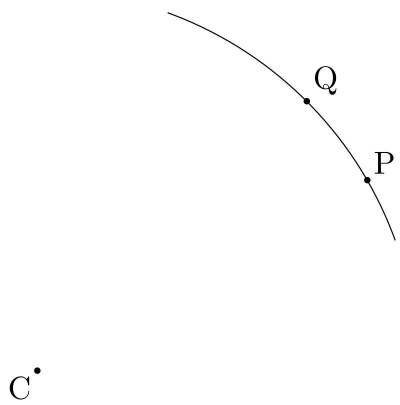
1.2.1　コンパスや定規や分度器を使って三角形を描く方法

これからコンパスや定規や分度器を使って三角形を描く話をします。まず、それぞれの道具を使うとどんなことができるのか確認しておきましょう。ではコンパスと定規と分度器を用意してください。そしてこれから説明してあることが本当かどうか、あなたも自分でやってみてください。

コンパスを使うとどんなことができるの？

コンパスを使うともちろん円を描くことができますが、円の一部分だけを描くこともできます。つまり、コンパスを完全に 1 回転させるのではなく、半分だけ回転させるとか、ほんの少しだけ回転させるということもできるわけです。

ここで念のための注意をしておきます。右の図を見てください。この図は、コンパスを適当に開いてから、コンパスの針を点 C に置き、コンパスを少し回転させ、円の一部分だけを描いたたものです。点 P と点 Q はどちらも、コンパスを使って描いたこの曲線の上にある点です。あなたに念を押しておきたいのは、点 C から点 P までの距離と点 C から点 Q までの距離は同じだということです。それどころか、この曲線の上のどこの点を考えても、点 C からこの曲線の上の点までの距離は、みんな等しいのです。なぜなら、コンパスが回転する間、コンパスの開き具合は変わらないのですから。

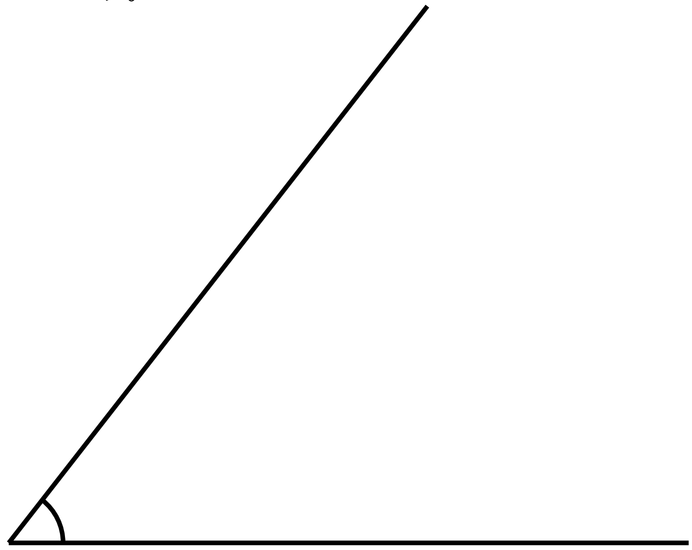


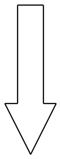
定規を使うとどんなことができるの？

定規を使うとまっすぐな線を描くことができます。それだけではなく、定規についている目盛りを使えば、線分の長さを測ることもできます。

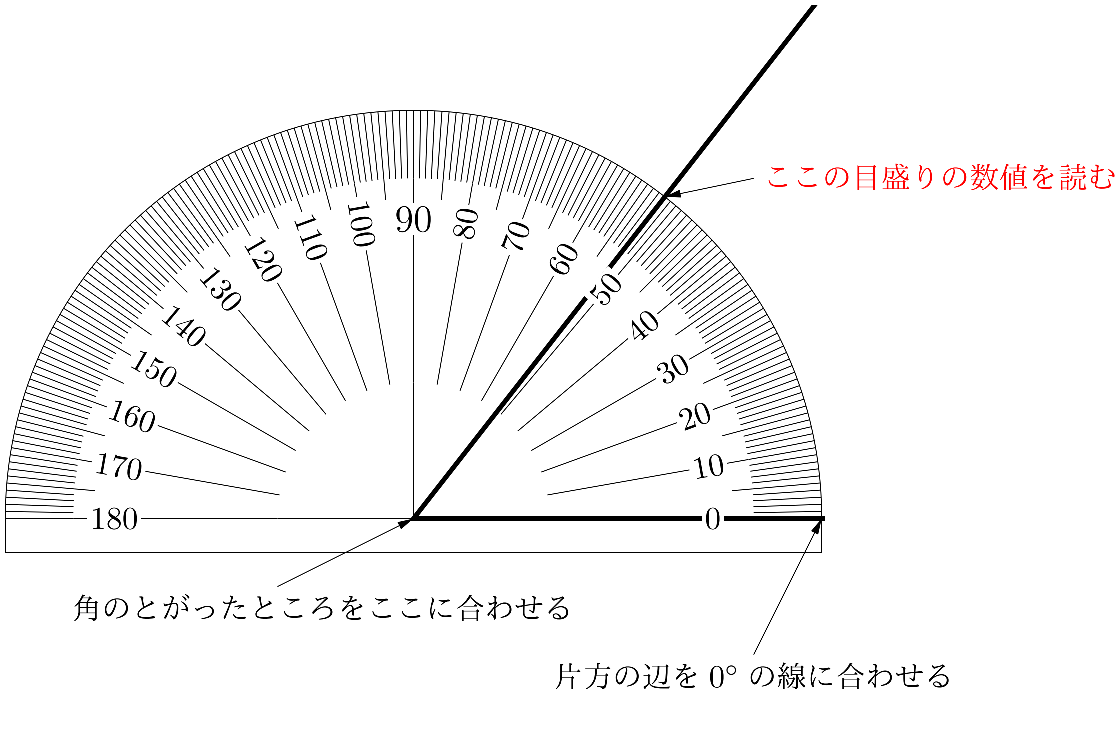
分度器を使うとどんなことができるの？

分度器を使うと、角の大きさを図ることができます。



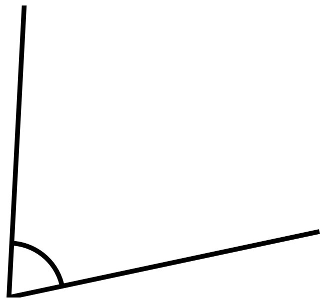


角の大きさを分度器で測るには

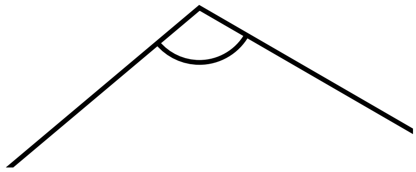


問 6. 次の図の角の大きさを分度器で測りなさい。

(1)



(2)



答えを見る

では、本題に入りましょう。

三角形を描く方法

三角形には、辺が 3 つ、角が 3 つありますね。このうちのいくつかが決まっていると、コンパスや定規や分度器を使えば、その通りの三角形を描くことができます。詳しく説明しましょう。例えば、「3 つの辺の長さは、それぞれ 4 cm、5 cm、7 cm だよ」と決められると、コンパスと定規だけで、その通りの三角形を描くこととができるのです。また例えば、「2 つの辺の長さは 5 cm と 7 cm で、その 2 つの辺の間にある角の大きさは 35° だよ」と決められると、定規と分度器だけでその通りの三角形を描くことができます。さらに例えば、「1 つの辺の長さは 6 cm で、その両端にある 2 つの角の大きさはそれぞれ 50° と 70° だよ」と決められると、定規と分度器だけでその通りの三角形を描くことができます。それではこれから、どうやって三角形を描くのか、あなたと一緒に考えることにしましょう。

三角形の描き方その 1： 3 つの辺の長さが決まっていると、その通りの三角形が描ける

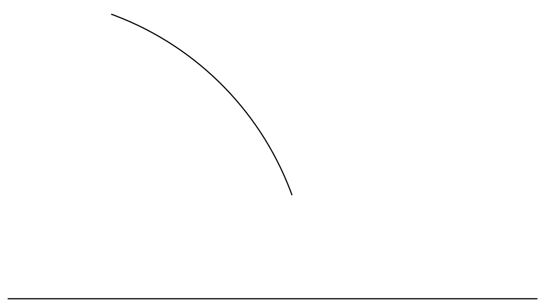
例題 1　3 つの辺の長さが、それぞれ 4 cm、5 cm、7 cm になっている三角形をコンパスと定規を使って描きなさい。

解答

3 つの辺の長さは全部わかっています。そこで、まず、このうちどれでもよいから 1 つ辺を選び、定規を使ってその辺を描きます。ではどの辺を描くことにしましょうか。そうですねぇ。ここでは 1 番長い 7 cm の辺をまず書くことにしましょう。では、ちゃんと定規の目盛りも使って長さ 7 cm の線を描くことにします。（どうして 7 cm のやつにしたのかですって？そんなの特に深い意味はありません。）そうすると次のようになります。

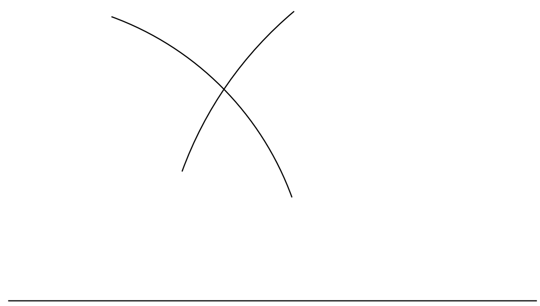
次はコンパスを使うことにします。何をするのかというと、コンパスを使って長さが 4 cm の辺を作ることにします。（どうして 5 cm のやつじゃないのかですって？そんなの深い意味はありません。）

そのために、コンパスを 4 cm の幅に開いておきます。コンパスの幅を正確に 4 cm にするために、ちゃんと定規をコンパスにあてて測ってくださいね。ちゃんと 4 cm の幅に開いたら、コンパスの針をさっき描いた「7 cm の線」の端にさします。端といっても 2 箇所あるわけですが、これもどっちでもかまいません。まぁ、ここでは、左の端にさすことにしましょうか。そしてコンパスの幅が変わらないように気をつけて、くるりと回転させ、曲線を描きます。すると、次の図のようになります。



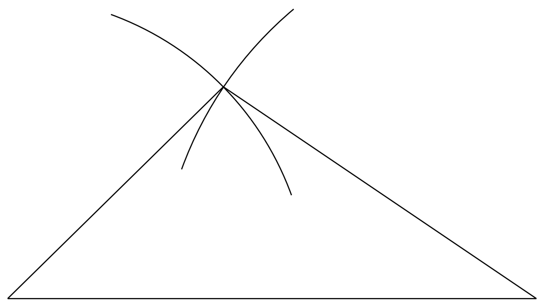
あれ、まだ長さが 4 cm の辺なんかできていないじゃないかですって？そうです。あなたの言うとおりです。これだけではまだ、長さが 4 cm の辺を描くわけにいかないのです。これから描こうとしている「長さが 4 cm の辺」の端は、もちろん 1 つは、「今コンパスの針をさしたところ」にあるわけですが、もうひとつの端は、「今コンパスで描いた曲線の上のどこか」にあるのです。ですから、これから描こうとしている「長さが 4 cm の辺」の端がこの曲線の上のどこにあるのか突き止めないと、長さ 4 cm の辺を描くわけにはいかないのです。でも安心してください。長さ 5 cm の辺のことも考えると、その場所は発見できるのです。では「長さが 5 cm の辺」のことを考えることにしましょう。

そのためにはまたコンパスを使います。さっきと同じようにして、コンパスを使って長さが 5 cm の辺を作ろうと試みるのです。今度はコンパスを 5 cm の幅に開けばよいですよね。。コンパスの幅を正確に 5 cm にするために、ちゃんと定規をコンパスにあてて測ってくださいね。ちゃんと 5 cm の幅に開いたら、コンパスの針をさっき描いた「7 cm の線」の端にさします。ただし今度はもう針をさす場所は決まっています。さっき、ささなかったほうにさすのです。たしか、さっきは、左の端にさしましたね。ですから、今度は、右の端にさすことになります。針をさしたらコンパスの幅が変わらないように気をつけて、くるりと回転させ、曲線を描きます。すると、次の図のようになります。



ここまで来ると、やっと、「長さ 4 cm の辺」と「長さ 5 cm の辺」を描くことができます。今の図を見てください。コンパスで 2 つ曲線を描いたわけですが、この 2 つの曲線はある 1 つの点で交わっています。「長さ 4 cm の辺」と「長さ 5 cm の辺」を描くには、「長さ 7 cm の辺の端」と、この点（コンパスで描いた 2 つの曲線が交わっている点）をまっ

すぐ結べばよいのです。そうすると次のようになりますね。



　これで完成ですね。最後に描いた 2 つの辺の長さはちゃんと「4 cm」と「5 cm」になっているはずですよね。

問 7.　△ABC があるとします。この三角形の 3 つの辺の長さは、それぞれ、AB= 5 cm、BC= 6 cm、CA= 4 cm です。コンパスと定規を使ってこの三角形を描いてください。

答えを見る

三角形の描き方その 2：2 つの辺の長さと、その 2 つの辺の間にある角の大きさが決まっていると、その通りの三角形が描ける

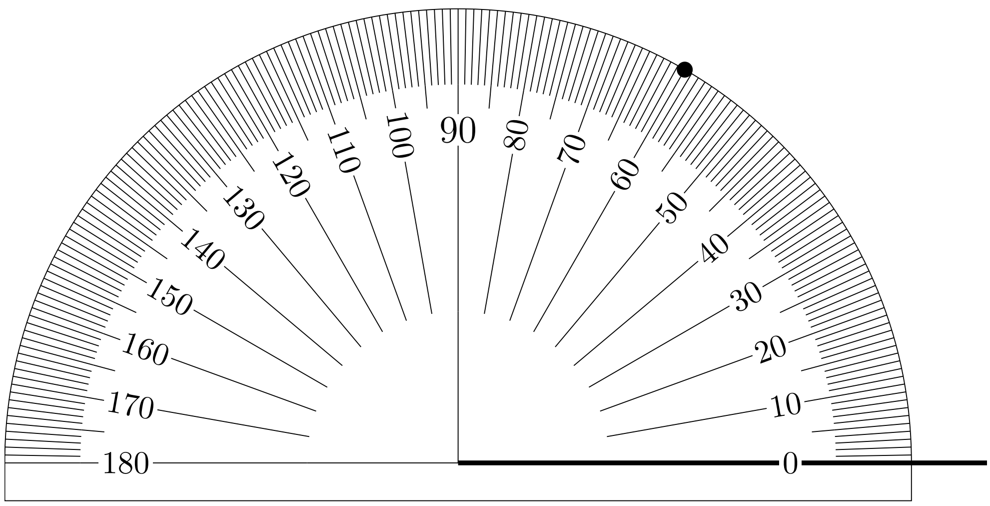
例題 2　2 つの辺の長さが、それぞれ 4 cm と 7 cm で、その 2 つの辺の間にある角の大きさが 60° になっている三角形を定規と分度器を使って描きなさい。

解答

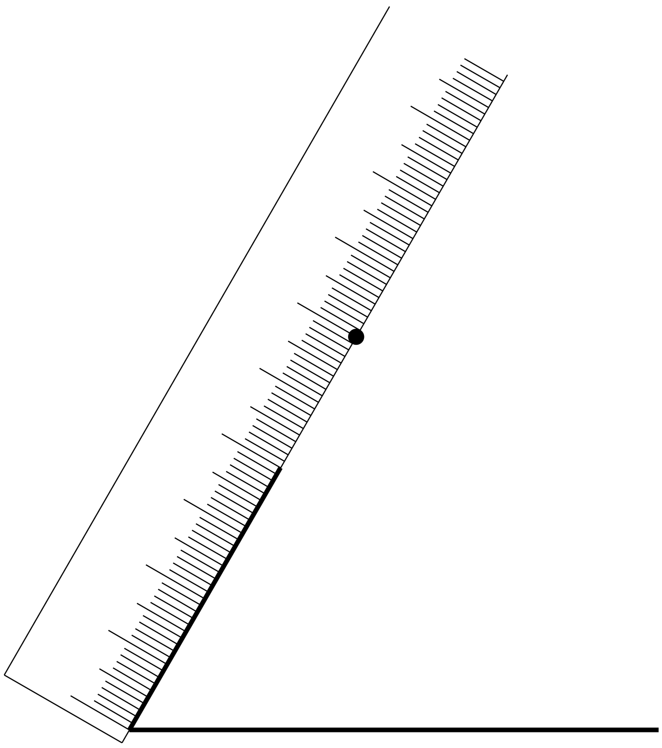
　この問題では、辺の長さ 2 つと角の大きさ 1 つがわかっています。さて、このうちのどれから作ることにしましょうか。まぁ、はっきりと描くことができるのは長さのわかっている辺ですよね。いきなり分度器を使い角度を測ってて角を作ろうとしても、線をどこまで伸ばしてよいのか迷ってしまいますからね。

　というわけで、長さのわかっている 2 つの辺のどちらかを、定規を使って描くことにしましょう。ここでは 7 cm の辺を描くことにします。（まぁ、4 cm の辺から描いても良いのですが、なんとなく気分で 7 cm のほうから描くことにしました。）そうすると、次の図のようになります。

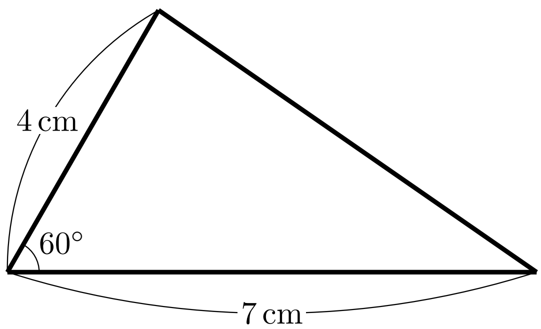
次は何をしましょうか。あとわかっているのは、「もうひとつの辺の長さが 4 cm である」ということと、「長さのわかっている 2 つの辺の間にある角の大きさが 60° である」ということですね。では、4 cm の辺と 60° の角のどっちを描きましょうか。そうですねぇ、今度は辺を描こうと思っても、どっちの向きに描いたらよいのかわかりませんね。つまり、4 cm 辺は、さっき描いた 7 cm の辺の端の点から出発してまっすぐ描くということはわかるのですが、どっちへ向けて伸ばしていけばよいのか今はわかりませんね。。ああ、でも、この問題によると、さっき描いた 7 cm の辺と、これから描こうとしている 4 cm の辺の間にできる角が 60° にならないといけないわけですね。だったら、まず 60° の角度を分度器で測って、紙の上に印をつけておけばよいではありませんか。そうすると、次の図のようになりますね。



これで、4 cm の辺を描くことができます。7 cm の辺の端と、今つけた 60° の印を結ぶようにして、定規を使って 4 cm の長さの線を描きましょう。すると次のようになります。



最後に、長さのわかっていない辺をつければ出来上がりです。もちろん、次の図のように、7 cm の辺の端と 4 cm の辺の端をまっすぐつなげばよいですね。



これで「2 つの辺の長さが、それぞれ 4 cm と 7 cm で、その 2 つの辺の間にある角の大

きさが 60° になっている三角形」の完成です。

問 8. △ABC があるとします。この三角形の 3 つの辺のうち、2 つの辺の長さがわかっていて、AB= 5 cm、BC= 8 cm です。また、辺 AB と辺 BC の間にある ∠B の大きさがわかっていて、∠B = 75° です。定規と分度器をを使ってこの三角形を描いてください。

答えを見る

三角形の描き方その 3：1 つの辺の長さと、その辺の両端にある 2 つの角の大きさが決まっていると、その通りの三角形が描ける

例題 3　1 つの辺の長さが 7 cm で、その辺の両端にある 2 つの角の大きさがそれぞれ 40° と 60° になっている三角形を定規と分度器を使って描きなさい。

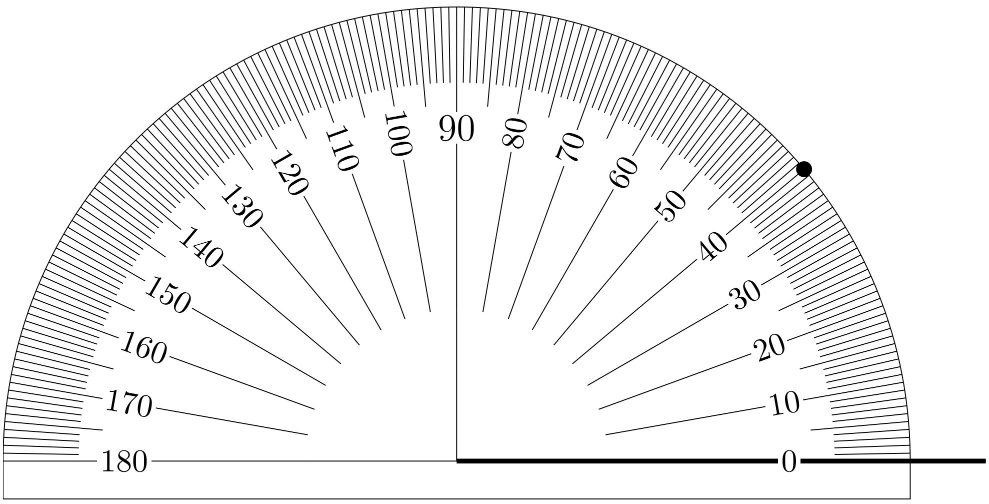
解答

この問題では、辺の長さ 1 つと、角の大きさ 2 つがわかっています。さて、このうちのどれから作ることにしましょうか。まぁ、はっきりと描くことができるのは, 長さのわかっている辺ですね。いきなり分度器を使って角を測って角を描こうとしても、線をどこまで伸ばしてよいのか迷ってしまいますからね。

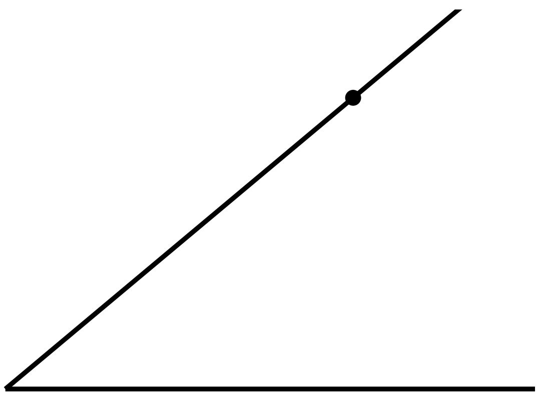
というわけで、長さのわかっている辺を、定規を使って描くことにしましょう。つまり、7 cm の辺を描くことにします。そうすると、次の図のようになります。

次は何をしましょうか。あとわかっているのは、今描いた辺の端にある 2 つの角の大きさがそれぞれ 40° と 60° であるということですね。では、40°cm の角と 60° の角、どっちを作りましょうか。まぁ、どっちでも同じようななものですね。ここでは、なんとなく

気分で、40° の角から作ることにします。それでは 40° の角を、さっき描いた 6 cm の辺の左端に作ることにしましょう。（右端に作っていけないというわけではありません。今度もなんとなく気分で左端にしただけです。）では分度器を 6 cm の辺の左端に当て、40° の角を描くための印をつけることにしましょう。すると、次のようになります。

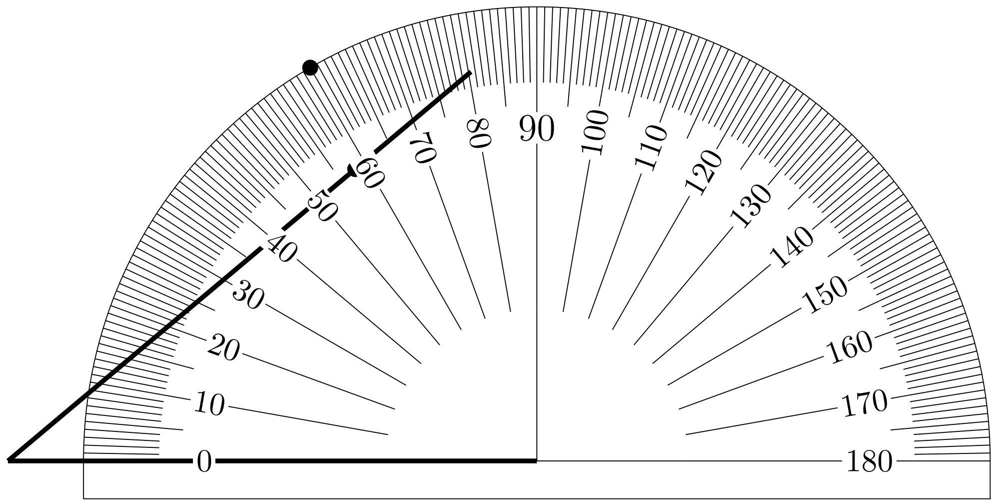


40° の角を描くための印がついたので、定規を使って 40° の角を描きたいのですが、線をどれぐらい伸ばせば良いのかわからないですね。だって、長さはわからないのですから。ですから、ちょっと長めに描いておくことにしましょう。そうすると、次の図のようになります。

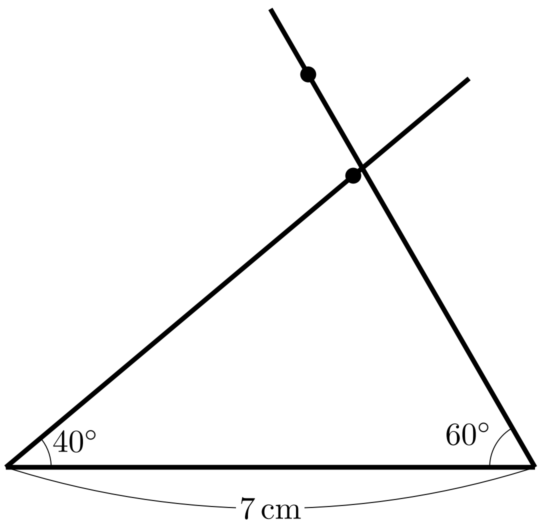


あと、残っているのはなんでしたっけ。ああ、そうそう、あと 60° の角があるのでしたね。この問題では、40° の角と 60° の角は７ｃｍの辺の両端にあるのですから、今作ろう

としている $60°$ の角は、もう初めに描いた 7 cm の辺の右端に作るしかないですね。では分度器を 6 cm の辺の右端に当てて、$60°$ の角を描くための印をつけることにしましょう。すると、次のようになります。



$60°$ の角を描くための印がついたので、定規を使って $60°$ の角を描きたいのですが、線をどれぐらい伸ばせば良いのかわからないですね。だって、長さはわからないのですから。ですから、ちょっと長めに描いて置くことにしましょう。長めに描いておくと、どこかでさっき描いた $40°$ の線と交わるはずです。そうすると、次の図のようになります。



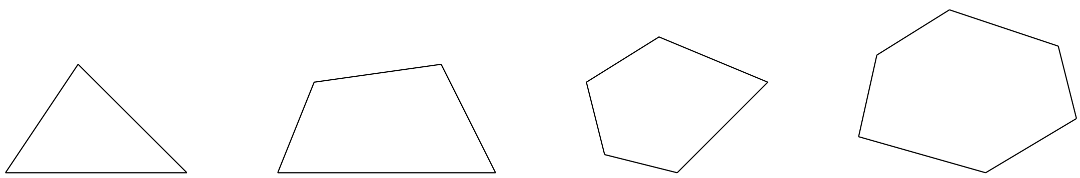
これで「1 つの辺の長さが 7 cm で、その辺の両端にある 2 つの角の大きさがそれぞれ

40° と 60° になっている三角形」の出来上がりですね。

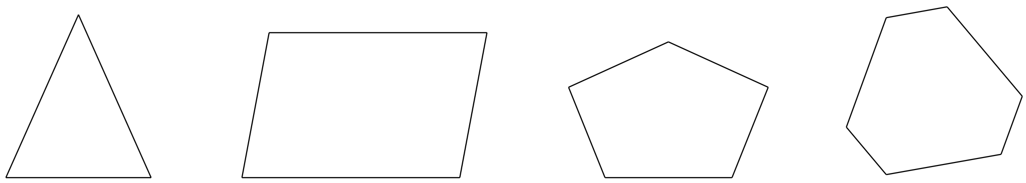
問 9. △ABC があるとします。この三角形の 3 つの辺のうち 1 つの辺の長さがわかっていて、BC= 8 cm です。また、辺 BC の両端には ∠B と ∠C があるわけですが、この 2 つの角の大きさがわかっていて、∠B = 45°、∠B = 60° です。定規と分度器をを使ってこの三角形を書いてください。 答えを見る

1.3　対称ってどういうこと？

次の図を見てください。三角形、四角形、五角形、六角形が描いてあります。



次の図も見てください。ここにも三角形、四角形、五角形、六角形が描いてあります。



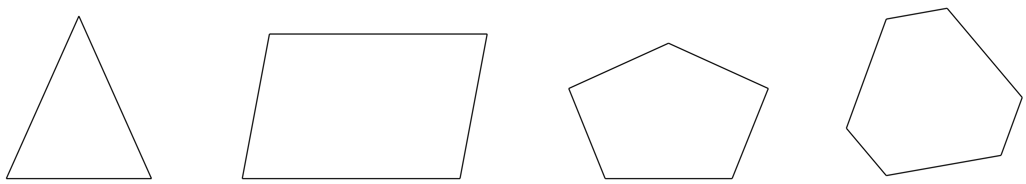
上の図形たちと、下の図形たちを比べてみてください。あなたは何か気がついたことがありましたか？上の図形たちと下の図形たちは、どちらも三角形、四角形、五角形、六角形ですね。でもなんとなく違いがあるように思いますよね。その違いって何なのでしょう。たぶん、多くの人は、下の図の図形たちはみんな、「形が整っている」とか「バランスがとれている」とか、「かっこいい」とか「美しい」と感じたのではないでしょうか。ですからきっと、下の図形たちには、何か共通する特徴があるのでしょう。古代から人々は、下の図のような「つりあいのとれている形」を見たときに「美しい」とか「調和している」と感じてきたようです。そしてこのような図形の背後にある「何か」にとても興味を持ちました。ある人たちは、「神の世界」を連想し、またある人たちは「自然の世界」を連想し、またある人たちは「数学の世界」を連想したのです。「数学の世界」を連想した人た

ちは、この美しい図形たちの背後にある「共通の何か」とは何なのかを追い求め、それをはっきりさせることに力を注ぎました。そして彼らは、「対称」という考えを深めていくことになったのです。

それではこれから私たちも、「対称」という考えについて学んでいくことにしましょう。

1.3.1　対称にもいろいろあるその１：線対称とは

ではまた、さっきの「つりあいのとれた」図形たちを見てみましょう。



実は、この図に出てくる三角形と五角形と六角形には共通の特徴があるのです。（この図の四角形は仲間はずれなんですけどね。）共通の特徴って何なのかわかりますか？では５分待ちます。自分の頭を使って考えてみてください。

・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・

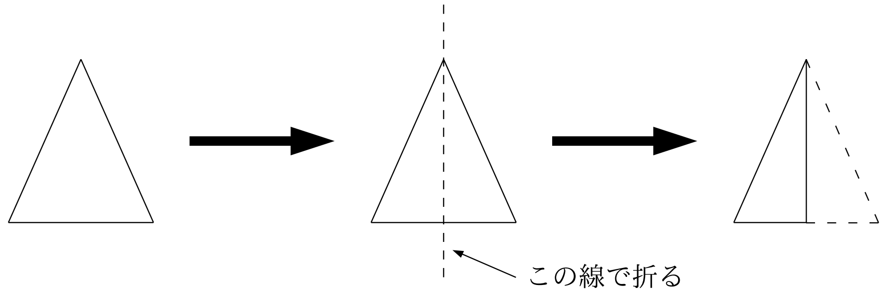
・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・

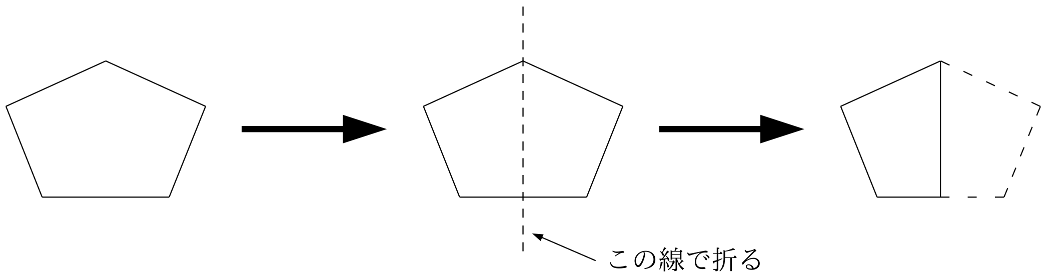
・・・・・・・・・・・・・・・・・

はい５分たちました。考えはまとまりましたか？では、答えを教えることにしましょう。この図に出てくる三角形と五角形と六角形が紙でできていると思ってください。すると、どれもみな、うまい所に折り目の線を１本つけて折ってみると、ぴったり重ねることができるという特徴をもっているのです。どういうことか図を使って説明しましょう。

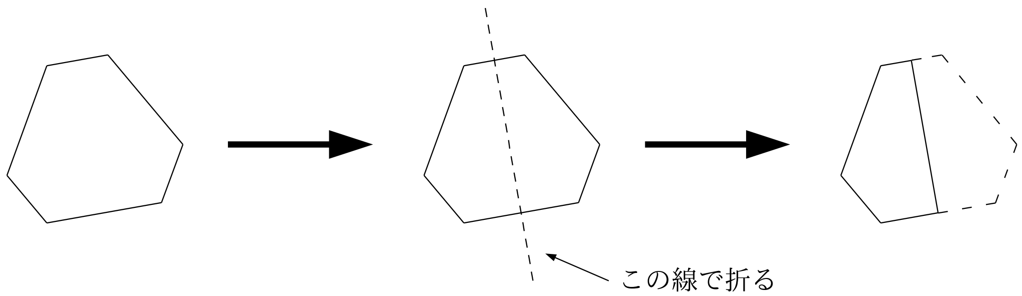
まず、三角形です。次の図のように折るとぴったり重なります。



次は、五角形です。次の図のように折るとぴったり重なります。



最後に六角形です。次の図のように折るとぴったり重なります。



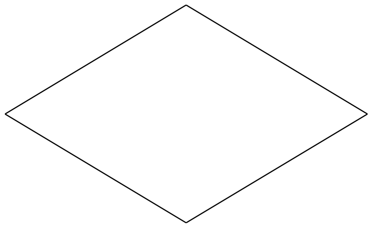
どうですか？どういうことかわかりましたか？初めの図に出てきた三角形、五角形、六角形はどれも、「うまい所に折り目の線をつけて折ってみると、ぴったり重ねることができる」のです。（しかし、初めの図に出てきた四角形はどんなにがんばっても、このようなことはできません。どこに折り目をつけて折っても、ぴったり重なることは絶対にないのです。）

それではここで、あなたに専門用語を覚えてもらうことにしましょう。

線対称な図形とは

平面の中に、何か図形があるとします。さっきまで説明してきたように、この図形のうまい所に折り目の線をつけて折ってみると、ぴったり重ねることができるとします。このような図形のことを**線対称な図形**といいます。また、折り目の線のことを**対称の軸**と呼びます。

例題 4　右の図を見てください。これは、４つの辺の長さが全て等しい四角形で「ひし形」と呼ばれてる図形です。この「ひし形」について以下の問に答えなさい。



(1)　「ひし形」は、どこかうまい所に折り目の線をつけて折ると、ぴったり重ねることができますか？

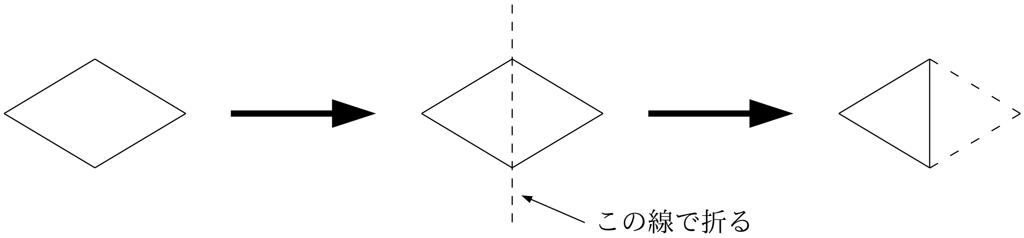
(2)　「ひし形」は線対称な図形の仲間ですか？

(3)　(2) で、「ひし形」は「線対称な図形の仲間である」と思った人のための質問です。あなたは、「ひし形」は「うまい所に線をつけて折ると、ぴったり重ねることができる」と思っているのですね。それでは、「うまい折り目の線」ってどこにあるのですか？また「うまい折り目の線」は１本だけですか？それとも何本かあるのですか？あるだけ全部見つけて、どこにあるのか教えてください。

(4)　対称の軸は何本ありますか。

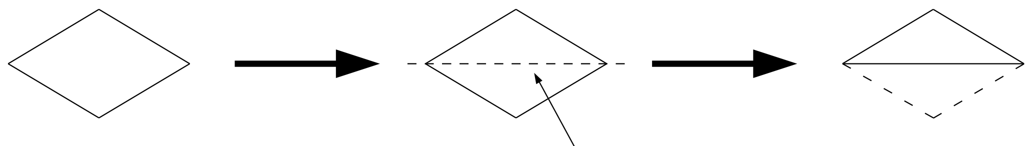
解答

(1) 例えば、次の図のように折り目の線をつければ、ぴったり重なりますね。



(2) 「うまい所に折り目の線をつけて折ると、ぴったり重なる図形」のことを「線対称な図形」というのでしたね。(1) の答えがわかった人は自信を持って、「このひし形は線対称な図形の仲間だ」ということができますね。

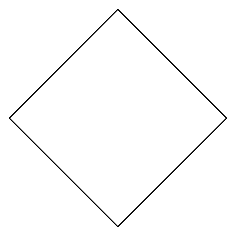
(3) 「このひし形は線対称な図形の仲間だ」と思った人のために説明をします。さっき、(1) の説明では、縦に折り目の線をつけましたね。でも、このひし形をよく見ると、ほかにもうまく行く折り目の線だってありますよね。次の図を見てください。



わかりましたか？ここまで「うまく折り目をつけて折るとぴったり重なるような折り目の線」が 2 本見つかりました。でも、このひし形をよく見ると、この 2 本のほかには「うまく折り目をつけて折るとぴったり重なるような折り目の線」はもうありませんね。

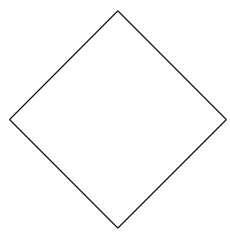
(4) 「うまく折り目をつけて折るとぴったり重なるような折り目の線」 のことを「対称の軸」と呼ぶのでしたね。(3) までが理解できた人は、自信を持って「対称の軸は 2 本」と答えられますね。

例題 5　右の図を見てください。これは、4 つの辺の長さが全て等しいだけではなく、4 つの角の大きさが全て等しくなっている四角形で「正方形」と呼ばれている図形です。この「正方形」について以下の問に答えなさい。



(1) 正方形は「線対称な図形の仲間」ですか？

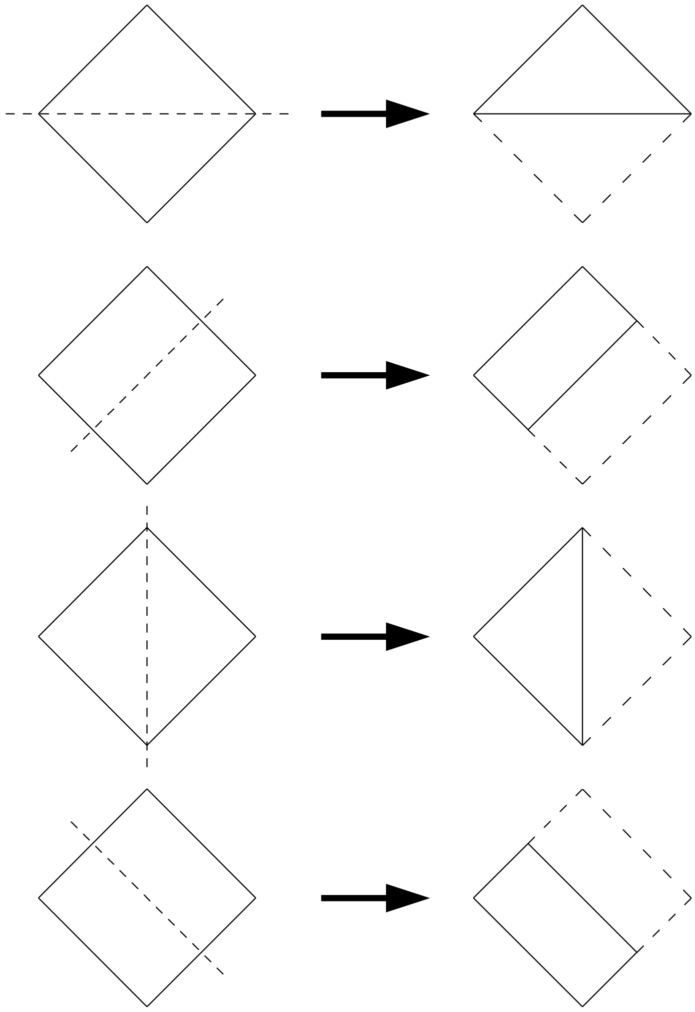
(2) (1) で 「正方形は線対称な図形の仲間」と答えた人のための問題です。「対称の軸」全部探して、右の図に記入してください。



解答

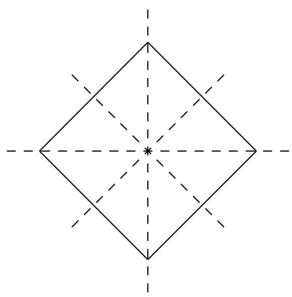
(1) 正方形の図をよく見てくださいね。うまい所に折り目をつけて折ればぴったり重ねることができますよね。つまり、正方形は「線対称な図形」の仲間です。

(2) 次の図を見てください。ぴったり重なるように折る方法は全部で 4 通りあります。

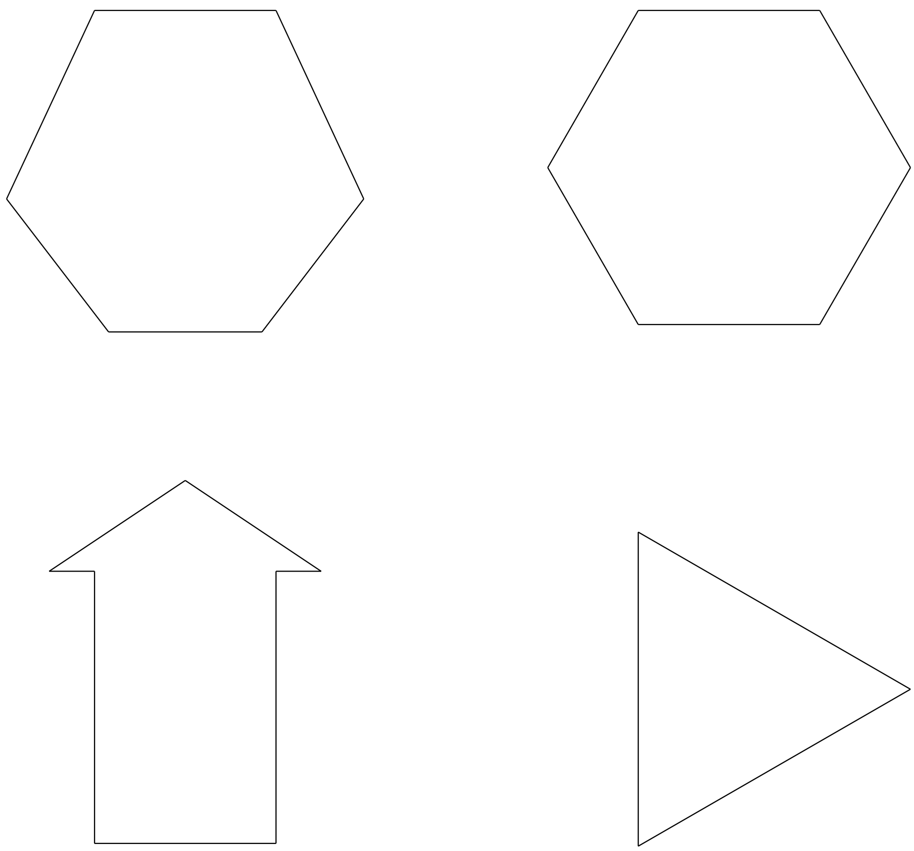


というわけで、正方形には「折り目をつけて折るとぴったり重なる線」が 4 本あるのですから、「正方形には対称の軸は 4 本ある」ということになりますね。

つまり、正方形の対称の軸を全て描くと、右の図のようになります。これがこの問題の答えですね。



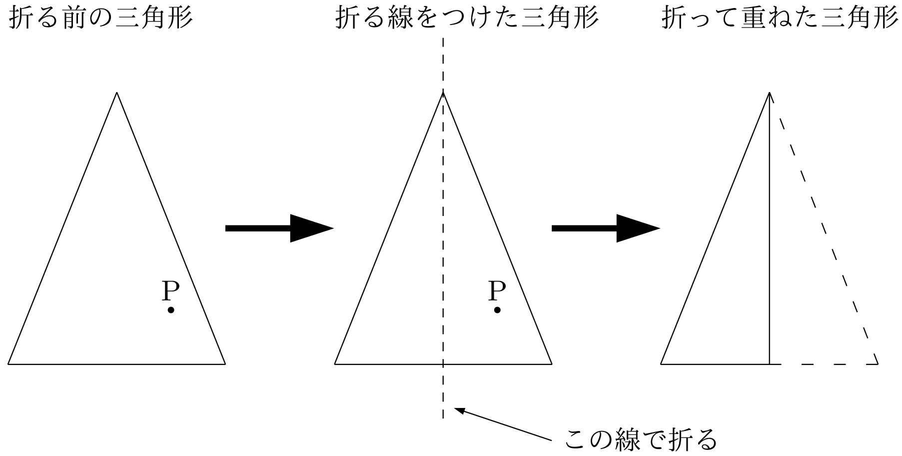
問 10. 以下の図形は全て「線対称な図形」です。「対称の軸」を全て見つけて図に記入しなさい。



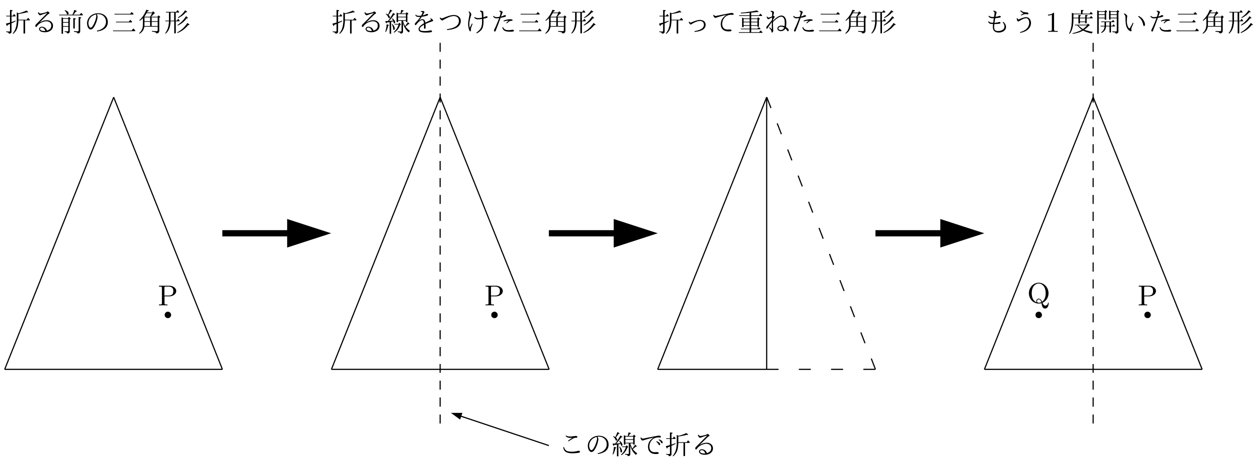
答えを見る

それではこれから、またあなたに、専門用語を覚えてもらうことにしましょう。

では、次の図を見てください。この図は線対称な三角形を、うまい所に折り目をつけて折っていき、ぴったり重なるようにしている所を表しています。



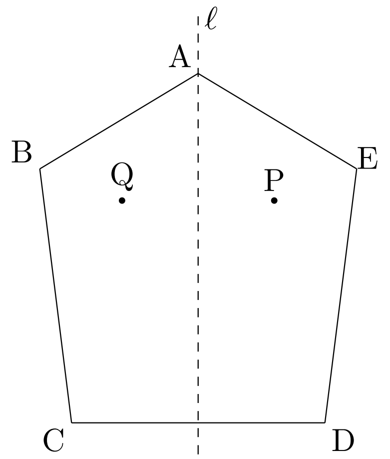
この図の一番左の三角形を見てください。これは「折る前の三角形」です。この三角形の右下のほうに黒い点がついていますね。これはインクでつけた点だと思ってください。また、この点の名前を P としておきます。ところで、インクが乾いてしまう前にこの三角形を折って重ねれば、この点 P が重なる場所にインクが写りますよね。次の図を見てください。



この図の一番右側の三角形は、一度折った三角形をもう 1 度開いてみたものです。この三角形の左下のほうに黒い丸がついていますね。これが「インクが写ってできた点」です。ここでは、この点の名前を Q にしておきましょう。三角形を折る前、三角形の右下のほうにインクで点 P がつけられていたのですが、インクが乾く前に折って重ねると、インクが写る所に点 Q ができたのです。つまり、この線対称な三角形では、点 P と点 Q は折ると重なる点です。対称の軸でこの三角形を折ると、点 P と点 Q は重なるわけです。

このように、線対称な図形を対称の軸で折って重ねたとき、重なる 2 つの点のことを（線対称によって）**対応する点**といったり、2 つの点は対称の軸に関して**線対称な点**であるといいます。

例 1　右の図は線対称な五角形 ABCDE と対称の軸 ℓ を描いたものです。



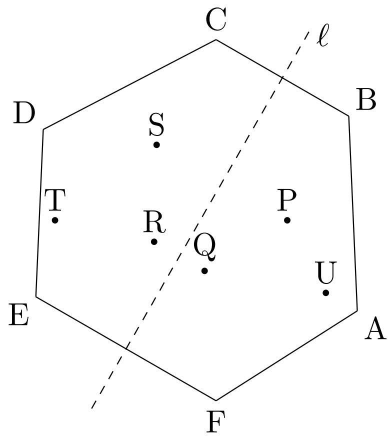
この五角形 ABCDE を対称の軸 ℓ で折って重ねたところを想像してみてください。

頂点 B は頂点 E と重なります。ですから点 B と点 E は対応する点です。

また、頂点 C は頂点 D と重なります。ですから、点 C と点 D は対応する点です。

また、この五角形の中にある二つの点 P と Q も重なります。ですから点 P と点 Q は対応する点です。

問 11.　右の図は線対称な六角形 ABCDEF と対称の軸 ℓ を描いたものです。また、この六角形の中には、6 つの点 P、Q、R、S、T が打ってあります。この図をよく見て、対称の軸 ℓ でこの六角形を折るとどうなるか想像しながら以下の問に答えなさい。

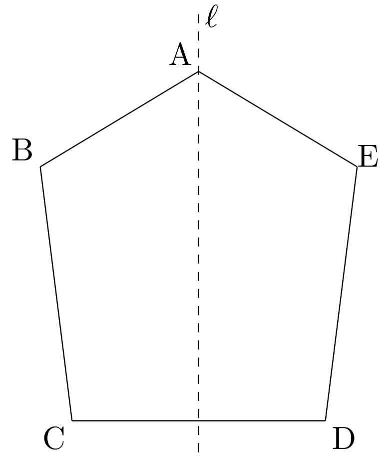


(1) 点 D に対応する点はどれですか。　(2) 点 A に対応する点はどれですか。
(3) 点 F に対応する点はどれですか。　(4) 点 E に対応する点はどれですか。
(5) 点 B に対応する点はどれですか。　(6) 点 C に対応する点はどれですか。
(7) 点 P に対応する点はどれですか。　(8) 点 R に対応する点はどれですか。
(9) 点 T に対応する点はどれですか。　(10) 点 S に対応する点はどれですか。
(11) 点 U に対応する点はどれですか。　(12) 点 Q に対応する点はどれですか。

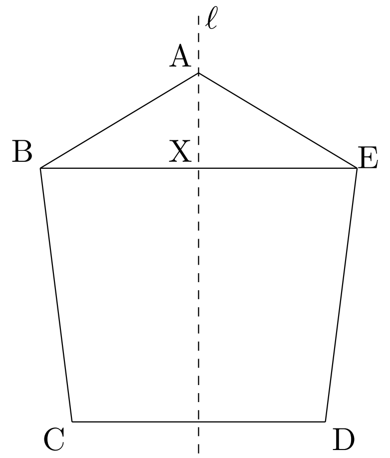
答えを見る

線対称な図形が持っている性質

右の図を見てください。これは線対称な五角形 ABCDE と対称の軸 ℓ を描いたものです。この五角形を対称の軸 ℓ で折ってみると、例えば点 B と点 E が重なります。つまり、点 B と点 E は対応する点です。



ではここで、対応する点 B と点 E をまっすぐな線で結んでみることにしましょう。すると右の図のようになりますね。



ここで、あなたに考えてほしいことがあります。今、対応する点 B と E を結んで線分 BE を作りました。そうすると、図を見るとわかるように、線分 BE と対称の軸 ℓ は交わりますよね。この図では、交わった点の名前を X にしておきました。ではこの図をよく見て考えてください。 2 つ質問をします。

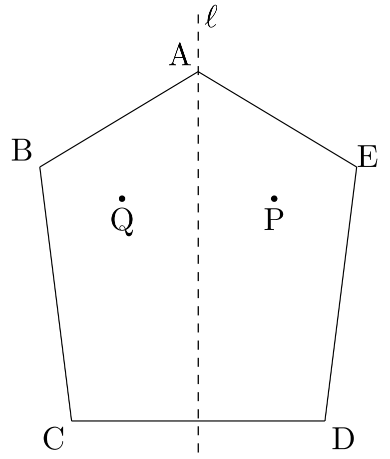
質問 1　対応する 2 つの点 B と E を結んでできた線分 BE と対称の軸 ℓ はどのくらいの角度で交わっているのでしょうか？つまり、$\angle$AXB の大きさは何度なのでしょうか？

質問 2　対応する 2 つの点 B と E を結んでできた線分 BE と対称の軸 ℓ が交わってできた点 X から、対応している 2 つの点 B と E までの距離には何か関係があるでしょうか？つまり、点 X から点 B までの距離と、点 X から点 E までの距離には何か関係があるでしょうか？

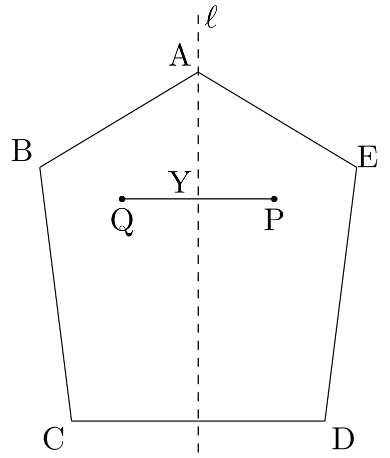
質問の答えをあなたに教える前に、この線対称な五角形を使って、似たようなことをも

う少し考えることにしましょう。

右の図を見てください。これはさっきの線対称な五角形 ABCDE と対称の軸 ℓ です。今度は、この五角形の中に 2 つの点 P と Q が描いてあります。今、この 2 つの点 P と Q は対応する点になっているとしましょう。つまり、この五角形を対称の軸 ℓ で折ってみると、点 P と点 Q は重なるとします。



ではここで、対応する点 P と点 Q をまっすぐな線で結んでみることにしましょう。すると右の図のようになりますね。



ではここで、またあなたに考えてほしいことがあります。今対応する点 P と Q を結んで線分 PQ を作りました。図を見ると、線分 PQ と対称の軸 ℓ は交わっています。図では、交わった点の名前を Y にしておきました。この図をよく見て考えてください。 2 つ質問をします。

質問 3　対応する 2 つの点 P と Q を結んでできた線分 PQ と対称の軸 ℓ はどのくらいの角度で交わっているのでしょうか？つまり、$\angle$AYQ の大きさは何度なのでしょうか？

質問 4　質問 2 : 対応する 2 つの点 P と Q を結んでできた線分 PQ と対称の軸 ℓ が交わってできた点 Y から、対応している 2 つの点 P と Q までの距離には何か関係があるでしょうか？つまり、点 Y から点 P までの距離と、点 Y から点 Q までの距離には何か関係があるでしょうか？

さて、ここまで線対称な図形を使って、「対応する 2 つの点と対称の軸について何か気の利いたこと」がいえそうなのかどうか考えるため、あなたにいくつか質問をしました。

自分なりの考えはまとまりましたか？これから答えをあなたに教えますが、まだ自分の答えが出ていない人は、定規や分度器を持ってきて、さっきの図を使って角度や長さを測ったり、自分でも線対称な図形を描いたりして、色々と測ってみてくださいね。では、自分なりの答えが出た人だけ次を読んでください。

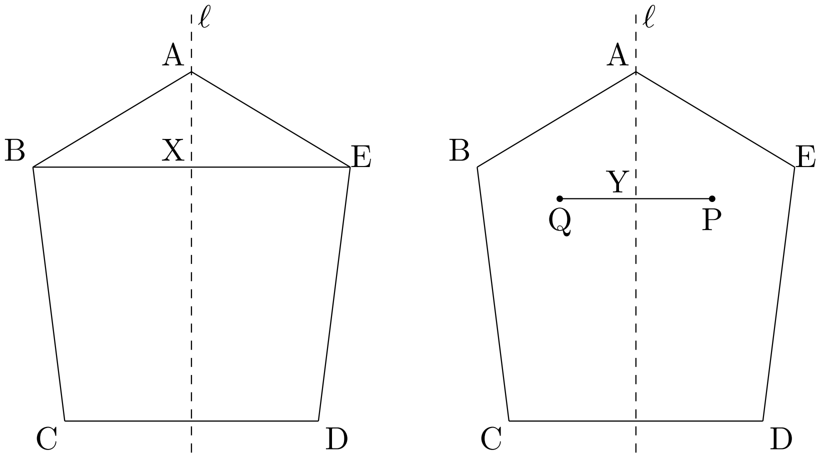
重要な事実：線対称な図形が持っている性質

線対称な図形があり、対称の軸が 1 本決めてあるとします。

(1) この図形の上の自分の好きな所に、2 つの対応する点を決めたとします。この対応する点をまっすぐ結んで線分を作ると、この線分は対称の軸とどこかで交わるのですが、必ず垂直に交わります。

(2) この図形の上の自分の好きな所に、2 つの対応する点を決めたとします。この対応する点をまっすぐ結んで線分を作ると、この線分は対称の軸とどこかで交わるのですが、交わった点から対応する 2 つの点までの距離は必ず同じです。

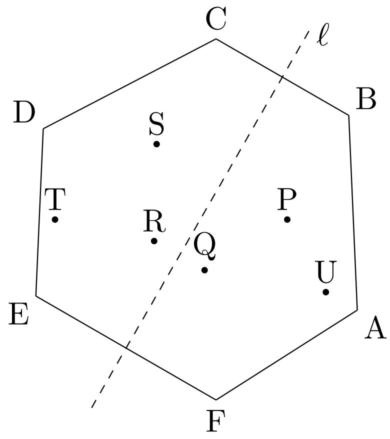
どういうことかわかりましたか？では、念のためさっきまでの質問の答えをあなたに教えることにしましょう。次の図を見てください。



どちらの五角形もさっきの線対称な五角形です。また ℓ は対称の軸です。左の図では対応する 2 つの点 B と E を結び、対称の軸との交点の名前は X としてあります。また右の図では、対応する 2 つの点 P と Q を結び、対称の軸との交点の名前は Y としてあります。重要な事実 (1) のところで説明したように、左の図では、線分 BE と直線 ℓ は垂直に

交わっていますし、右の図では線分 PQ と直線 ℓ は垂直に交わっているのです。また、重要な事実 (2) で説明したように、左の図では、B から X までの距離と E から X までの距離は等しくなっていて、右の図では、P から Y までの距離と Q から Y までの距離は等しくなっているのです。

問 12. 右の図は、線対称な六角形 ABCDEF と対称の軸 ℓ を描いたものです。以下の問に答えなさい。



(1) 点 A と対称な点はどれですか。

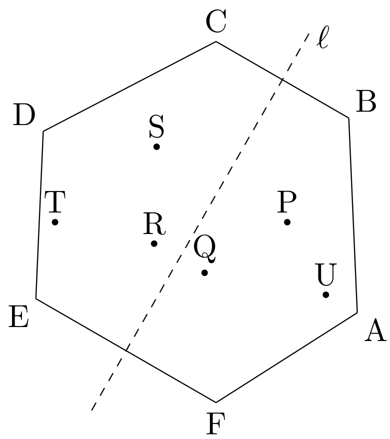
(2) 右の図に、「点 A と、点 A に対称な点を結んでできる線分」を描きなさい。

(3) (2) で描いた線分と対称の軸 ℓ が交わってできる 4 つの角がありますね。その 4 つの角の大きさはそれぞれ何度ですか。念のため分度器で測ってから答えなさい。

(4) (2) で描いた線分と対称の軸 ℓ が交わってできる点がありますね。この点から A までの距離と、この点から点 A に対称な点までの距離は同じですか、違いますか。念のため、定規で測ってから答えなさい。

答えを見る

問 13. 右の図は、線対称な六角形 ABCDEF と対称の軸 ℓ を描いたものです。以下の問に答えなさい。



(1) 点 P と対称な点はどれですか。

(2) 右の図に、点 P と、点 P に対称な点を結んでできる線分を描きなさい。

(3) (2) で描いた線分と対称の軸 ℓ が交わってできる 4 つの角がありますね。その 4 つの角の大きさはそれぞれ何度ですか。念のため分度器で測ってから答えなさい。

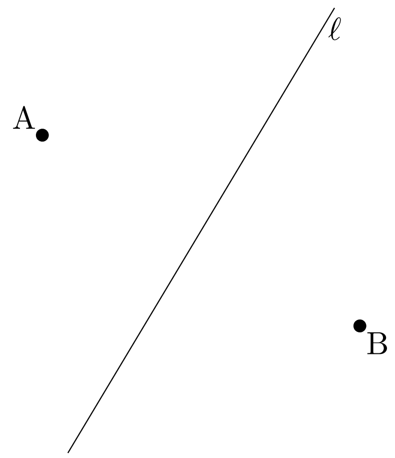
(4) (2) で描いた線分と対称の軸 ℓ が交わってできる点がありますね。この点から P までの距離と、この点から点 P に対称な点までの距離は同じですか、違いますか。念のため、定規で測ってから答えなさい。

答えを見る

線対称とはそもそもどういうことか思い出して、ある点に関して対称な点を探してみよう

まず、あなたに思い出してもらいたいことがあります。線対称な図形が持っている性質のことです。たしか、線対称な図形では、「対応する 2 つの点を結んでできる線分は、必ず対称の軸と垂直に交わる」という性質と、「対応する 2 つの点を結んでできる線分と対称の軸との交点から、対応する 2 つの点までの距離は同じである」という性質があるのでしたね。

ところで、対応する 2 つの点のうち、1 つしか場所がわかっていないとき、もう 1 つの点（つまり相手の点）の場所を探すにはどうすればよいでしょうか。

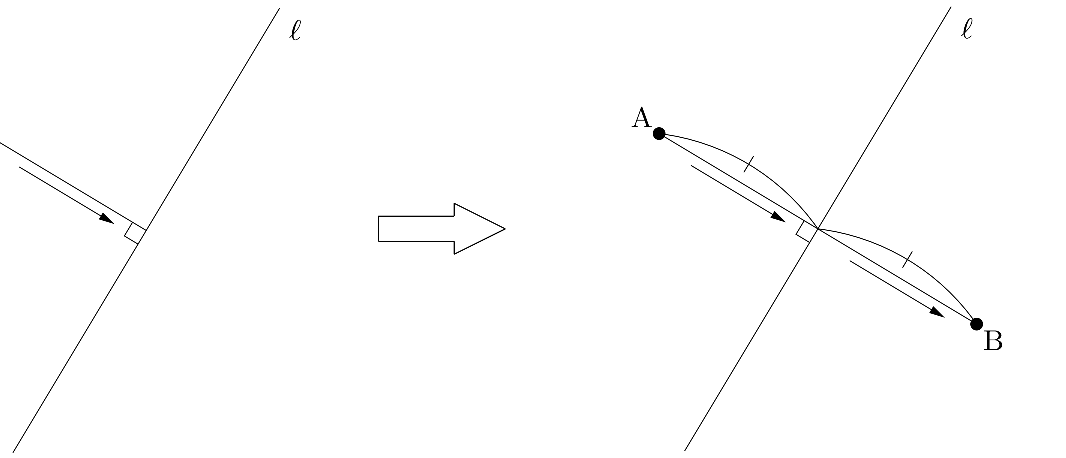


右の図を見てください。この図は、点 A と点 B が対称の軸 ℓ に関して線対称になっている所を描いたものです。ですから、対称の軸 ℓ を折り目にして折ってみると、点 A と点 B は重なるわけです。では、もし対応する 2 つの点のうち、例えば点 A の場所しかわかっていなかったら、点 B の場所を探すにはどうすればよいのでしょうか。対称の軸 ℓ で折ったとき、点 B は、点 A が重なるところにあるのですから、インクを点 A につけておいて本当に折ってみれば、インクが写ったところが点 B の場所ということになりますね。もちろん、このようにして、点 B の場所を探すこともできます。しかし、線対称な 2 つの点が持っている性質を思い出すと、インクを使ったり紙を折ったりしなくても、次のようにすれば良いのではないでしょうか。どういう方法かというと、

まず点 A から対称の軸 ℓ へ向かって ℓ に垂直に進む。そして、ℓ についたら、向きを変えないでそのまままっすぐ、同じ距離進む。

という方法です。

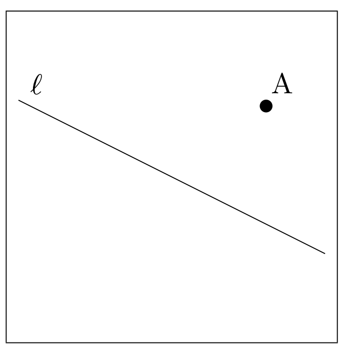
次の図を見てください。この図は、今説明したように、「点 A から対称の軸 ℓ へ向かって ℓ に垂直に進む。そして、ℓ についたら、向きを変えないでそのまままっすぐ、同じ距離進む。」という方法で点 B を見つけていることを表しています。



点 A から対称の軸 ℓ へ向かって ℓ に垂直に進む　　　向きを変えないでそのまままっすぐ、同じ距離進むと B が見つかる

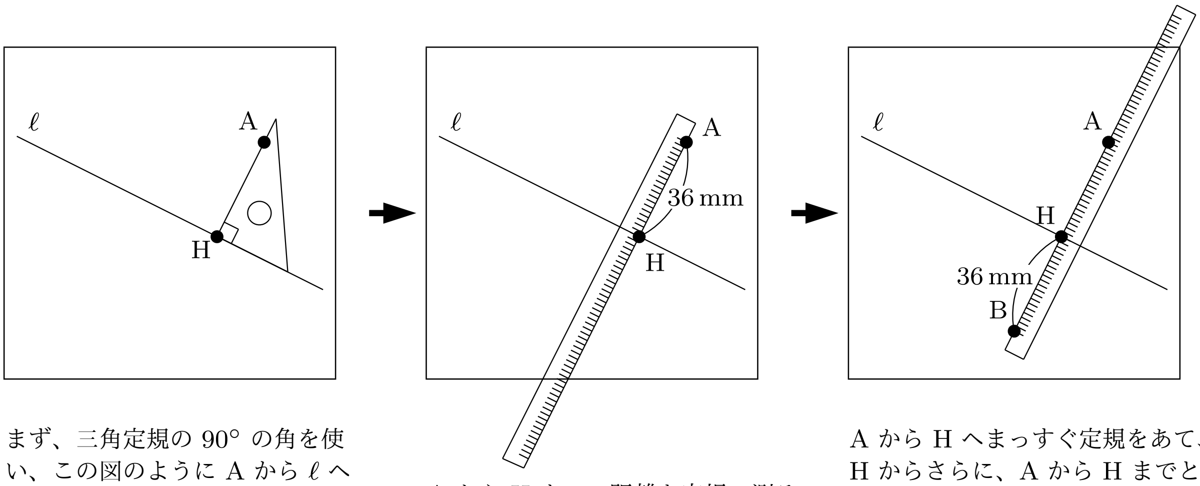
もう 1 度言います。ある直線に関して線対称な 2 つの点のうち片方の点の場所しかわかっていないとき、もう片方の点の場所を知りたければ、**まず場所のわかっている点から直線に向かって直線につくまで直線に垂直に進み、そのまま向きを変えないでまっすぐ同じ距離だけ進む**ということをすればよいのです。このことが理解できたら、対応する（相手の）点を見つける練習をして見ることにしましょう。

例題 6　右の図で直線 ℓ は、対称の軸となるものとします。三角定規や目盛りの付いた定規を使い、ℓ に関して点 A と線対称な点 B の場所をつきとめ点を打ちなさい。



解答

この場合は次の図のようにすればよいですね。

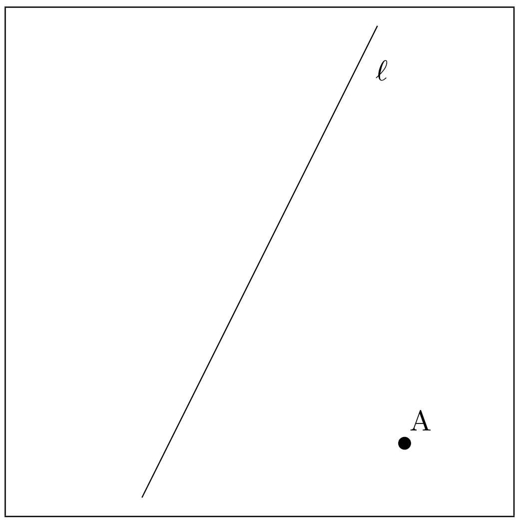


まず、三角定規の 90° の角を使い、この図のように A から ℓ へ向かって垂直になるような点 H を探す。

A から H までの距離を定規で測る。この図では例えば、36 mm になっているとした。

A から H へまっすぐ定規をあて、H からさらに、A から H までと同じ距離進む。そうすると B が見つかる。

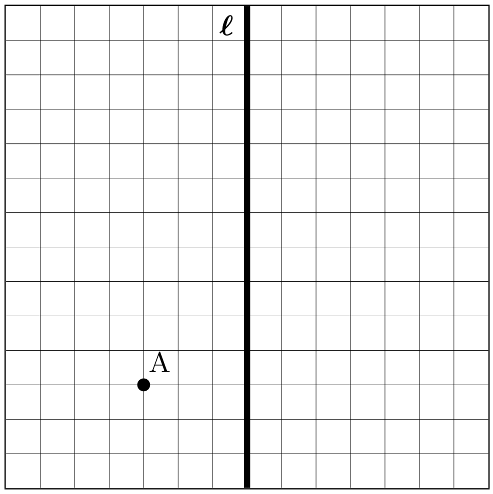
問 14. 右の図で直線 ℓ は対称の軸になっているとします。普通の定規と三角定規を使って点 A に対応する (相手の）点 B の場所をつきとめ、点を打ちなさい。



答えを見る

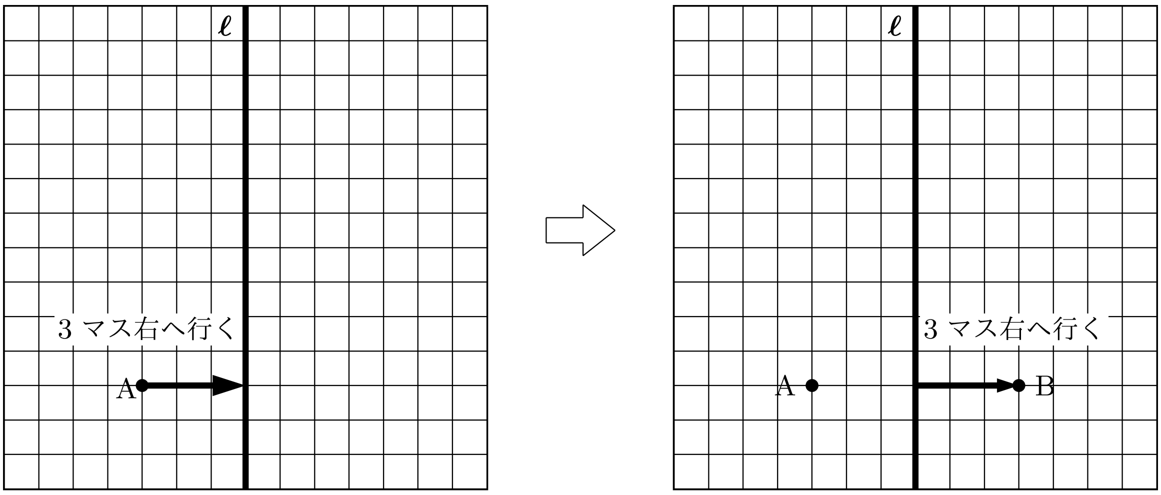
今度はマス目が付いている場合の練習をしましょう。

例題 7　右の図で直線 ℓ は、対称の軸になっているとします。点 A に対応する (相手の）点 B の場所をつきとめて点を打ちなさい。



解答

　マス目がついている場合、マス目をうまく数えると定規を使わなくても線対称な点を見つけることができる場合があります。特に、対称の軸がマス目に沿っていて、この問題のように縦になっていたり、この問題とは違いますが対称の軸が横になっている場合はとても簡単です。次の図を見てください。



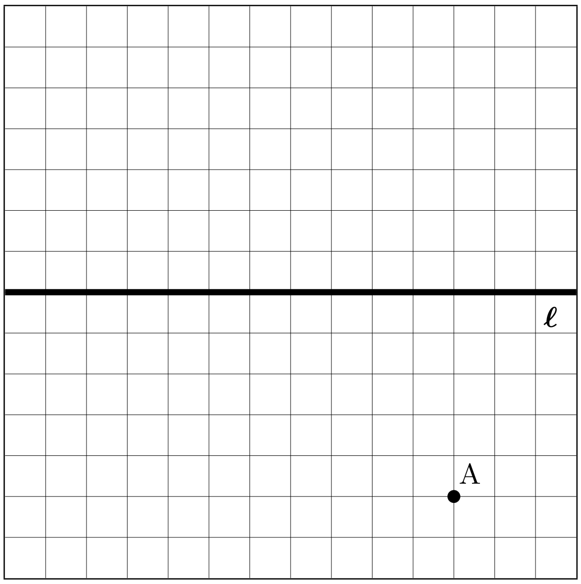
A から ℓ へ垂直に向かうが、この場合は横に進めばよい。横に何マス進めばよいのか数えておく。

A から ℓ へ移動したやり方と同じやり方で、今度は ℓ からさらに移動する。そうすると、点 A に対応する点 B に到着する。

　この図をみるとわかるように、この問題の場合は、横に進めば対称の軸 ℓ と垂直にぶつかります。このとき何マス進めばよいのか数えておくのです。この問題では、まず A か

ら ℓ へ行くために右へ 3 マス進むわけです。そして ℓ についたら、さらにそこから、右へ 3 マス進めば A に対称な点 B が見つかるわけですね。

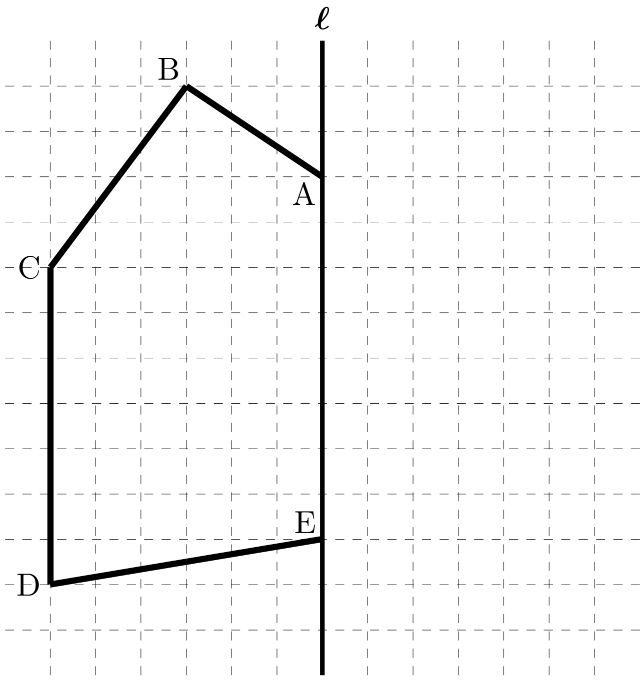
問 15.　右の図で直線 ℓ は、対称の軸になっているとします。点 A に対応する (相手の）点 B の場所をつきとめて、点を打ちなさい。



答えを見る

線対称な図形の性質を利用して、線対称な図形を描いて見よう

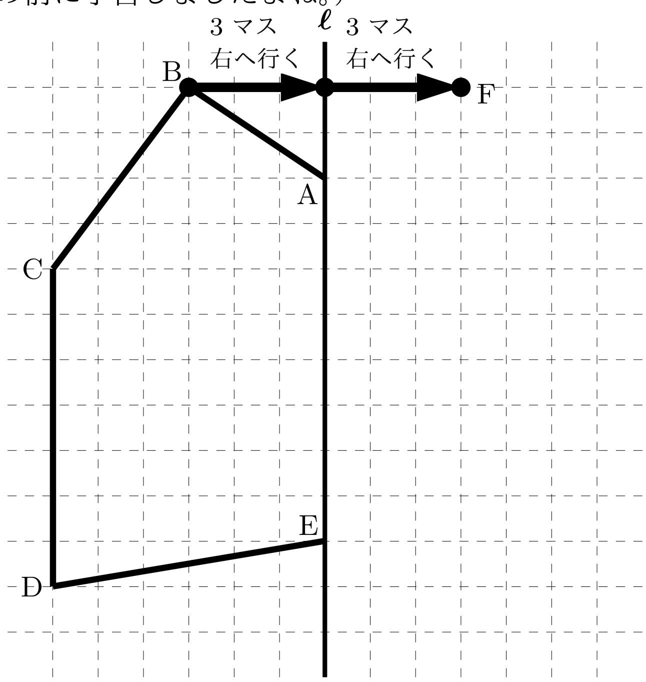
例題 8　ある人が線対称な図形を描こうとしていました。右の図は、この人が考えている図形を途中まで描いたものです。残りをあなたが考え、直線 ℓ が対称の軸になるように、線対称な図形を完成してください。



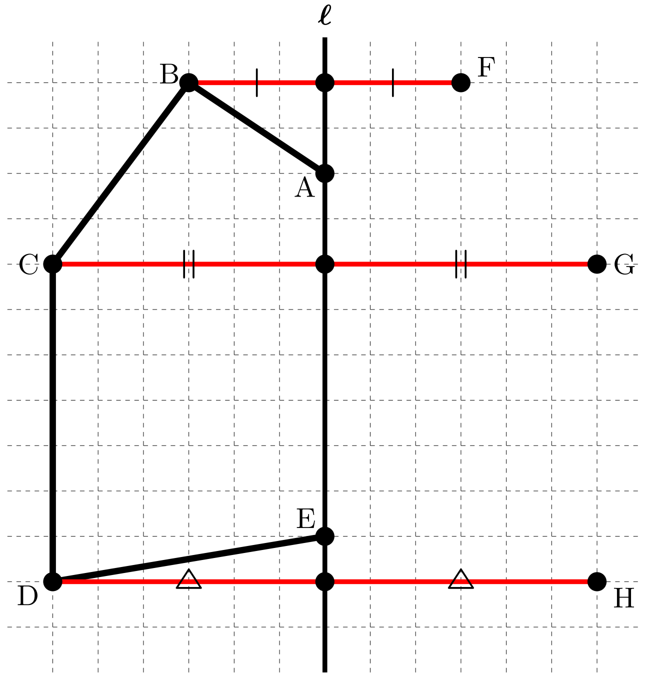
解答

途中までしか出来ていないこの図形の上には、5 つの頂点 A、B、C、D、E があります。この線対称な図形が完成すれば、これらの点に対応する点が出てくるはずです。ですから、まず、この 5 つの頂点に対応している点たちを探すことにしましょう。（対応する点の探し方は大丈夫ですよね。この例題の前に学習しましたよね。）

例えば、頂点 B に対応する点を探すと右の図のようになります。ここでは、B に対応する点の名前を F にしておきました。



同じようにして、A や C、D、E に対応する点を探しましょう。すると右の図のようになりますね。ここでは、C に対応する点の名前を G にしました。また、D に対応する点の名前を H にしました。また、A に対応するは A ですし、E に対応するは E ですよね。

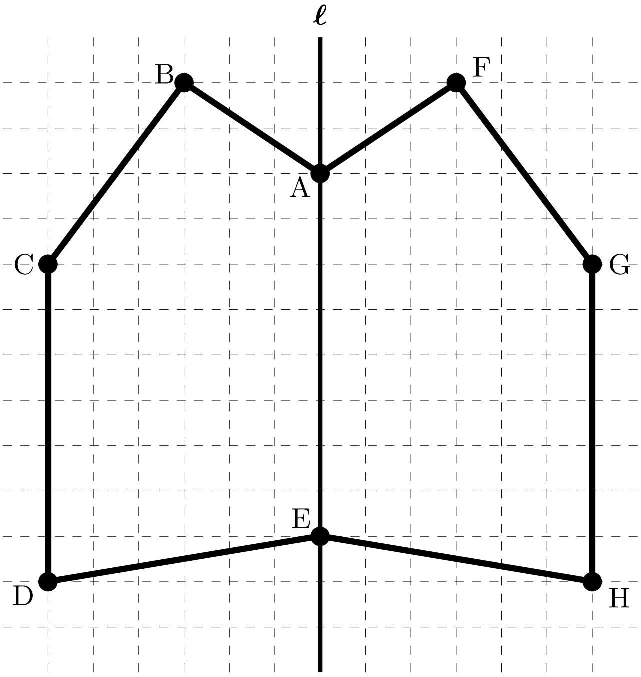


図形を完成する前に、ここで少し補足をしておきます。この図では対応する点どうしを赤い線で結んでみました。対応する点を結んでできる線分と対称の軸は垂直に交わり、しかも対称の軸から、2 つの対応する点までの距離は等しくなることがわかりますね。（この図では、まっすぐな線の上に、△、|、|| というマークがつけられているところがありますが、長さが等し

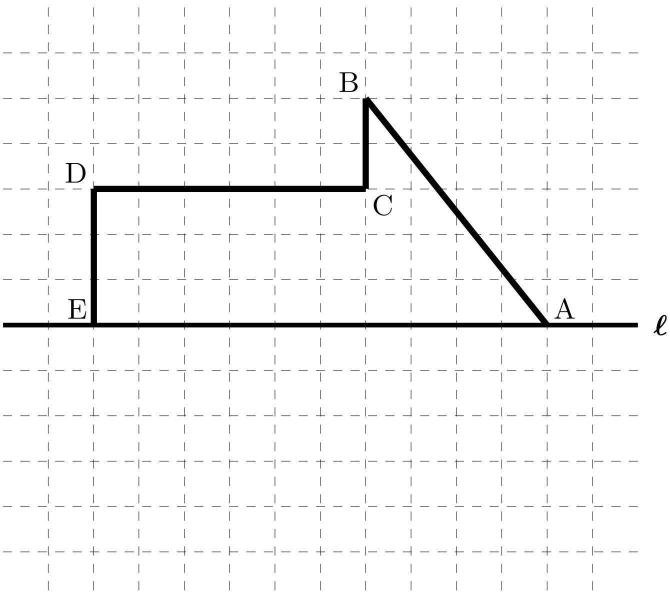
い所には同じマークが付けられています。）

ここまでくれば、あと 1 歩で完成です。後は今見つけた頂点たちをまっすぐ結んでいけばよいですね。この図をよく見てください。もともと A は B とつながって辺 AB ができていました。ということは、対応する点のほうで考えれば、A と F がつながって辺 AF ができるということですね。

このように考えて、さっき見つけた点たちを結んでみましょう。そうすると右のようになります。これで完成ですね。

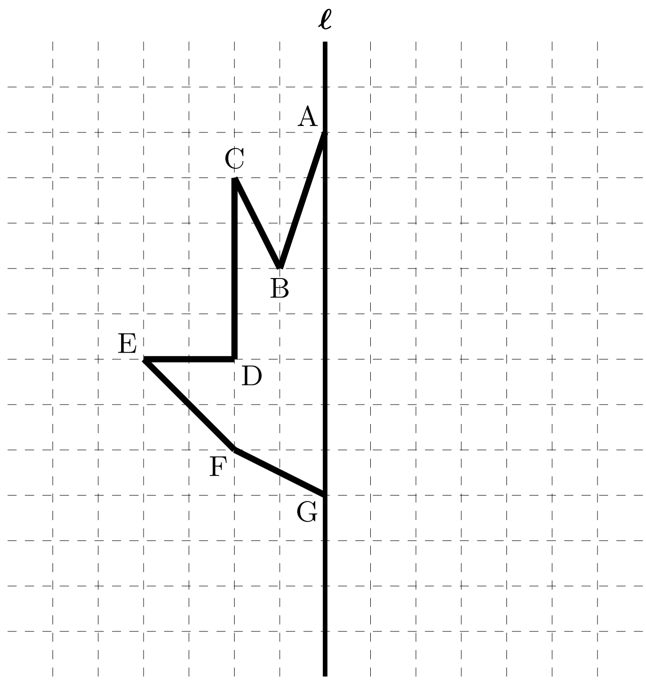


問 16.　ある人が線対称な図形を描こうとしていました。右の図は、この人が、考えている図形を途中まで描いたものです。残りをあなたが考え、直線 ℓ が対称の軸になるように、線対称な図形を完成してください。



答えを見る

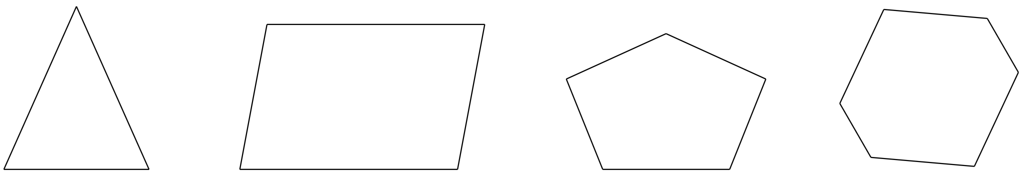
問 17. ある人が線対称な図形を描こうとしていました。右の図は、この人が考えている図形を途中まで描いたものです。残りをあなたが考え、直線 ℓ が対称の軸になるように、線対称な図形を完成してください。



答えを見る

1.3.2　対称にも色々あるその 2：点対称とは

これまで「線対称な図形」の学習をしてきましたが、これから「線対称」とは違う種類の「対称」について学びます。ではまたここで、前に見た、「つりあいのとれた」図形たちに登場してもらいましょう。次の図を見てください。



実は、この図に出てくる四角形と六角形には共通の特徴があるのです。共通の特徴って何なのかわかりますか？では 5 分待ちます。自分の頭を使って考えてみてください。

・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

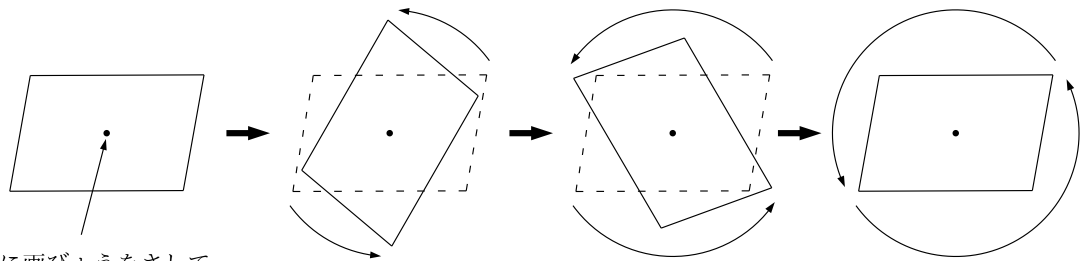
・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・

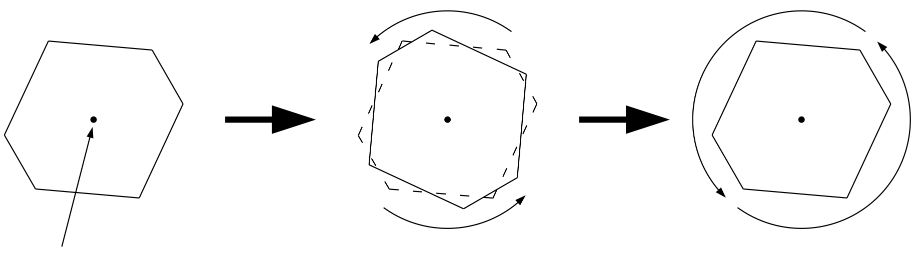
・・・・・・・・・・・・・・・・・・

はい 5 分たちました。考えはまとまりましたか？では、答えを教えることにしましょう。この図に出てくる四角形と六角形が紙でできていると思ってください。すると、どれもみな、うまい所に画びょうをさし、画びょうを中心 180° 回転させると、もとあった場所にぴったり重ねることができるという特徴をもっているのです。どういうことか図を使って説明しましょう。

まず、四角形です。次の図のように画びょうをさして、180° 回転させるとぴったり重なります。



次は六角形です。次の図のように画びょうをさして、180° 回転させるとぴったり重なります。



どうですか？どういうことかわかりましたか？初めの図に出てきた四角形と六角形は、うまい所に画びょうをさし、画びょうを中心に 180° 回転させると、ぴったり重ねること

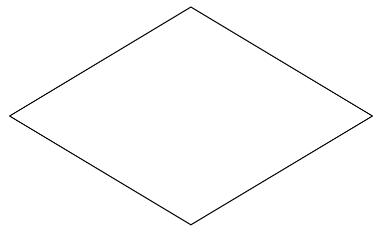
ができるのです。（しかし、初めの図に出てきた三角形と五角形はどんなにがんばっても、このようなことはできません。どこに画びょうをさして 180° 回転させても、ぴったり重ねることはできないのです。）

それではここで、あなたに専門用語を覚えてもらうことにしましょう。

点対称な図形とは

平面の中に、何か図形があるとします。さっきまで説明してきたように、この図形のうまい所に画びょうをさし、画びょうを中心に 180° 回転させると、ぴったり重ねることができるとします。このような図形のことを**点対称な図形**といいます。また、画びょうをさした場所のことを**対称の中心**と呼びます。

例題 9　右の図を見てください。これは、4 つの辺の長さが全て等しい四角形で「ひし形」と呼ばれています。この「ひし形」について以下の問に答えなさい。



(1)　この「ひし形」のどこかうまい所に画びょうをさして画びょうを中心に 180° 回転させ、もととぴったり重ねることができますか？

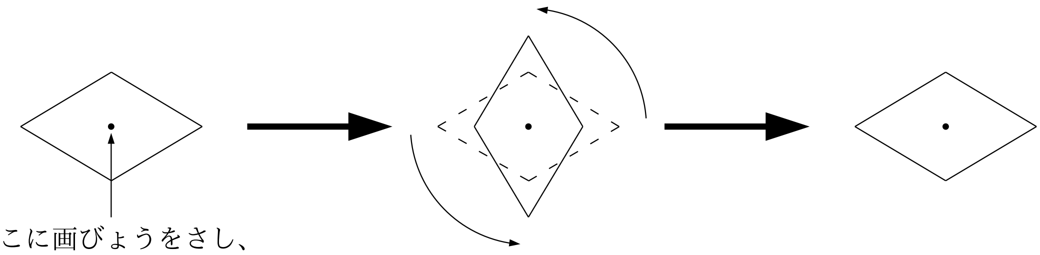
(2)　この「ひし形」は点対称な図形の仲間ですか？

(3)　(2) でこの「ひし形」は「点対称な図形の仲間である」と思った人のための質問です。あなたは、この「ひし形」は「うまい所に画びょうをさして、画びょうを中心に 180° 回転させると、もととぴったり重ねることができる」と思っているのですね。それでは、「画びょうをさすうまい場所」ってどこにあるのですか？また「画びょうをさすうまい場所」は 1 ヵ所だけですか？それとも何ヶ所かあるのですか？あるだけ全部見つけて、どこにあるのか教えてください。

(4)　対称の中心は何個ありますか。

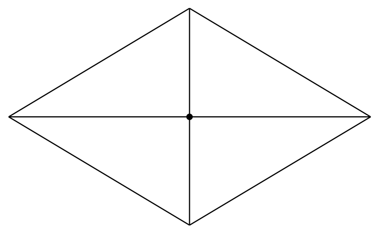
解答

(1) 例えば、次の図のように画びょうをさして、画びょうを中心に 180° 回転させれば、もともとぴったり重なりますね。



(2) 「うまい所に画びょうをさし、画びょうを中心に 180° 回転させると、もととぴったり重なる図形」のことを「点対称な図形」というのでしたね。(1) の答えがわかった人は自信を持って、「このひし形は点対称な図形の仲間だ」ということができますね。

(3) 「このひし形は点対称な図形の仲間だ」と思った人のために説明をします。さっき、(1) の説明では、ひし形の「真ん中」に画びょうをさしましたね。でも「ひし形の真ん中」ってかなりいいかげんな言い方ですよね。「ひし形の真ん中」って一体どこなのでしょう。そこで、(1) の説明で画びょうをさした場所をはっきりさせることにしましょう。そのために、このひし形に対角線を引いてみることにします。（もちろん対角線は 2 本あるんですよ。）

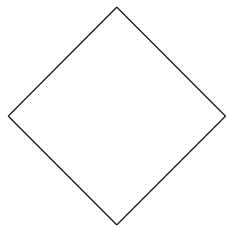


右の図をみてください。ひし形に 2 本の対角線を引いてみました。もう気づいているかもしれませんが、実は、画びょうをさした場所って、2 本の対角線の交点ですよね。ここに画びょうをさして 180° 回転させれば、もととぴったり重りますよね。ここから少しでも離れた場所に画びょうをさしてしまうと、180° 回転

させてみても、きっと、もととずれてしまいますね。ですから、「「画びょうをさすうまい所」はきっと 1 ヶ所だけですね。（あなたも、紙と鉛筆と定規とコンパスとハサミを用意して実際にひし形を紙から切り抜いて作り、画びょうをひしがたのいろいろなところにさして、くるっと 180° 回転して試してください。）

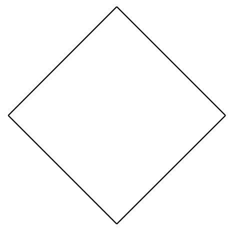
(4) 「うまい場所に画びょうをさして、画びょうを中心に 180° 回転させると、もととぴったり重なるようなうまい場所」 のことを「対称の中心」と呼ぶのでしたね。(3) までが理解できた人は、「対称の中心は 1 個」と答えることができますね。

例題 10　右の図を見てください。これは、4 つの辺の長さが全て等しいだけではなく、4 つの角の大きさが全て等しくなっている四角形で「正方形」と呼ばれています。この「正方形」について以下の問に答えなさい。



(1)　正方形は「点対称な図形の仲間」ですか？

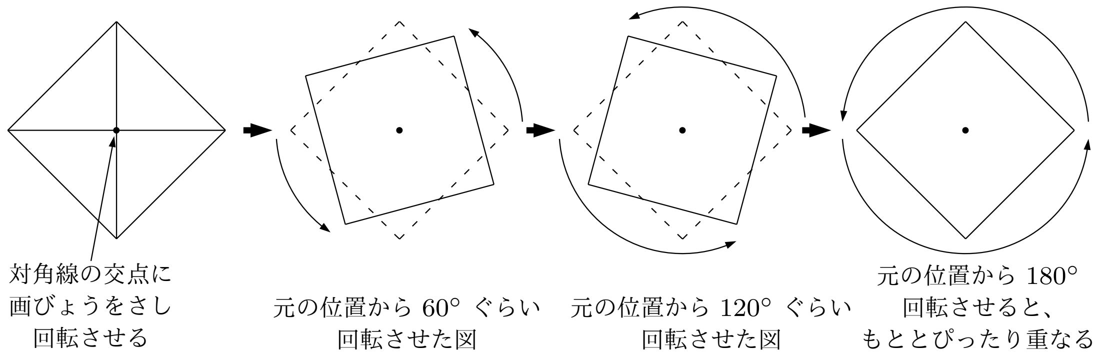
(2)　(1) で 「正方形点対称な図形の仲間である」と答えた人のための問題です。「対称の中心」全部探して、右の図に記入してください。ただし、誰が見てもその場所がはっきりとわかるように、説明の文を書いたり、説明のための補助となる線を描きなさい。



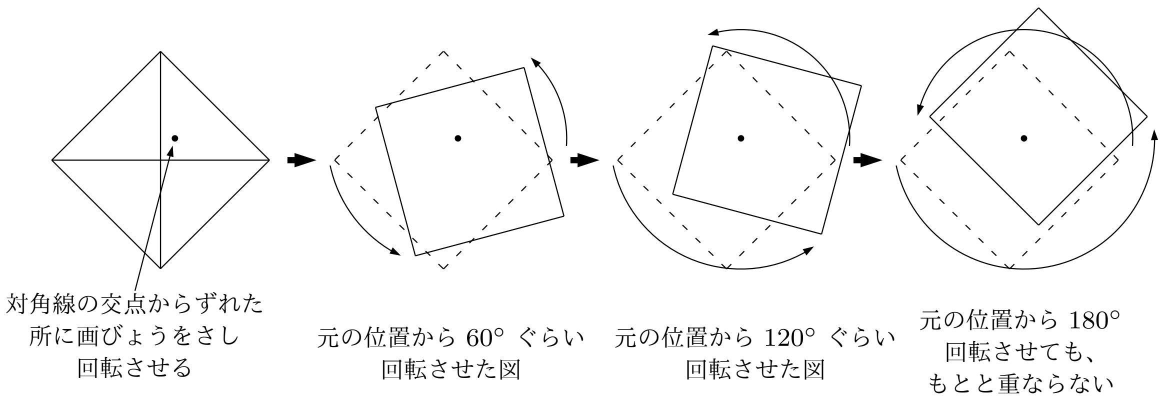
解答

(1) 正方形の図をよく見てくださいね。きっと、うまい所に画びょうをさして、画びょうを中心に 180° 回転させれば、もととぴったり重なりますよね。ですからきっと、正方形は「点対称な図形」の仲間ですね。

(2) 次の図を見てください。対角線の交点に画びょうをさし、画びょうを中心に 180° 回転させている所を描いたものです。

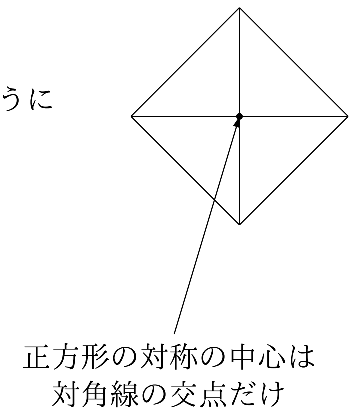


次の図は、対角線の交点から少し外れた所に画びょうをさし、画びょうを中心に 180° 回転させた所を描いたものです。

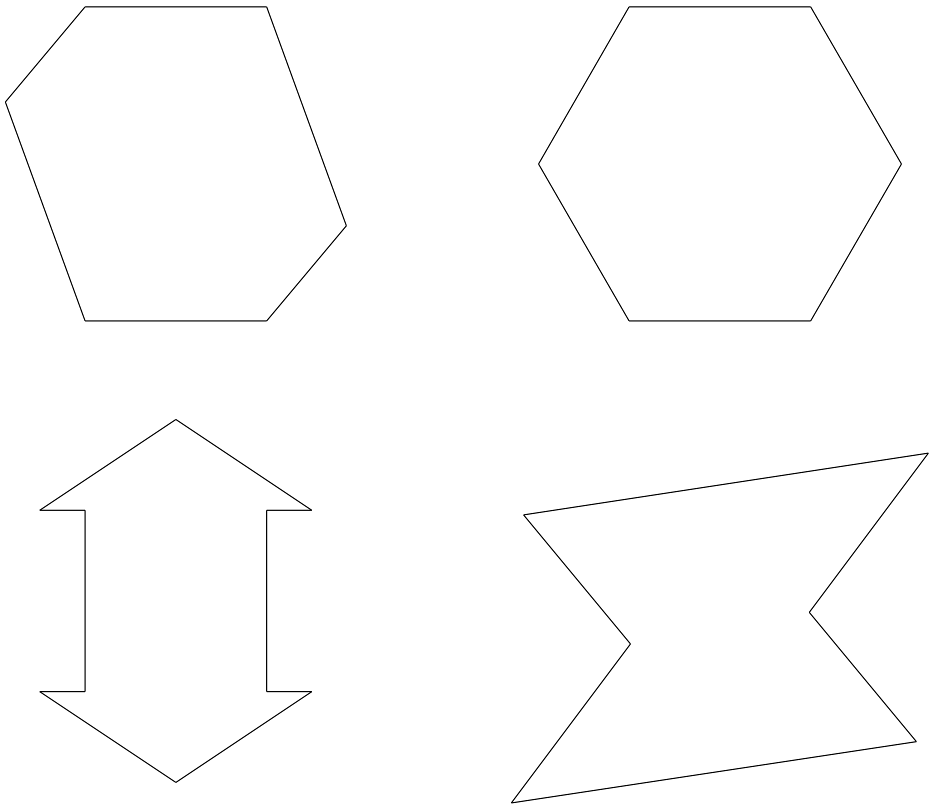


この図のように、画びょうをさすところが、対角線の交点から少しでもずれてしまうと、180° 回転させても、もとと重ならないのです。ですから、対称の中心は 1 つしかありません。対角線の交点だけなのです。

つまり正方形の対称の中心を図に描くと、右の図のようになります。

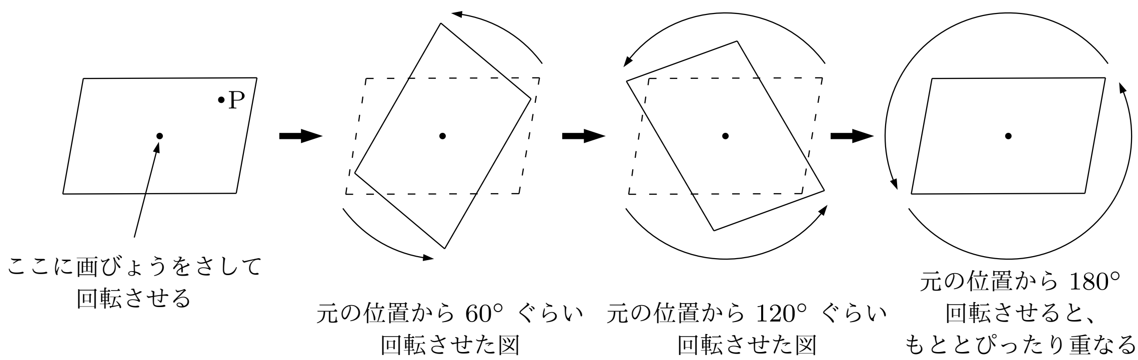


問 18. 以下の図形は全て「点対称な図形」です。「対称の中心」を全て見つけて図に記入しなさい。



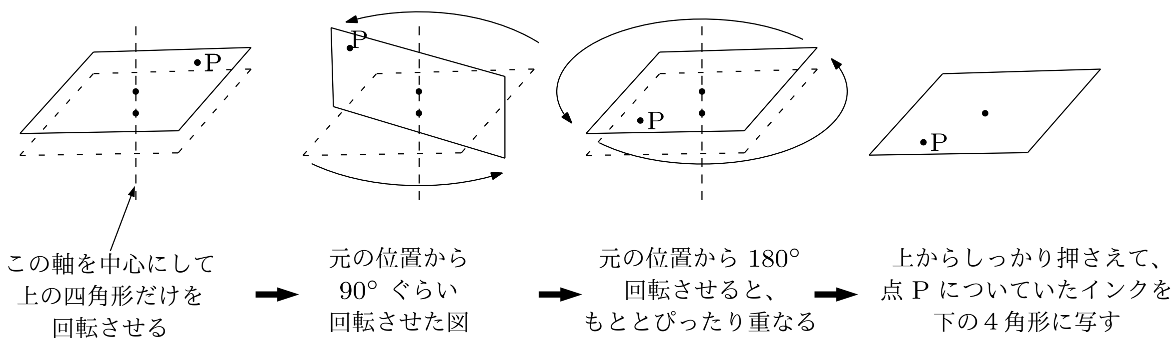
答えを見る

それではこれから、またあなたに専門用語を覚えてもらうことにしましょう。では、次の図を見てください。この図は点対称な四角形を、うまい所に画びょうをさして 180° 回転し、もととぴったり重なるようにしている所を表しています。



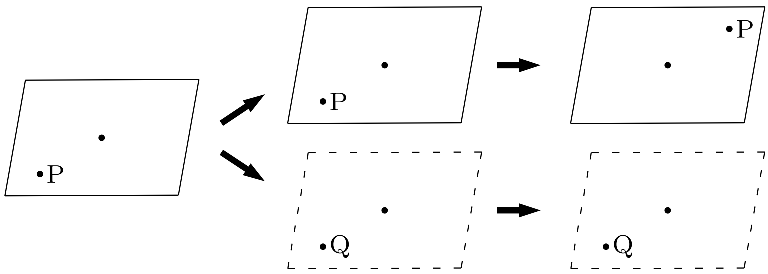
ここでは話をわかりやすくするために、次のように考えることにしましょう。この図では初め、つまり一番左の状態では、紙でできた、同じ形、同じ大きさの四角形が 2 枚用意してあって、その 2 枚の四角形はずれないようにぴったり重ねられていたと思ってください。そして、2 枚の四角形のうち、上の三角形だけを画びょうを中心として回転させていったのだと思ってください。ですからこの図では、点線で描いてある四角形が下に置いた四角形で、実線で描いた四角形が上に置いた四角形です。

では、もう 1 度初めの状態、つまり図の一番左を見てください。四角形の右上のほうに黒い点がついていますね。この図では点 P という名前をつけてあります。この点 P は、2 枚重なっている四角形のうち、上の四角形だけに、四角形の裏側にインクでつけた点です。ところで、インクが乾く前にこの四角形を 180° 回転させ、最後に上からしっかり押さえると、下の四角形では、点 P が重なる所にインクが写りますね。それがどこなのか、次の図で確認することにします。



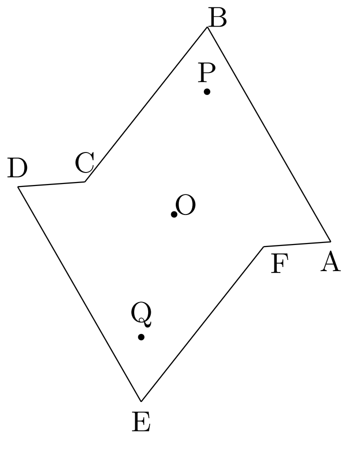
この図を見るとわかるように、インクでつけた点 P は、初めは四角形の右上にありましたが、180° 回転させると左下に移動します。そして紙でできた 2 枚の四角形を上から押さえると、インクが下の四角形形に写るわけです。しっかり押さえることにより下の四角形に写った点を、ここでは点 Q と呼ぶことにします。

それではまず、しっかり押さえて重なった 2 枚の四角形を、向きが変わらないようにしてはがしてみることにします。そしてさらに、上の四角形だけもとの向きに戻すことにします。すると次の図ようになりますね。



重なっている 2 枚の四角形　　向きを変えずにはがされた 2 枚の四角形　　上の四角形だけをもとの向きに戻す

この図の一番右を見てください、実線で描かれている上の四角形は、結局、180° 回転する前の四角形ですね。また、点線で描かれている下の四角形は、上に重ねてあった四角形を画びょうを中心に 180° 回転してから上から押さえて写しを取って、上の四角形のコピーを作ったものと考えられるわけです。ですから、下の四角形は、上の四角形を画びょうを中心に 180° 回転したものと思ってよいわけです。そう考えると、画びょうを中心に四角形を 180° 回転することにより、点 P は点 Q に移動したことになります。言い方を少し変えると、「点 P は、画びょうを中心として 180° 回転させると、点 Q に重なる」ということです。このように、点対称な図形を対称の中心の周りに 180° 回転させたとき、重なる 2 つの点のことを（点対称によって）**対応する点**といったり、2 つの点は対称の中心に関して**点対称な点**であるといいます。



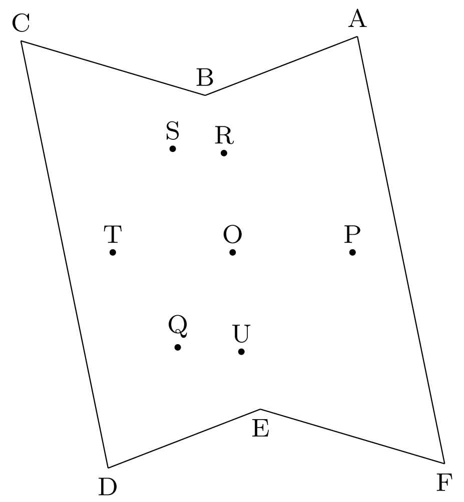
例 2　右の図は点対称な図形 ABCDEF と対称の中心 O を描いたものです。この図形 ABCDEF を対称の中心 O の周りに 180° 回転してみましょう。

頂点 B は頂点 E と重なります。ですから点 B と点 E は対応する点です。

また、頂点 C は頂点 F と重なります。ですから、点 C と点 F は対応する点です。

また、この図形の中にある二つの点 P と Q も重なります。ですから点 P と点 Q は対応する点です。

問 19. 右の図は点対称な図形 ABCDEF と対称の中心 O を描いたものです。また、この図形の中には、6 つの点 P、Q、R、S、T、U が打ってあります。この図をよく見て、この図形を対称の中心 O の周りに 180° 回転させるとどうなるか想像しながら以下の問に答えなさい。

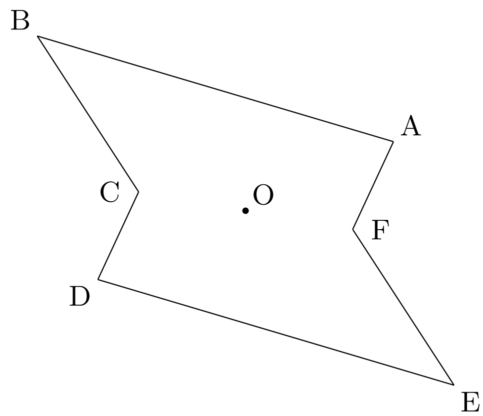


(1) 点 D に対応する点はどれですか。
(2) 点 A に対応する点はどれですか。
(3) 点 F に対応する点はどれですか。
(4) 点 E に対応する点はどれですか。
(5) 点 B に対応する点はどれですか。
(6) 点 C に対応する点はどれですか。
(7) 点 P に対応する点はどれですか。
(8) 点 R に対応する点はどれですか。
(9) 点 T に対応する点はどれですか。
(10) 点 S に対応する点はどれですか。
(11) 点 U に対応する点はどれですか。
(12) 点 Q に対応する点はどれですか。

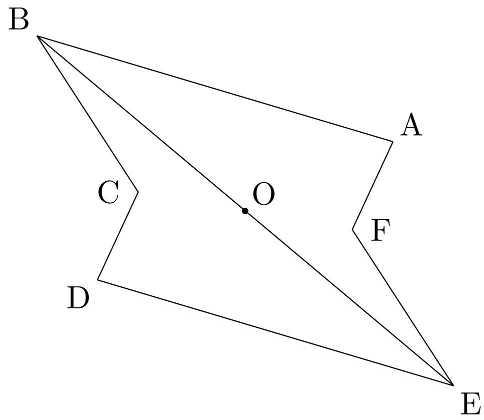
答えを見る

点対称な図形が持っている性質

右の図を見てください。これは点対称な六角形 ABCDEF と対称の中心 O を描いたものです。この六角形を対称の中心 O の周りに 180° 回転してみるとどうなるのか想像してみてください。例えば点 B と点 E は重なりますよね。つまり、点 B と点 E は対応する点です。



　ではここで、対応する点 B と点 E をまっすぐな線で結んでみることにしましょう。すると右の図のようになりますね。ここであなたに考えてほしいことがあります。この図をよく見て考えてください。２つ質問をします。

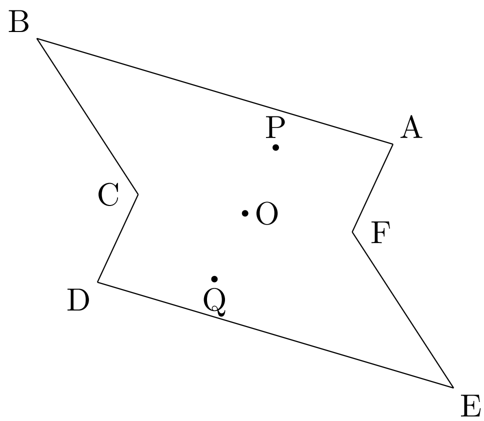


質問１　この図を見ると、対応する 2 つの点 B と E を結んでできた線分 BE は対称の中心 O を通っているように見えますが、本当に対称の中心を通るのでしょうか？

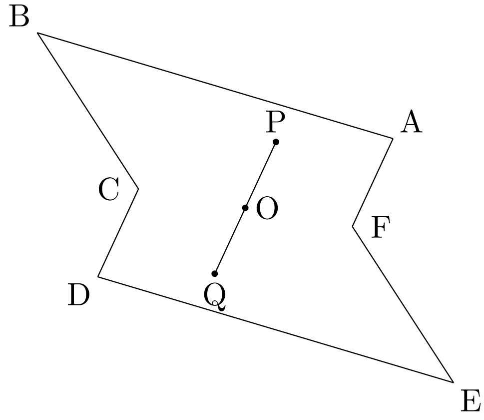
質問２　対称の中心 O から、対応する 2 つの点 B と E までの距離は同じでしょうか、それとも違っているでしょうか。つまり、点 O から点 B までの距離と、点 O から点 E までの距離は同じなのでしょうか？

　質問の答えをあなたに教える前に、この点対称な六角形を使って、似たようなことをもう少し考えることにしましょう。

　右の図を見てください。これはさっきの点対称な六角形 ABCDEF と対称の中心 O です。今度は、この六角形の中に 2 つの点 P と Q が描いてあります。この 2 つの点 P と Q は対応する点になっているとしましょう。つまり、この六角形を対称の中心 O の周りに 180° 回転させると、点 P と点 Q は重なるとします。



　ではここで、対応する点 P と点 Q をまっすぐな線で結んでみることにしましょう。すると右の図のようになりますね。ここで、またあなたに考えてほしいことがあります。この図をよく見て考えてください。 2 つ質問をします。



質問 3　この図を見ると、対応する 2 つの点 P と Q を結んでできた線分 PQ は対称の中心 O を通っているように見えますが、本当に対称の中心を通るのでしょうか？

質問 4　対称の中心 O から、対応する 2 つの点 P と Q までの距離は同じでしょうかそれとも違っているでしょうか。つまり、点 O から点 P までの距離と、点 O から点 Q までの距離は同じなのでしょうか？

　さて、ここまで点対称な図形を使って、「対応する 2 つの点と対称の中心について何か気の利いたこと」がいえそうなのか考えるため、あなたにいくつか質問をしました。自分なりの考えはまとまりましたか？これから答えをあなたに教えますが、まだ自分の答えが出ていない人は、定規を持ってきて、さっきの図を使ったり自分で図を描いたりして、色々と測ってみてくださいね。では、自分なりの答えが出た人だけ次を読んでください。

重要な事実：点対称な図形が持っている性質

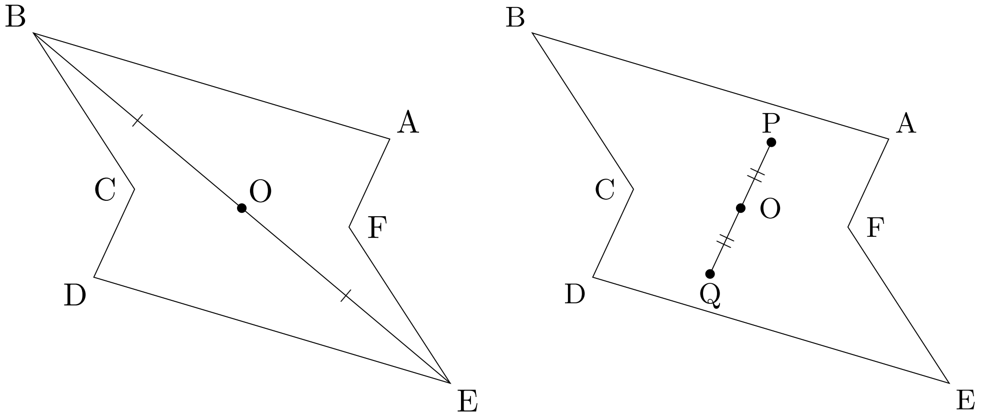
点対称な図形があるとします。

(1) この図形の上の自分の好きな所に、2 つの対応する点を決めたとします。この対応する 2 つの点をまっすぐ結んで線分を作ると、この線分は必ず対称の中心を通ります。

(2) この図形の上の自分の好きな所に、2 つの対応する点を決めたとします。対称の中心から、この 2 つの点までの距離は必ず同じになっています。

　どういうことかわかりましたか？では、念のためさっきまでの質問の答えをあなたに教

えることにしましょう。次の図を見てください。

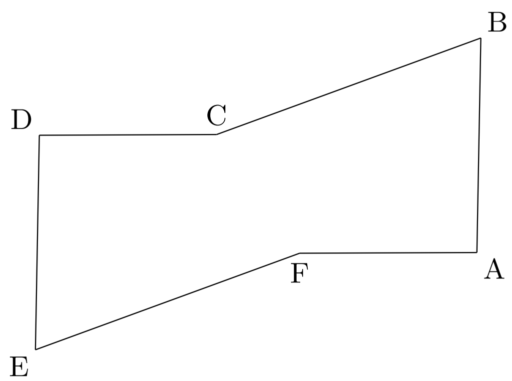


どちらもさっきの点対称な六角形です。また O は対称の中心です。左の図では対応する 2 つの点 B と E を結びました。また右の図では、対応する 2 つの点 P と Q を結びました。

重要な事実 (1) のところで説明したように、左の図のように、線分 BE は対称の中心 O をちゃんと通りますし、右の図のように、線分 PQ は対称の中心 O をちゃんと通るのです。

また、重要な事実 (2) で説明したように、左の図では、B から O までの距離と E から O までの距離は等しくなっていて、右の図では、P から O までの距離と Q から O までの距離は等しくなっているのです。

問 20.　右の図は、点対称な六角形 ABCDEF を描いたものです。



(1) 定規を使って何本か線を描き、対称の中心の場所を正確に探し、点を打ちなさい。また対称の中心の名前を O にしなさい。

(2) 点 A と対称な点はどれですか。

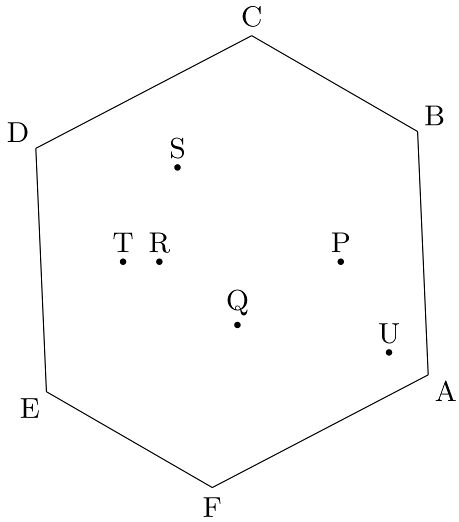
(3) 右の図に、点 A と、点 A に対称な点を結んでできる線分を描きなさい。

(4) (3) で描いた線分は対称の中心を通りましたか？

(5) A から 対称の中心までの距離と、A に対称な点から対称の中心までの距離は同じですか、違いますか。念のため、定規で測ってから答えなさい。

答えを見る

問 21. 右の図は、点対称な六角形 ABCDEF とその中にある 6 つの点 P、Q、R、S、T、U を描いたものです。



(1) 定規を使って何本か線を描き、対称の中心の場所を正確に探し、点を打ちなさい。また対称の中心の名前を O にしなさい。

(2) 点 P と対称な点はどれですか。

(3) 右の図に、点 P と、点 P に対称な点を結んでできる線分を描きなさい。

(4) (3) で描いた線分は対称の中心を通りましたか？

(5) P から 対称の中心までの距離と、P に対称な点から対称の中心までの距離は同じですか、違いますか。念のため、定規で測ってから答えなさい。

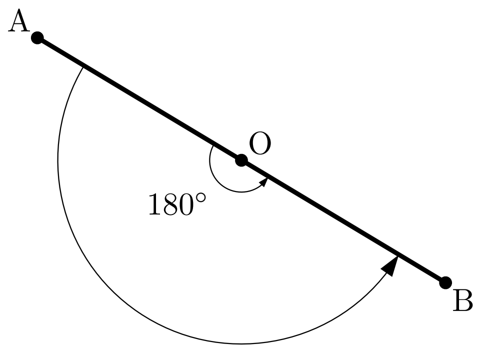
答えを見る

点対称とはそもそもどういうことか思い出して、ある点に関して対称な点を探してみよう

まず、あなたに思い出してもらいたいことがあります。点対称な図形が持っている性質のことです。たしか、点対称な図形では、「対応する 2 つの点を結んでできる線分は必ず対称の中心 O を通る」という性質と、「対称の中心から対応する 2 つの点までの距離は同じである」という性質があるのでしたね。

では、対応する 2 つの点のうち、1 つしか場所がわかっていないとき、もう 1 つの点（つまり相手の点）の場所を探すにはどうすればよいでしょうか。

右の図を見てください。この図は、点 A と B が対称の中心 O に関して点対称になっている所を描いたものです。つまり、点 A を対称の中心 O の周りに 180° 回転させると、点 B に重なるわけです。180° 回転するのですから、A と O と B はまっすぐ並んでいることになります。また

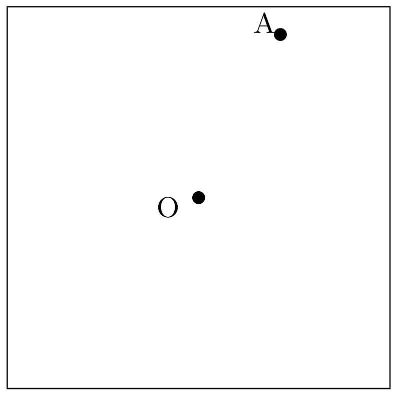


回転して行くにつれ、A の場所は動いていきますが、その間、O から (動いていった)A までの距離は変わりません。そして、最後に A は B の所に来るのですから、「O から A までの距離」は「O から B までの距離」と同じはずです。これだけのことを頭に入れておいて、この図をもう 1 度見てみましょう。今、点 A の場所だけがわかっていて、A に対応する点 B の場所がまだわかっていないとします。このとき、点 B の場所を探したければ、もちろん点 A を O の周りに 180° 回転させてもよいのですが、さっき説明したことを考えに入れると、

> まず、A から O までまっすぐ進み、さらに向きを変えないでそのまままっすぐ、同じ距離進む

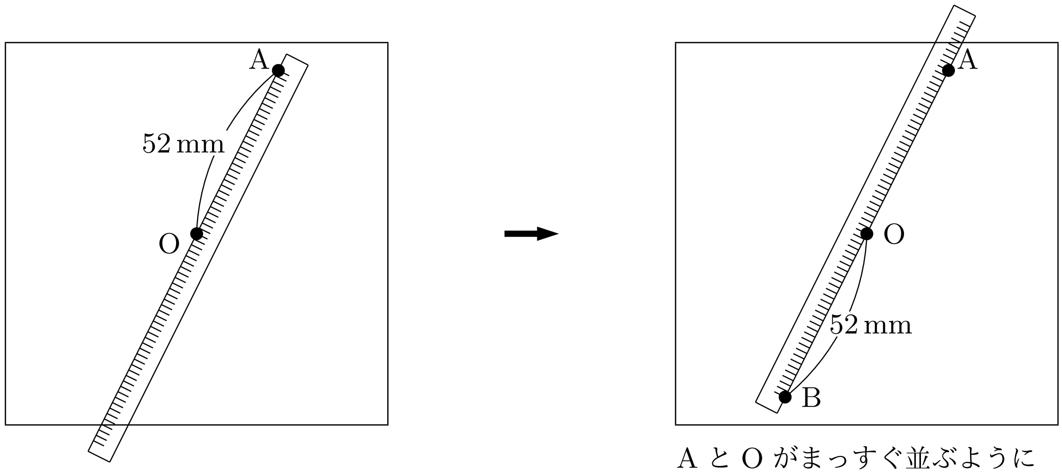
としてもよいですね。もう 1 度念を押しておきます。**ある点に関して点対称な 2 つの点のうち片方の点の場所しかわかっていないとき、もう片方の点の場所を知りたければ、まず場所がわかっている点から対称の中心までまっすぐ進み、そのまま向きを変えないでまっすぐ同じ距離だけ進む**ということをすればよいのです。このことが理解できたら、対応する（相手の）点を見つける練習を少ししてみることにしましょう。

例題 11　右の図で点 O は、対称の中心であるとします。点 A に対応する（相手の）点 B の場所をつきとめて、点を打ちなさい。



解答

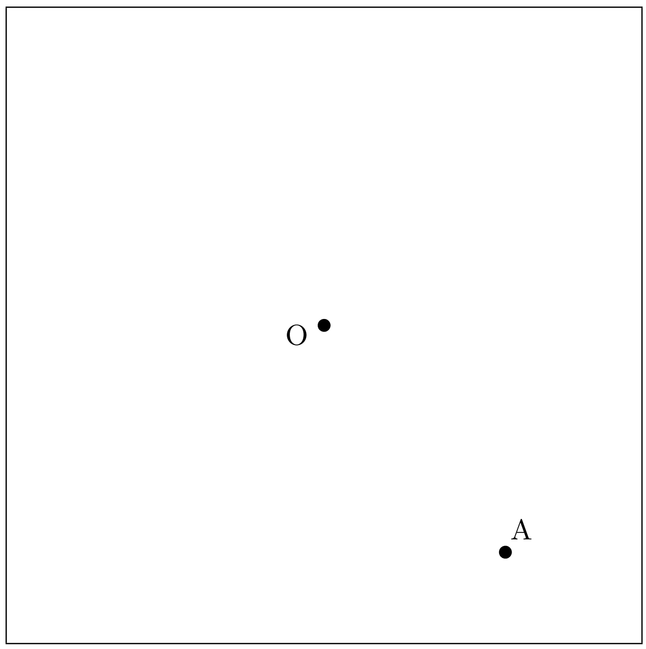
この場合は次の図のようにすればよいですね。



まず、定規で A から O までの距離を測る。
この図は例えば、52 mm になったことをあらわしている。

A と O がまっすぐ並ぶように定規をあてて、O から A とは反対のほうへ、まっすぐ、同じ距離だけ進む。
そうすると、点 A に対応する点 B が見つかる。

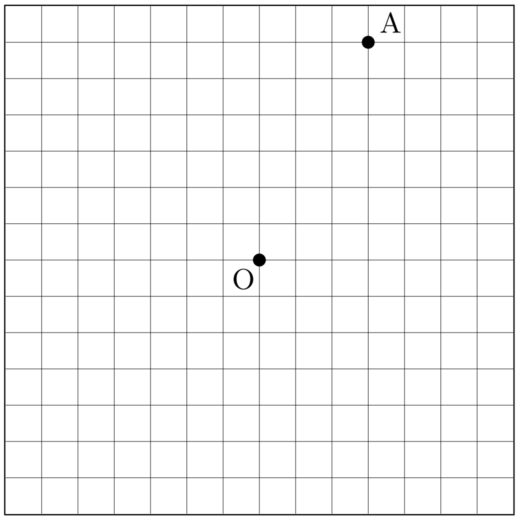
問 22. 右の図で点 O は、対称の中心であるとします。点 A に対応する（相手の）点 B の場所をつきとめて、点を打ちなさい。



答えを見る

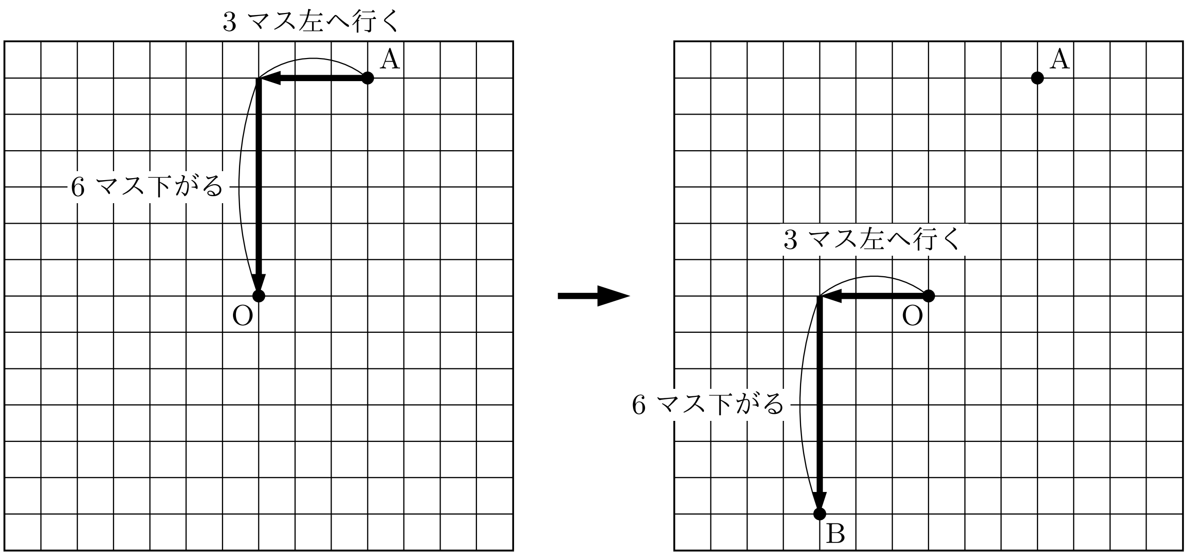
今度はマス目が付いている場合の練習をしましょう。

例題 12　右の図で点 O は、対称の中心であるとします。点 A に対応する (相手の）点 B の場所をつきとめて、点を打ちなさい。



解答

マス目がついている場合は、マス目をうまく数えられれば、定規を使わなくても点対称な点を見つけることができます。次の図を見てください。



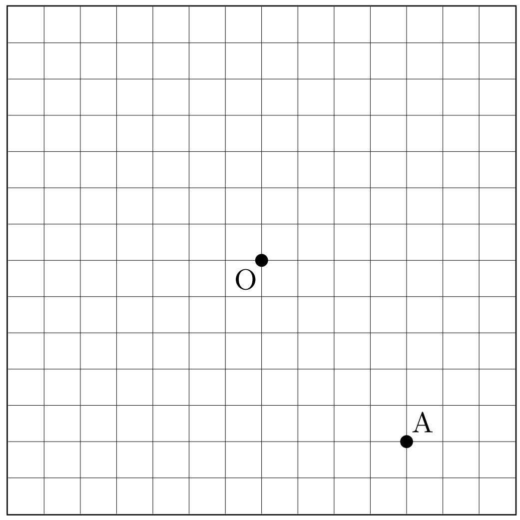
A から O へ行くが、左右に移動するか、上下に移動するだけにする。つまり、斜めに進んではいけない。そして、左右に何マス進み、上下に何マス進めばよいのか数える。

A から O へ移動したやり方と同じやり方で、今度は O から移動する。そうすると、点 A に対応する点 B に到着する。

この図の説明でわかるように、縦（つまり上下）と横（つまり左右）にだけ進むようにするのがコツです。そして、それぞれ何マス進めばよいのか数えておくのです。この問題で

は、まず A から O へ行くために、左へ 3 マス、下へ 6 マス下がるわけです。そして次に、O から出発して、左へ 3 マス、下へ 6 マス進めば、A に対称な点 B が見つかるのです。

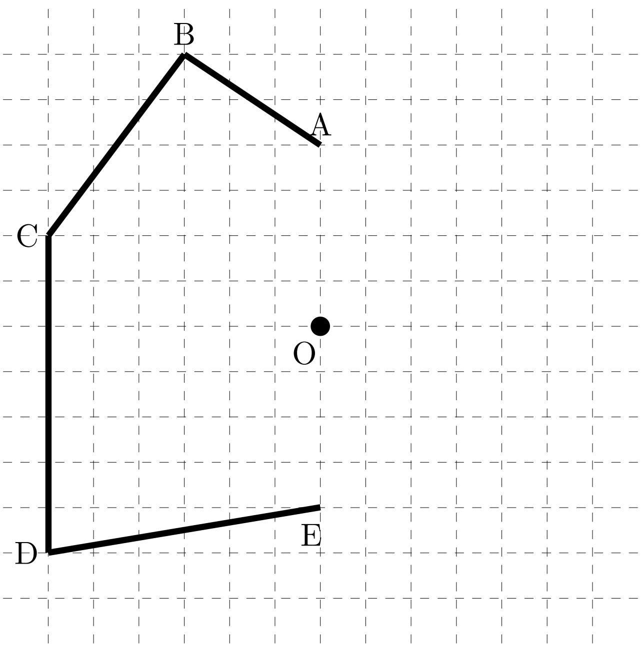
問 23. 右の図で点 O は、対称の中心であるとします。点 A に対応する (相手の）点 B の場所をつきとめて、点を打ちなさい。



答えを見る

点対称な図形の性質を利用して、点対称な図形を描いて見よう

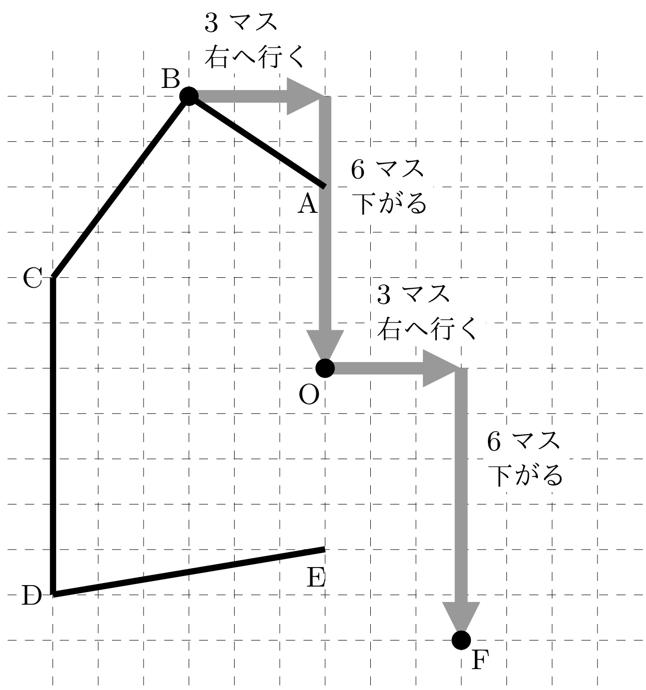
例題 13　ある人が点対称な図形を描こうとしていました。右の図は、この人が考えている図形を途中まで描いたものです。残りはをあなたが考え、点 O が対称の中心になるように、点対称な図形を完成してください。



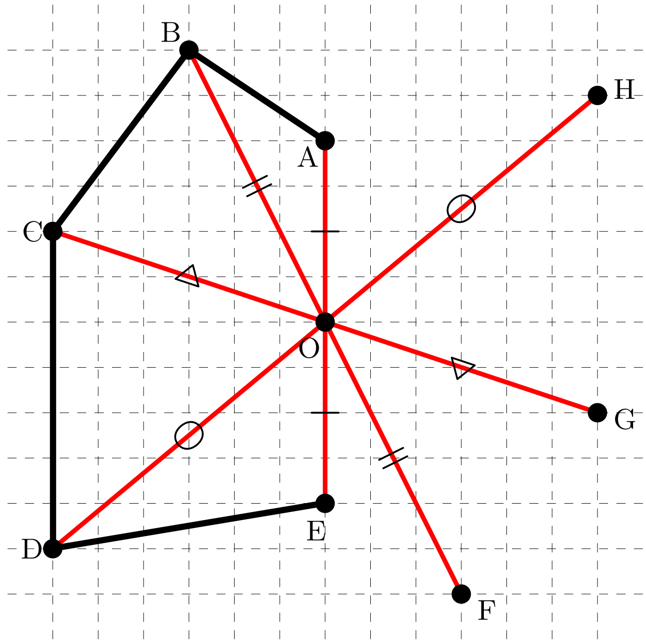
解答

　途中までしかできてない図形の上には、5 つの頂点 A、B、C、D、E があります。点対称な図形が完成すれば、これらの点に対応する点が出てくるはずです。ですから、まず、この 5 つの頂点に対応している点たちを探すことにしましょう。（探し方は大丈夫ですよね。この例題の前に学習しましたよね。）

　例えば、頂点 B に対応する点を探すと右の図のようになります。ここでは、B に対応する点の名前を F にしておきました。



　同じようにして、A や C、D、E に対応する点を探しましょう。すると右の図のようになりますね。ここでは、C に対応する点の名前を G、D に対応する点の名前を H にしておきました。また、A に対応するは E ですし、E に対応するは A ですよね。

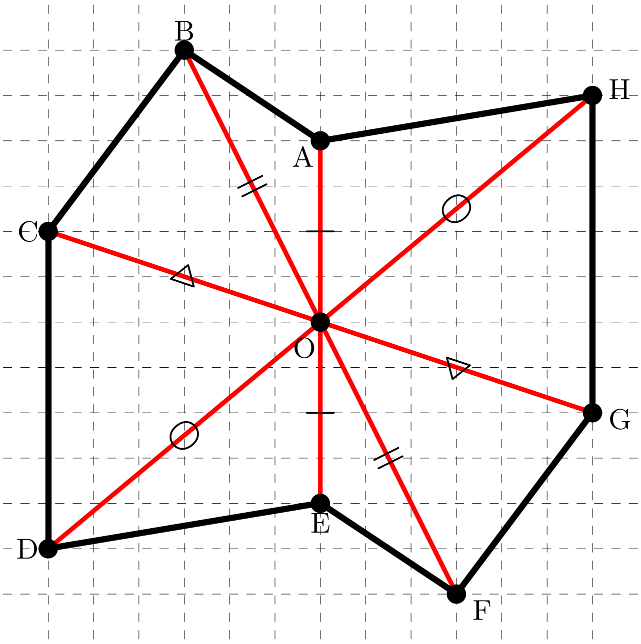


　図形を完成する前に、ここで少し補足をしておきます。この図では対応する点どうしを赤い線で結んでみました。対応する点と対称の中心はまっすぐ並び、しかも対称の中心から、2 つの対応する点までの距離は等しくなることが

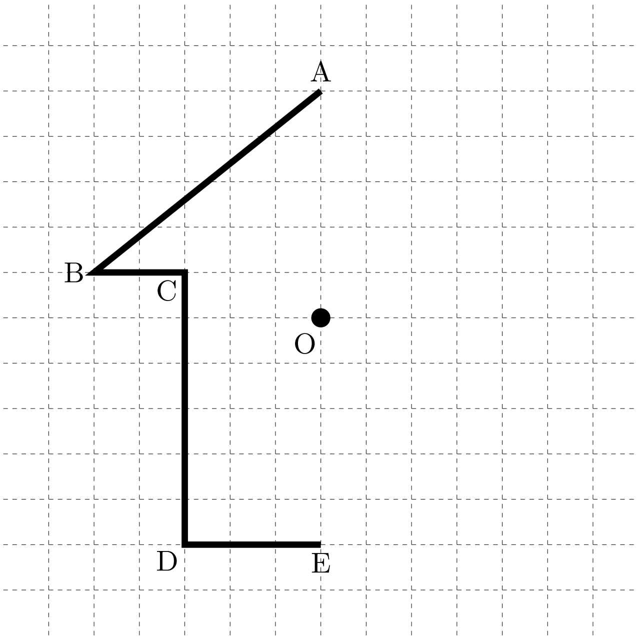
わかりますね。（この図では、まっすぐな線の上に ◯、△、|、|| というマークがつけられているところがありますが、長さが等しい所には同じマークが付けられています。）

ここまでくれば、あと 1 歩で完成です。後は今見つけた頂点たちをまっすぐ結んでいけばよいのです。この図をよく見てください。例えばもともと A は B とつなっがって辺 AB ができていました。対応する点のほうで考えれば、E と F がつながって辺 EF ができるということになりますね。

このように考えて、さっき見つけた点たちを結んでみましょう。そうすると右のようになります。これで完成ですね。

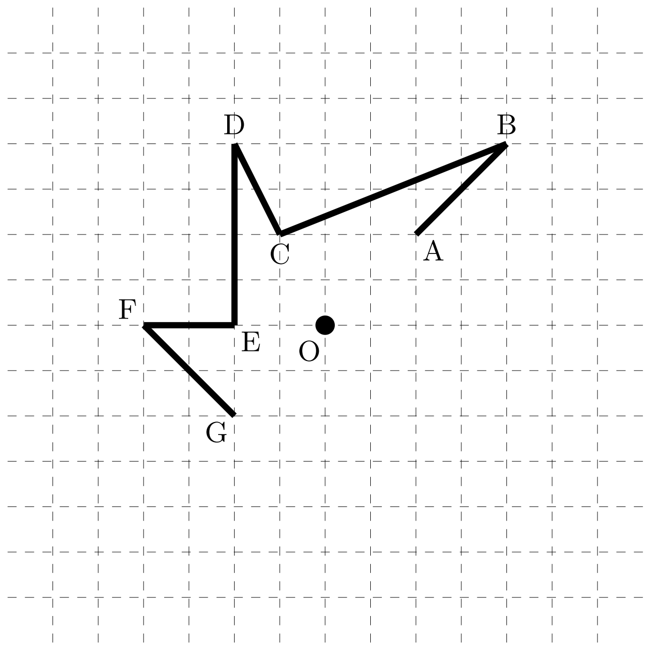


問 24.　ある人が点対称な図形を描こうとしていました。右の図は、この人が考えている図形を途中まで描いたものです。残りをあなたが考え、点 O が対称の中心になるように、点対称な図形を完成してください。



答えを見る

問 25. ある人が点対称な図形を描こうとしていました。右の図は,、この人が考えている図形を途中まで描いたものです。残りはあなたが考えて、点 O が対称の中心になるように、点対称な図形を完成してください。



答えを見る

第2章

作図：コンパスと定規だけで図形を描くには

2.1　コンパスと定規でどんなことができるのか

これから、「図形を正確に作るにはどうすればよいのか」ということをあなたと一緒に考えることにします。人類は大昔から、「正確に図形を作る方法」について色々考えてきました。それは、「図形を正確に作る」ということが、人々の生活にとってとても重要なことだからです。人間は、生活して行く上で、様々な「衣服」、「食器」、「家具」を作ります。また、人々は様々な「建物」を作ります。また、人々は「町」さらには「都市」といった大きなものまで作ります。このようなものを作るとき、「図形を正確に作る」ということはとても重要なことなのです。

「図形を正確に作る」ためには道具が必要です。文明の発達した今では、様々な優れた道具があります。では、大昔の人たちはどんな方法で「正確な図形」を作ったのでしょうか。また、道具にも「かなり信頼できる道具」から「いまいち信頼できない道具」までいろあります。どんな道具が「信頼できる道具」なのでしょうか。

「正確な図形」を作るとき、「まっすぐな線を描く」ということはとても重要です。では、「まっすぐな線」を正確に描くにはどうすればよいでしょう。今は文具店で「かなりまっ

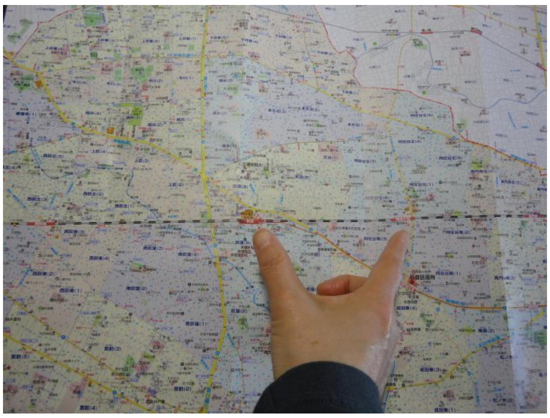
すぐ正確に作られている定規」が売られていますが、大昔には、そんなものはなかったでしょう。おそらく、大昔の人は、「きわめて正確なまっすぐな線」を描くために、「ひも」を使ったのではないでしょうか。「ひも」はぴんと張るとまっすぐな線となるわけです。このようにして、「ひも」を使うと、人類は「完璧といえるまっすぐな線」を手に入れることができるのです。そして、一度「完璧といえるまっすぐな線」が手に入れば、この完璧なまっすぐな線を木などに写し、木を切って定規のようなものを作ることもできるのです。というわけで、人類は「正確にまっすぐな線」を描くことができるようになったのです。

「真っ直ぐな線を正確にひく」ということのほかにはどんなことがあるでしょうか。

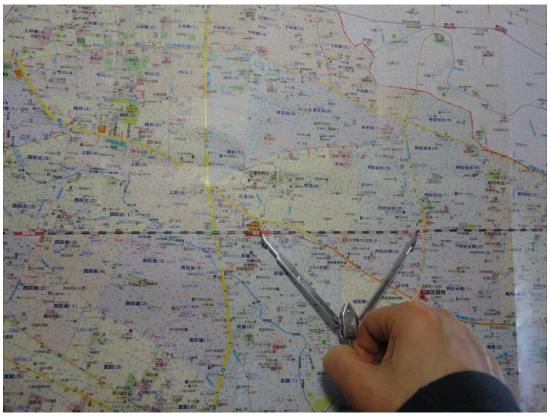
「正確な図形」を作るとき、「正確に長さを測る」ということもとても重要です。今は文具店で「かなり正確な目盛りのついている定規」が売られていてますが、大昔には、そんなものはなかったでしょう。おそらく、大昔の人にとって、「正確に長さを測る」のは大変だったことと思われます。ですが、「あるものの長さ」と「別のあるものの長さ」が同じなのかどうかということや、どちらのほうが長いのかということだったら、割と簡単にわかります。2 つのものが小さくて場所を動かすことができるものだとしたら、2 つのものを隣にピッタリとくっつけたり並べたりすれば良いですよね。そうすれば 2 つのものの長さが同じかどうか、またどちらのほうが長いのかということがわかるわけです。では、2 つのものは小さいとしても、離れた場所にあって動かせないときはどうすればよいでしょうか。こんなときは例えば、「あなたの手」が役に立ちます。

右の図を見てください。よくやりませんか？こんなこと。人差し指と親指を開いて、「これぐらいの長さ」とか。

物を動かすことが出来なくても、こういうふうに指で長さをはかりとって、指の開き具合が変わらないようにして別の物にあててみれば、どっちが長いかわかりますよね。



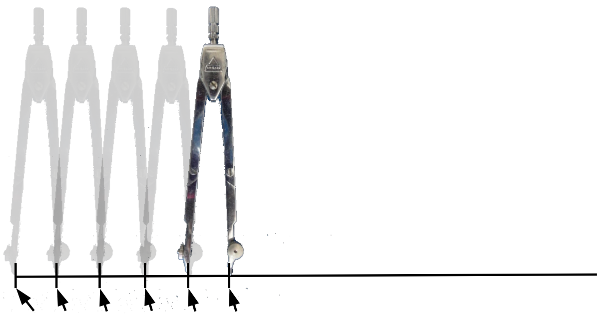
地図の上で 2 つの駅の間隔を指で測ってみる



地図の上で 2 つの駅の間隔をコンパスで測ってみる

ところで、今出てきた、親指と人差し指を開いて、「これぐらいの長さ」ってやるのって、何かと似ていると思いませんか。そうです、「コンパス」と似ていますよね。コンパスは円を描くためだけの道具と思っている人もいるようですが、コンパスを開いて長さを測りとることもできるわけです。今は金属でできたかなり良いコンパスが文具店などで売られていますが、コンパスはかなり単純な仕掛けの道具ですから昔の人にとっても作るのは簡単だったはずです。2 本の棒を用意して端っこをを 1 ヶ所とめればよいのですから。というわけで、コンパスを使うことにより、人類は「長さを測り取る」ということができるようになったのです。離れた 2 つのところにあるものの長さが同じなのかどうか、これでわかるようになったわけです。

一度コンパスが手に入ると、今度は定規に目盛りをつけることもできます。どのようにするのか説明しましょう。



まっすぐな線の上にコンパスで「基本の幅」を次々に写し目盛りをつけていく

あなたはまず、ひもなどを使いまっすぐな線を描いておきます。次にあなたは、自分の好きなようにコンパスを開きます。そしてこの幅を「基本の長さ」と考えることにするのです。そしてさっき描いたまっすぐな線に、この「基本の長さ」を写し目盛りをつけます。さらにあなたはこの「基本の長さ」が変わらないように（つまりコンパスの開き具合が変わらないように）注意をしながら、コンパスを移動して、まっすぐな線にさっき付けた「基本の長さ」の隣に 2 個目の「基本の長さ」を写し、目盛りをつけるのです。このよ

うなことを繰り返せば、次から次へ、等しい間隔で目盛りをつけることができるのです。今説明したことからわかるように、「長さを測りとる」ことは、「正確な目盛りのついた定規を作る」ために最も基本となることなのです。別の言い方をすると、「正確な目盛りのついた定規で長さを測る」ということができるのは、コンパスのような道具を使って「基本の長さを正確に測りとる」ということができるおかげなのです。

ところで、コンパスですが、あなたも知っているように、「長さを測りとる」ことのほかに、「円を描く」ということもできますね。コンパスをぐるりと 1 回転させれば円を描くことができますが、もちろん半分だけ回転させれば「半円」が描けますし、もっと小さく回転させれば、「結構短い、円の一部」を描くこともできます。回転する間、コンパスの開き具合が変わらなければ、描かれた曲線の上にあるどの点も、コンパスの針をさしたところからの距離は等しくなっているわけです。つまり、コンパスを使うと、ある場所からの距離が等しくなっている点たちを、全部見つけることができるのです。これはコンパスという道具がもっているきわめて重要な特徴です。

ここまで、正確な図形を描くときに大切となる 3 つのことについて説明してきました。もう 1 度振り返っておきましょう。3 つのこととは、次のようなことでしたね。

- まっすぐな線を描くこと。これは、ひもをぴんと張ったり、定規を使えばできる。
- 長さを測りとること。これは、コンパスを使えばできる。
- ある点から、距離が等しくなっている点たちを探して描くこと。これは、コンパスを使えばできる。

この 3 つのことは、とても単純な道具を使ってできることです。しかも、このとき使う道具はどれもかなり信頼のおける道具で、道具のせいでうまく行かないということは普通はありません。うまく行かなかったとしたら、使い方が下手なのです。

「正確な図形を描く」ためには、もちろんこれまで説明した 3 つのこと以外にも、できないと困ることがあるでしょう。あなたの身の回りを見てください。色々な形のものがあ

ると思いますが、例えば四角い形のものってとても多いですよね。四角い形といっても、「かどが直角」になっているものがほとんどです。「建物」もそういうものが多いですね。まぁ、建物は普通、地面に対して垂直に立っていないと困るわけですから。ところで、文明の発達した今なら色々な道具があるので正確に $90°$ を作ることができるのでしょうが、大昔の人はどうしていたのでしょうか。大昔にも、結構大きい建物ってありましたよね。そういう大きい建物でも、$90°$ にしないといけない所はちゃんと正確に $90°$ に作られているんですよね。大昔の人たち、一体どうやっていたのでしょう。「正確にまっすぐな線を作る」とか「正確に長さを測りとる」とか「ある場所から同じ距離になる場所を正確にたくさん探す」ということは、割と簡単にできるという話をこれまでしてきました。でも「正確に $90°$ を作る」って簡単にできるんでしょうか。まさか、「分度器があるじゃん」なんていいませんよね。大昔には正確な目盛りがついている分度器なんてなかったかもしれません。それに、正確な目盛りが付いている分度器が作れるぐらいなら、正確に $90°$ を作ることはもっと簡単だからです。このように考えると、「定規（またはひも）や、コンパスを使ってできる 3 つのこと」に比べると、「正確に $90°$ を作る」ということはずっと難しいことであるといえそうです。ですが、安心して住める建物を作るためには、正確に $90°$ を作らなくてはいけません。しかも「分度器についている目盛り」のように信頼性の低いものではなく、もっと信頼できる道具だけを使って、$90°$ を作りたいのです。信頼できる道具とは、これまでも説明したように、定規（またはひも）とコンパスです。つまり、定規（またはひも）とコンパスだけを使って、$90°$ を作る方法が見つからないと、安心して住める建物は作れないのです。

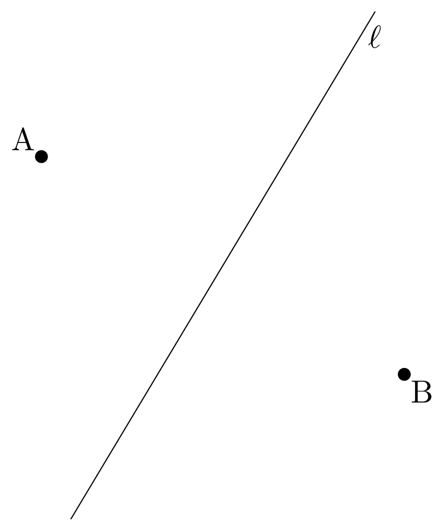
2.2　簡単な形を作図してみよう

2.2.1　垂線の作図：90° を作る方法

初めに直線が 1 本描いてあるとします。そして、これから、定規とコンパスを使って、この直線に垂直な直線を作図する方法を考えることにします。そのために、あなたにまず思い出してもらいたいことがあるのでおさらいをします。それは、ある直線に関して線対称な場所にある 2 つの点が持っている性質のことです。

おさらい　線対称な場所にある 2 つの点が持っている性質

右の図を見てください。直線 ℓ と、直線 ℓ に関して線対称な位置にある 2 つの点 A と B が描かれています。(2 つの点 A と B が直線 ℓ に関して線対称であるというのは、直線 ℓ にを折り目にして折ってみると、点 A と点 B は重なるという意味でしたね。) ところで、このような時、必ず、次のようになっているのでした。

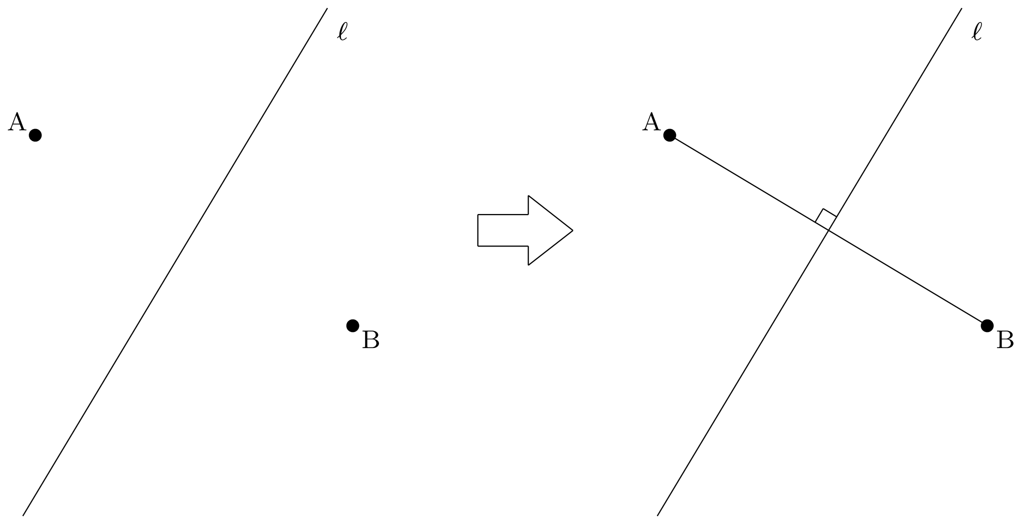


- 点 A と点 B をまっすぐ結んで、線分 AB を作ると、必ず、線分 AB は直線 ℓ に垂直になっている。
- 点 A と点 B をまっすぐ結んで、線分 AB を作ると、必ず、線分 AB の真ん中の所を直線 ℓ は通る。

おさらい終わり

どうですか？覚えていましたか？ところでこの事実ですが、特に 1 番目のほうって、垂直な線を描くのに役立ちそうな気がしませんか？だって、初めに直線が描いてある時、この直線の両側にこの直線に関して線対称になっている 2 つの点を正確に打つことができれ

ば、それを結んで初めの直線に垂直な線が作れるって事になりますよね。念のため次の図を見てくださいね。



ℓ に関して線対称な位置にある
2 つの点が正確に打てれば・・・

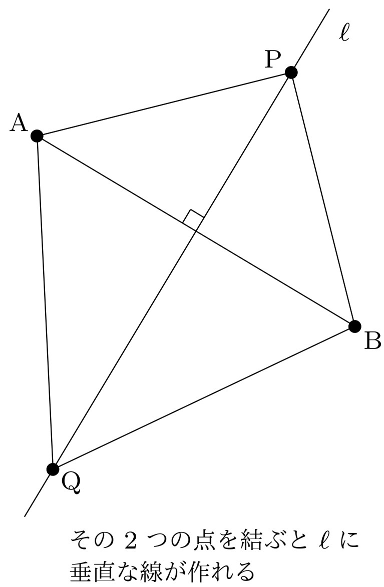
その 2 つの点を結ぶと ℓ に垂直な線が作れる。

どういうことかわかりましたか？わかった人は、先に話を進めることにしましょう。

それでは、初めに描いてあった直線に関して線対称になっている 2 つの点って、一体どうやったら正確に見つかるのでしょうか？いいですか、使ってよいのは、定規とコンパスだけです。しかも、定規についている目盛りを使ってはいけないのです。

いったいどうすればよいか見当がつかないので、「ある直線に関して線対称な位置にある 2 つの点」のことをもう少し詳しく調べてみることにします。

右の図を見てください。直線 ℓ と、直線 ℓ に関して線対称な位置にある 2 つの点 A、B が初めからあるとします。そしてそのほかに、直線 ℓ の上の適当な所に 2 つの点 P と Q を打ってみました。何か役に立つことを見つけたいので、さらに P と A、P と B、Q と A、Q と B を結んでみました。うーん、何かいいことはないでしょうか・・・



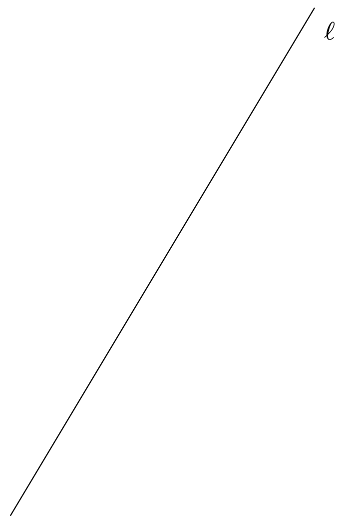
その 2 つの点を結ぶと ℓ に
垂直な線が作れる

あっ、点 A と点 B は直線 ℓ に関して線対称なので、直線 ℓ を折り目にして折ると、重なるんですよね。そのとき同時に、線分 AP は線分 BP と重なる

し、線分 AQ は線分 BQ と重なりますよね。ということは、線分 AP の長さと線分 BP の長さは同じだし、線分 AQ と線分 BQ の長さは同じだってことですね。これ、使えるじゃないですか。希望の光が見えてきました。（どういうことなのか話は見えてきましたか？）

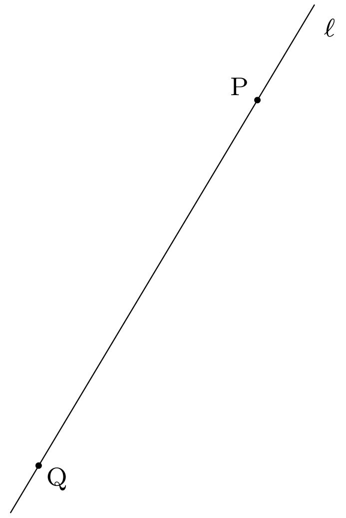
いいですか、今、かなり大切なことに気づいたんですよ。点 A と点 B が直線 ℓ に関して線対称な場所にあるとしたら、点 A と点 B は ℓ の上にある点 P から同じ距離の所にあるということがわかったのです。また、点 A と点 B は ℓ の上にある点 Q からも同じ距離の所にあるということもわかったのです。だったら、コンパスを使えば、ℓ に関して線対称な位置にある 2 つの点を見つけられるではありませんか。これから順に説明していきますが、もう、どうすれば良いのかおわかりですね。

まず、右の図のように直線 ℓ だけが描いてあるわけですね。



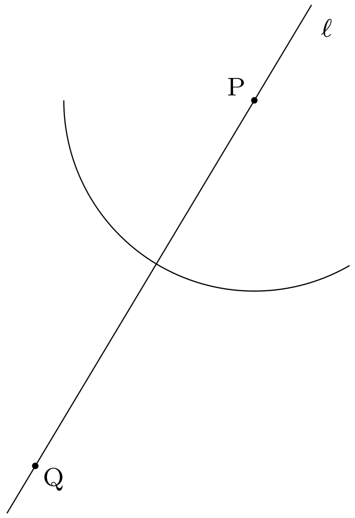
まず、直線 ℓ だけがある

次は右の図のように、直線 ℓ の上の好きな所に、2 つ点を打ちます。



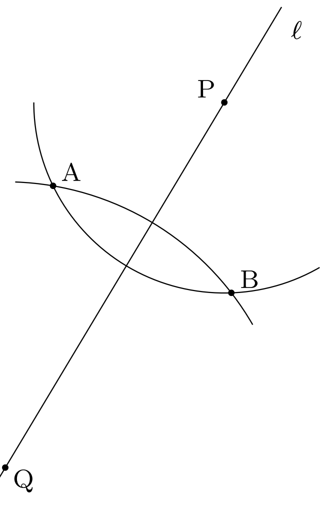
直線 ℓ の上の好きな所に、2 つ点を打つ

　次はコンパスを使います。コンパスをいい感じに開いて、針を点 P にさします。そして、コンパスをくるっと回転させて、短い曲線を描くのです。右の図を見てくださいね。このようにすると、今コンパスで描いた短い曲線の上には無数の点がのっているわけですが、どれも P から等しい距離の所にあるわけです。



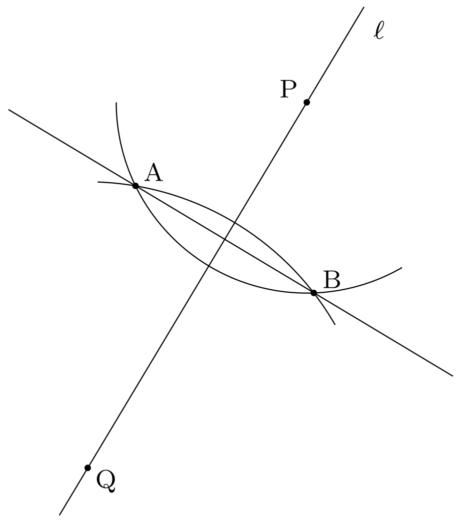
コンパスをいい感じに開いて、針を点 P にさす。そして、コンパスをくるっと回転させて、短い曲線を描く。

　コンパスを使って描いた 2 つの短い曲線は、2 ヶ所で交わり、2 つの点が見つかります。右の図では、その 2 つの点をそれぞれ A、B と名づけました。どちらの点も点 P までの距離は等しいですし、点 Q までの距離も等しいですね。ですから、この 2 つの点は直線 ℓ に関して対称な位置にあるわけです。



コンパスを使って描いた 2 つの短い曲線は、2 ヶ所で交わり、2 つの点 A と B が見つかる。その 2 つの点は、ℓ に関して対称な位置にある。

これで ℓ に関して線対称な位置にある点を 2 つ見つけることができたので、後は定規を使って、この 2 つの点を通る直線を描けばよいですね。右の図を見てください。線対称な位置にある 2 つの点を結んでできる線分は対称の軸に垂直になるという性質を思い出せば、この直線は必ず ℓ に垂直になっていると断言できます。

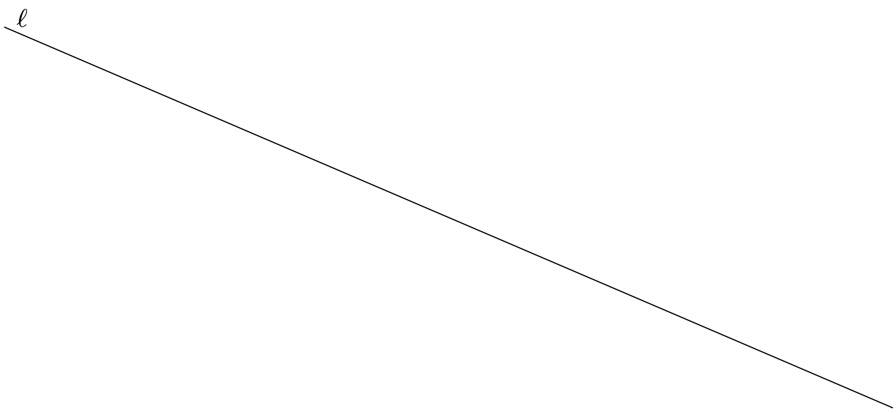


さっき見つけた、ℓ に関して線対称な位置にある 2 つの点 A と B を通る直線を描くと、その直線は ℓ に垂直になるのである。

問 26. 「あらかじめ描いてある直線に垂直な直線をとにかく 1 本の作図する方法」にしたがって作図をしようと思います。

(1) さっきまで説明していた「あらかじめ描いてある直線に垂直な直線をとにかく 1 本の作図する方法」をよく復習しなさい。

(2) コンパスと定規を使って次の図の直線 ℓ に垂直な直線をとにかく 1 本作図しなさい。



答えを見る

それでは、さっきまで説明していた「あらかじめ描いてある直線に垂直な直線をとにかく１本作図する方法」を応用するとできる作図を学ぶことにしましょう。

例題 14　右の図のように、ある直線と、その直線の上にはない点が描いてあるとします。ここでは、その直線を ℓ と呼び、点を P と呼ぶことにします。点 P を通って、直線 ℓ に垂直な線を作図しなさい。

解答

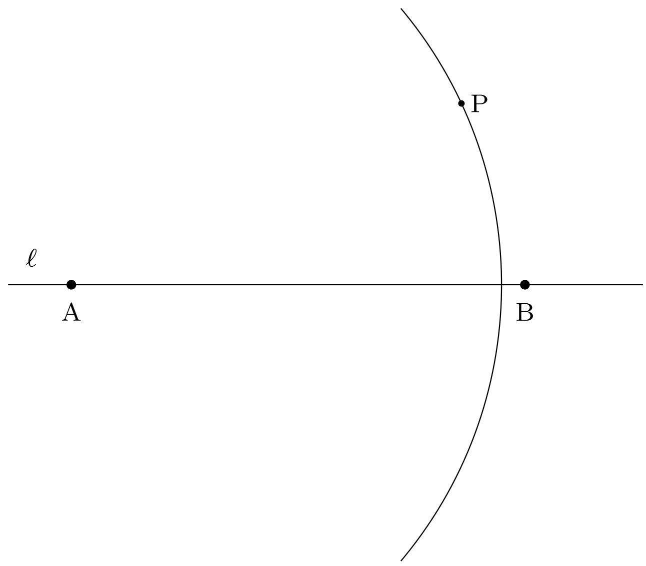
この例題の前まで、「あらかじめ描いてある直線に垂直な直線をとにかく１本作図する方法」を学んできました。つまり、あらかじめ描いてある直線に垂直な直線はたくさんあるはずですが、そのうちのどれでもよいから、とにかく１本描く方法でした。この例題では、「どれでもよい」わけではありませんね。あらかじめ描いてある直線に垂直な直線のうち、点 P を通るものを作図するのですね。ですから、この例題の前に学んだ方法を、少し注意して応用することにします。この例題の前に学んだ方法は、「直線 ℓ に関して線対称な位置にある２つの点を見つける」という所が、重要なポイントになっていました。そういう２つの点が見つけられれば、その２つの点を結ぶことにより、あらかじめ描いてある直線に垂直な直線が描けたわけです。ですからもちろん、最後にできた直線は、見つけた２つの点を通っているのです。だったらこの問題の場合では、見つけなくてはいけない２つの点の片方を、最初から描いてある点 P にするのがよいのではないでしょうか。そう思いませんか、あなたも。

それではこれから、この例題の前に学んだ方法を少し注意して使ってみることにします。きっと、どこか注意しておかなければならないことがでてくるはずです。ですから、慎重によく考えて、この例題の前に学んだ方法を使っていきましょう。

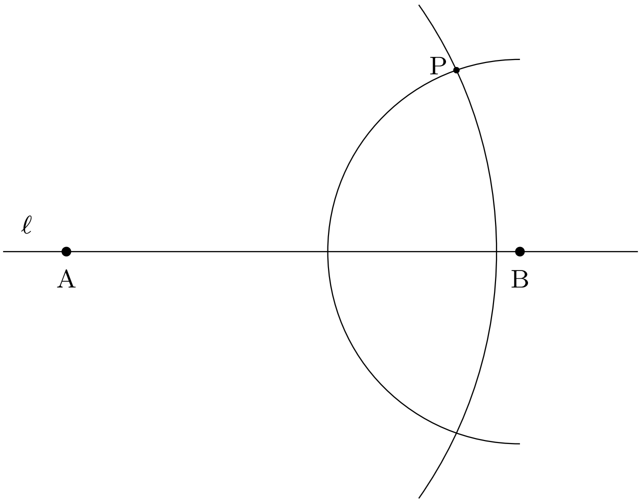
たしか、まず、あらかじめ描いてある直線の上に、どこでもよいから 2 ヶ所、点を打つのでしたね。まあ、ここでは特に、注意することはなさそうですね。右の図を見てください。気楽に 2 つの点を打ってみました。ここでは、その 2 つの点の名前を A と B にしておきました。

次は、コンパスをいい感じに開いて、コンパスの針をさっき打った点のうちの 1 つにさして、くるっと回転させて、短い曲線を描くのでしたね。あー、ここ、注意したほうが良さそうですね。だって、この先、直線 ℓ に関して線対称な位置にある 2 つの点が出てくる予定なんですけど、その 2 つの点って、今描こうとしている短い曲線の上に出てくることになってましたよね。でもこれから出てくる 2 つの点のうちの 1 つは、点 P にしたいんですよね。だったら、コンパスを開き具合、重要ですね。曲線を描いたとき、ちょうど点 P を通るようにしておかないとダメですね。

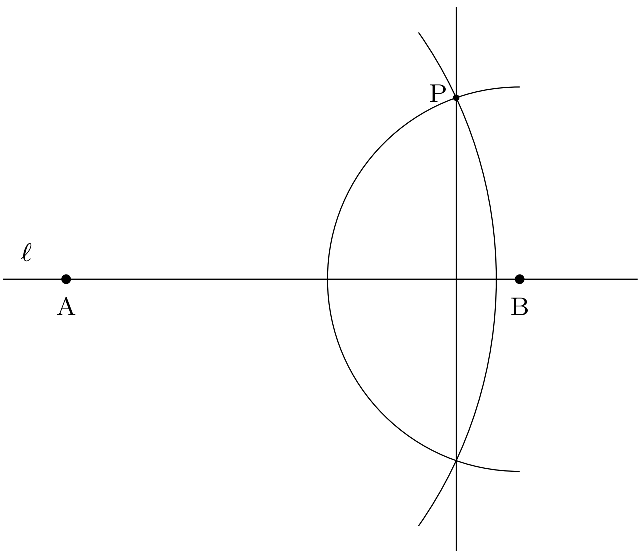
というわけで、ここではコンパスの針を点 A にさすことにしますが、コンパスの鉛筆の芯がついているほうが点 P に合うようにしてコンパスの開き具合を決定します。そして開き具合が決まったら、くるっと回転させて、短い曲線を描きます。すると右の図のようになりますね。



次は、コンパスをいい感じに開いて、コンパスの針をさっき打った点のうちの残っている 1 つ点にさして、くるっと回転させて、短い曲線を描くのでしたね。あー、ここも、注意したほうが良さそうですね。さっきと同じ理由で、ちゃんと点 P を通るようにコンパスを開かないとダメですよね。というわけで、今度はコンパスの針を点 B にさすわけですが、コンパスの鉛筆の芯がついているほうが点 P に合うようにして、コンパスの開き具合を決定します。そして開き具合が決まったら、くるっと回転させて、短い曲線を描きます。さっき描いた短い曲線と交わるまで描きます。すると右の図のようになりますね。このようにすると、2 本の短い曲線はもちろん点 P で交わっていますが、直線 ℓ に関して P とは反対側にも交わった所ができるわけです。この場所こそが、直線 ℓ に関して P と線対称になっている場所ですね。

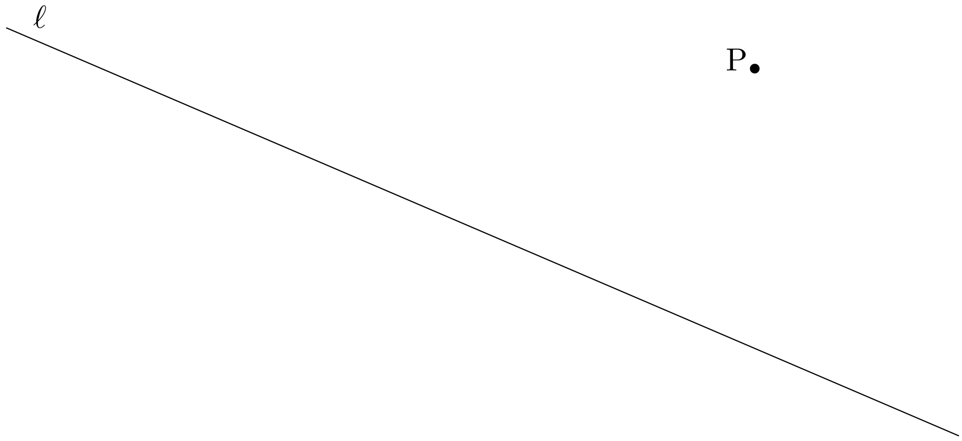


直線 ℓ に関して P と線対称になっている場所が見つかったので、後は今見つけた場所と点 P を通るように定規を使って直線を描けばよいですね。右の図を見てください。今見つけた場所と点 P は、直線 ℓ に関して線対称な位置にあるので、この 2 つを場所を通る直線は直線 ℓ に垂直になるわけです。もちろん点 P を通っています。ですからこれで完成ですね。



問 27. 次の図のように、ある直線と、その直線の上にはない点が描いてあるとします。ここでは、その直線を ℓ と呼び、点を P と呼ぶことにします。点 P を通って、直線 ℓ に

垂直な線を例題 14 のやり方で自分で作図しなさい。



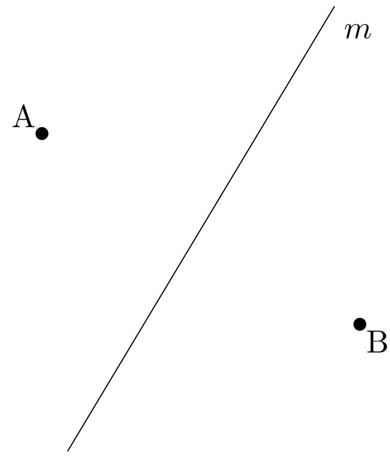
答えを見る

では、話を進めることにしましょう。

よく、「数学の問題の答えは 1 つだけだからつまらない。」という意見をいう人がいます。答えが 1 つだと「つまらない」のか「つまる」のかということは人それぞれですが、数学の問題の答えは 1 つではないこともあるという話をこれからします。さっきの例題（またはさっきの問でもよいです）をもう 1 度思い出してください。どんな問題だったかというと、「初めにある直線と、その直線の上にはない点が描いてある時、その点を通って、初めの直線に垂直な線の作図の方法を尋ねる問題」でしたね。ですから、「作図の方法」がこの問題の答えになるわけですね。実は、さっき例題の解答の中であなたに教えた作図の方法以外にも、作図の方法があるのです。これからそれがどんな方法なのか学ぶことにしますが、その前におさらいをします。以前、たしか、作図の方法を見つけるために、前もって「線対称な場所にある 2 つの点が 2 つの点が持っている特徴」についておさらいしていました。なぜそんなことをしたのかというと、よくおさらいをしていろいろなことを観察しなおしておくと、何か役に立つことが見つかるかもしれないと思ったからです。そこでここでももう 1 度、「線対称な場所にある 2 つの点が持っている特徴」についてお

さらいしておきます。

再びおさらい　線対称な場所にある 2 つの点が持っている性質



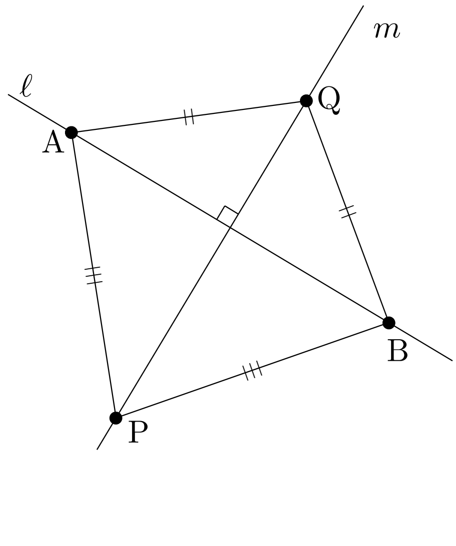
右の図を見てください。この図は直線 m と、直線 m に関して線対称な位置にある 2 つの点 A と B が描いたものです。(2 つの点 A と B が直線 m に関して線対称であるというのは、直線 m を折り目にして折ってみると、点 A と点 B は重なるという意味でしたね。)

ところで、このような時、必ず、次のようになっているのでした。

- 点 A と点 B をまっすぐ結んで、線分 AB を作ると、必ず、線分 AB は直線 m に垂直になっている。
- 点 A と点 B をまっすぐ結んで、線分 AB を作ると、必ず、線分 AB の真ん中の所を直線 m は通る。

おさらい終わり

では、このことを頭に入れておいて、何かよいことはないか、さらに研究してみることにします。



右の図を見てください。この図はさっきの図（つまり, 直線 m と、直線 m に関して線対称な位置にある 2 つの点 A、B が描いてある図）でさらに

A と B を通る直線 ℓ を描き、

m の上にかなり適当に 2 つの点 P と Q を打ち、

P と A を結び、

P と B を結び、

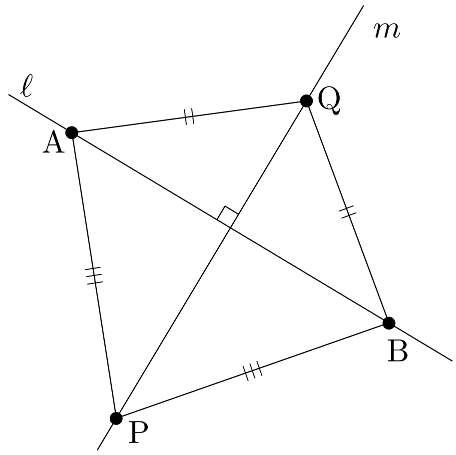
Q と A を結び、

Q と B を結んで

作った図です。

おさらいしたことを思い出すと、A と B は m に関して線対称な位置にあるので、線分 AB は直線 m と垂直に交わるわけです。ですから、図にもそういうマークをつけておきました。

この図についてもう少し深く観察してみることにします。（あなたのために同じ図を右に描いてあります。）



直線 m を折り目にして折ると、点 A は点 B に重なるわけですよね。ですから線分 PA は線分 PB とぴったり重なることになりますね。ということは、P から A までの距離と、P から B までの距離は同じということですね。同じように考えると、線分 QA は線分 QB と重なるので、Q から A までの距離と、Q から B までの距離は同じということですね。このことを、図にマークをつけてわかるようにしておきました。

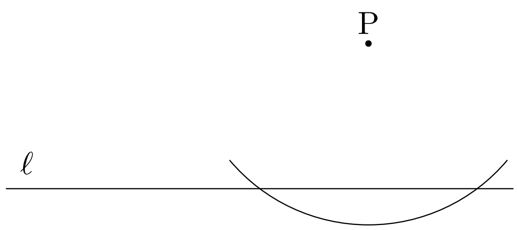
もう 1 度この図に関する話を整理しておきます。この図では、点 A と点 B は直線 m に関して線対称な位置にあります。ですから、直線 ℓ と直線 m は垂直です。また m の上には 2 つの点 P と Q があるわけですが、P から A までの距離と、P から B までの距離は等しくなっていて、A から Q までの距離と、B から Q までの距離は等しくなっているのです。これ、かなりいけていますよね。ℓ に垂直で P を通る直線を描くのにとても役に立ちそうな気がしませんか？だって、何か直線（この図では ℓ）と、その直線の上にない点 (この図では P) が描いてあるとき、まずその点（この図では P）から等しい距離にある 2 つの点（この図では A と B）を直線の上に見つけて、次に、見つけた 2 つの点（この図では A と B）から等しい距離にある点（この図では Q）を 1 つ見つければよいということになりませんか？では、ここまで研究してきたことを使って、「直線と直線の上にはない点が描いてあるとき、この点を通って、この直線に垂直な直線を作図する方法」を次の例題で整理することにしましょう。

例題 15　右の図のように、ある直線と、その直線の上にはない点が描いてあるとします。ここでは、その直線を ℓ と呼び、点を P と呼ぶことにします。点 P を通って、直線 ℓ に垂直な線を、99 ページの例題 14 の解答とは違う方法で作図しなさい。つまり、この例題のすぐ前で研究したことを利用して、作図しなさい。

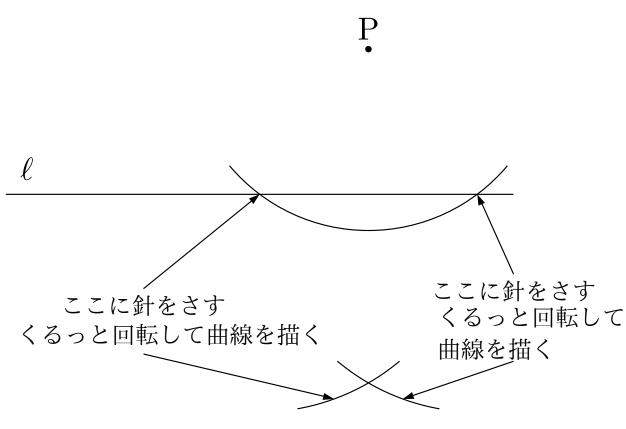
解答

「この例題のすぐ前で研究したこと」というのは、「何か直線と、その直線の上にない点が描いてあるとき、まずその点から等しい距離にある 2 つの点を直線の上に見つけて、次に、見つけた 2 つの点から等しい距離にある点を 1 つ見つければよい」ということですね。この例題では、直線 ℓ と、直線 ℓ の上にはない点 P が書いてあるのですから、まさにぴったりな場面です。ではこの考えの通りに作図をしていきましょう。

右の図を見てください。コンパスをいい感じに開いて、針を点 P にさし、くるっと回転させて短い曲線を描くと、曲線が直線 ℓ と交わった所に 2 つ点ができます。点 P から、この 2 つの点までの距離はもちろん等しいわけです。



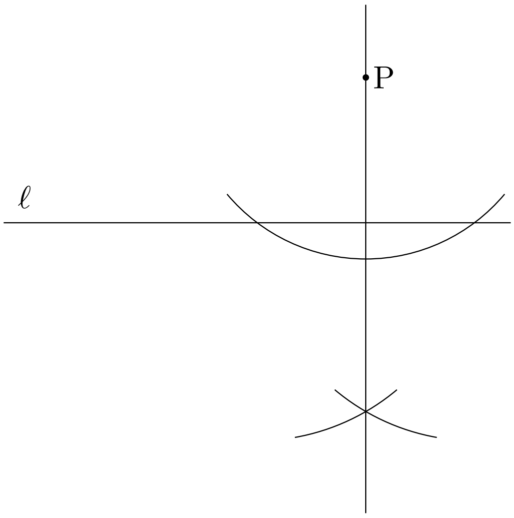
次は、見つけた 2 つの点から等しい距離にある点を 1 つ見つけるのですね。右の図を見てください。まず、コンパスをいい感じに開いて、針をさっき見つけた点の片方ににさし、くるっと回転させて短い曲線を描きます。また次に、コンパスの幅を変えないで、針をさっき見つけた点のもう片方



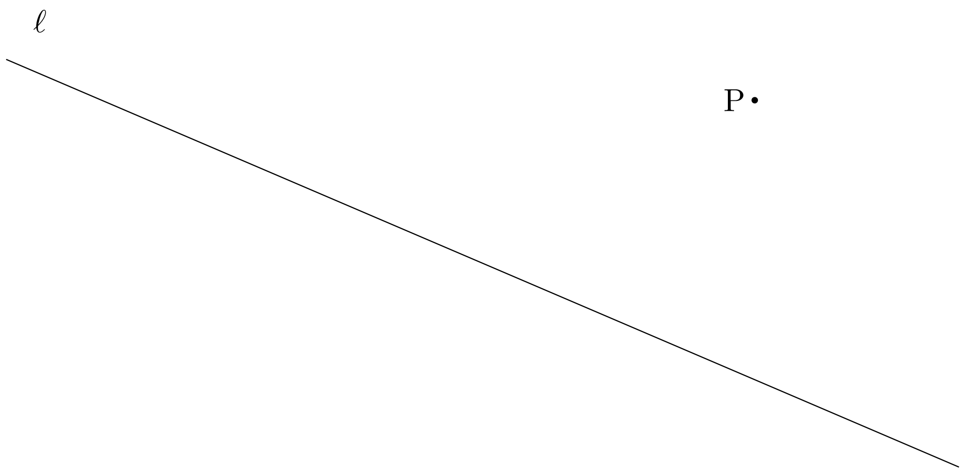
2 つの曲線を描くとき、コンパスの幅は変えない

の点にさし、くるっと回転させて短い曲線を描きます。すると今描いた 2 つの曲線が交わった所に 1 つ点ができます。コンパスの開き具合は変えていないのですから、さっき見つけた 2 つの点から、2 つの曲線が交わった所にできる点までの距離はもちろん等しいわけです。

右の図を見てください。最後に見つけた点と、点 P を通る直線を描きました。この例題の前に詳しく研究したことを思い出してもらえればわかると思いますが、この直線は直線 ℓ に垂直になっているのです。しかも、もちろん点 P を通っています。ですから、これで出来上がりです。



問 28. 次の図のように、ある直線と、その直線の上にはない点が描いてあるとします。ここでは、その直線を ℓ と呼び、点を P と呼ぶことにします。点 P を通って、直線 ℓ に垂直な線を例題 15 のやり方で自分で作図しなさい。

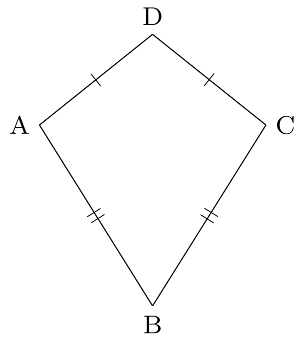


答えを見る

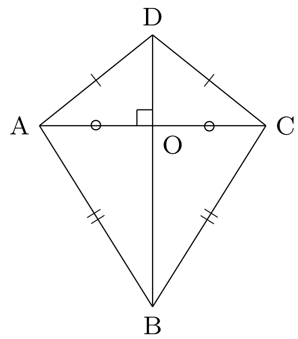
99 ページの例題 14 と 105 ページの例題 15 は同じものを作図する問題でした。どちらも、「ある直線と、その直線の上にはない点が描いてあるとき、その点を通っていて、その直線に垂直になっている直線を作図する問題」でした。そして、この 2 つの例題をちゃんと学んだ人は、同じ図形を作図するとしても、人によって違うやり方で作図ができるということがわかったと思います。つまり、数学の問題の答えが 1 つではないこともあるということがわかったと思います。どんな所に注目するかのかということによって、作図の仕方も色々あるというわけです。

さて、ここまで、あらかじめ 1 つの直線と、その直線の線上にはない点が描いてあるとき、その点を通ってその直線に垂直な直線を作図する方法」を 2 通り考えてみました。作図する方法を考えるために、「ある直線と、その直線に関して線対称の位置にある 2 つの点」のことを思い出し、図を描いて見て色々悩んでおきました。なぜ「ある直線と、その直線に関して線対称の位置にある 2 つの点」のことを思い出すことにしたのかというと、「ある直線に対して線対称な位置にある 2 つの点を結ぶと、その直線に垂直な直線ができる」ということを前に学んでいたからです。そして、このことを思い出してから、さらに何か役に立つことはないのか、図にいくつか点を追加してみたり、線を追加してみたりして、あーでもない、こーでもないと考えたのでした。そうしていくうちに、作図の方法をついに思いついたのでしたね。しかも 2 通り。もしかしたら気付いている人もいるかもしれませんね。どちらのやり方でも、図に点や線を追加して悩んでいると「たこ型の四角形」が出てきているって。「たこ」といっても、海にいる「たこ」ではありません。お正月などに「空に上げて遊ぶたこ」のほうです。そこで「たこ型の四角形」について少し研究してみることにします。

たこ型の四角形について



右の図を見てください。これがいわゆる「たこ型の四角形」です。たこ型では、長さの等しい辺が 2 組あります。右の図のたこ型では、辺 AD と辺 CD の長さが等しく、辺 AB と辺 CB の長さが等しいわけです。



では、このたこ型の 4 角形に、2 本の対角線を描いてみましょう。すると右の図のようになります。ここでは、2 本の対角線の交点を O と名づけておきました。

点 A と点 C は対角線 DB に関して線対称な位置にある（つまり、このたこ型を、辺 DB を折り目にして折ると A と C は重る）ということに注目しましょう。ですから、AO と CO の長さは同じですし、2 本の対角線 AC と DB は垂直に交わるのです。（これは、線対称な位置にある 2 つの点が持っている性質でしたね。）このことを表すために、図にもマークをつけておきました。

念のために注意しておきますが、点 D と点 B は対角線 AC に関して線対称な位置にあるとは限りません。ですから、DO と BO の長さは同じとは限りません。

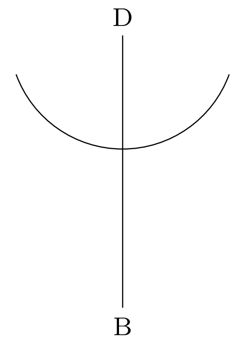
ここでさらに注目したいのは、たこ型の四角形では対角線は垂直に交わっているということです。ということは、コンパスと定規を使って、たこ型の四角形を描くことができれば、垂直に交わる直線を描くことができることになりますね。

では、コンパスと定規を使って「たこ型の四角形」を作図する方法をこれから 2 つ紹介しましょう。

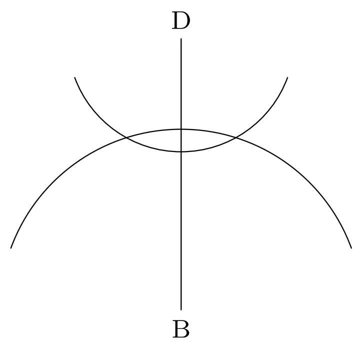
たこ型の四角形の作図の仕方その 1

右の図を見てください。まず頂点 D と B の位置を自分の好きな所に決めて、定規を使って線分 DB を描きます。

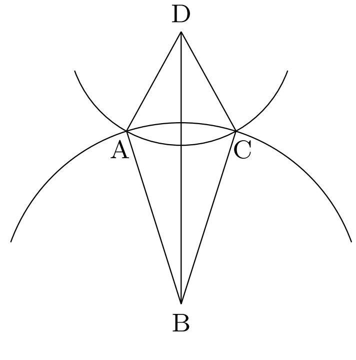
次は、コンパスのをいい感じに開いて、針を点 D にさし、くるっと回転させて短い曲線を描きます。右の図のようになります。



次は、コンパスのをいい感じに開いて、針を点 B にさし、くるっと回転させて短い曲線を描きます。右の図のようになります。



コンパスを使って描いた 2 本の曲線が交わる所に 2 つの点ができています。この 2 つの点を A、C と名づけました。そして、定規を使って D と A を結び、D と C を結び、B と A を結び、B と C を結んで、四角形 ABCD を作りました。



A と C はコンパスを使って見つけた点です。D から A までの距離と、 D から C までの距離は同じになります。ですから、辺 DA と DC の長さは同じです。また、B から A までの距離と、 B から C までの距離は同じになります。ですか

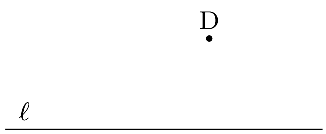
ら、辺 BA と BC の長さは同じです。ということは、四角形 ABCD はたこ型の四角形ということですね。これで、たこ型の四角形の完成です。

点 A と点 C は「たこ型」の対角線 DB に関して線対称な位置にあります。ですから、A と C を定規で結べば、DB と垂直な線ができるのです。このようにして「たこ型」を作図すると、対角線を追加することによって、与えられた直線 DC に垂直な線を描くことができるのです。実は、この方法は例題 14 で使われていたのと同じです。

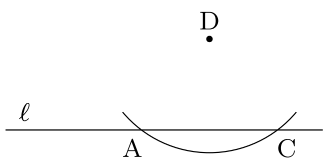
たこ型の四角形の作図の仕方その 2

右の図を見てください。まず定規を使って、適当に一本、直線を描いておきます。ここではこの直線を ℓ と名づけました。

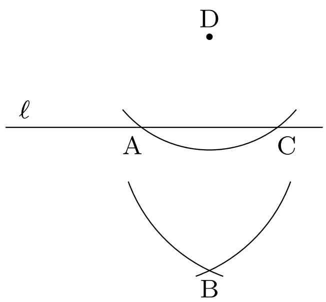
次は、適当に、どこかに点を打ちます。ただし、直線 ℓ の上にはないようにしておきます。ここではこの点の名前を D にしました。



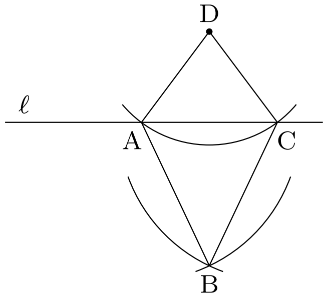
次は、コンパスのをいい感じに開いて、針を点 D にさし、くるっと回転させて短い曲線を描きます。右の図のようになります。初めからあった直線 ℓ と今描いた曲線の交わる所に 2 つ点ができました。ここではこの 2 つの点の名前を A と C にしておきます。コンパスを使ったのですから、D から A までの距離と、D から C までの距離は同じです。



右の図を見てください。次は、コンパスをいい感じに開いて、針を点 A にさし、くるっと回転させて短い曲線を描きます。（コンパスの開き具合は、さっきとはちがっていてもかまいません。）そしてまたコンパスを使い、今度はコンパスの開



き具合は変えないで、針を点 C にさし、くるっと回転させて短い曲線を描きます。すると、2 つの曲線が交わった所に点ができます。ここではこの点の名前を B にしておきます。A に針をさしてコンパスで曲線を描いたときと、C にに針をさしてコンパスで曲線を描いたときでは、コンパスの開き具合は変えていないのですから、A から B までの距離と、C から B までの距離は同じです。



最後に、定規を使って、D と A を結び、D と C を結び、A と B を結び、C と B を結ぶと四角形ができます。さっきも説明しましたが、D から A までの距離と、D から C までの距離は同じですし、A から B までの距離と、C から B までの距離は同じです。ということは、四角形 ABCD はたこ型の四角形ということですね。これで、たこ型の四角形の完成です。

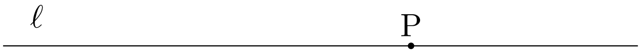
点 D と点 B を定規で結んでみるとどうなるのか想像してください。四角形 ABCD はたこ型ですから、点 A と点 C は対角線 DB に関して線対称な位置にあります。ですから、AC は DB と垂直になっているのです。このようにして「たこ型」を作図すると、対角線を追加することによって、与えられた直線 ℓ に垂直な線を描くことができるのです。実は、この方法は例題 15 で使われたのと同じです。

問 29. これまで説明してきた 2 つの方法で、あなたも自分で「たこ型の四角形」を作図しなさい。

答えを見る

では、話を進めましょう。次も、「初めに直線と点が描いてあり、その点を通って、その直線に垂直な直線を作図する問題」です。ただし、これまでの 2 つの例題（つまり例題 14 と例題 15）とは違っている所があります。まず、問題文をよく読んで、どこがこれまでと違っているか注意しておいてください。

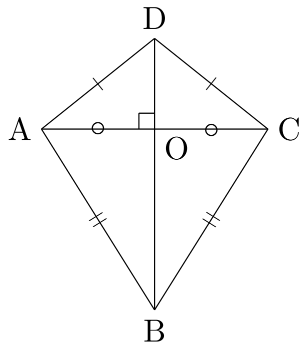
例題 16　右の図のように、ある直線と、その直線の上にある点が描いてあるとします。ここでは、その直線を ℓ と呼び、点を P と呼ぶことにします。点 P を通って、直線 ℓ に垂直な直線を作図しなさい。



解答

どこがこれまでの 2 つの例題 (つまり例題 14 と例題 15) とは違っているのかわかりましたか？そうです、例題 14 と例題 15 は、初めからある点は直線の上にはありませんでした。でも、この例題では、初めからある点は直線の上にあるのです。ですから、これまで学んだ方法をすっかり真似するだけでは、この例題の作図はできないでしょう。では、どうやれば作図できるのでしょうか。

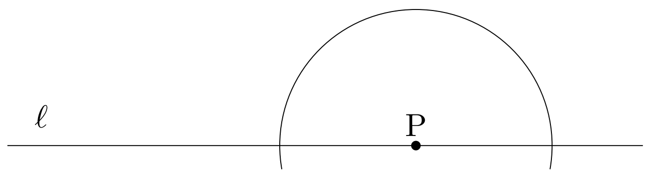
まあ、これまでの 2 つの例題（つまり、例題 14 と例題 15）でも結局、「たこ型の四角形の対角線は垂直に交わっている」ということや、たこ型では「ある 2 つの頂点は、ある対角線に関して線対称な位置にある」ということに目をつけて作図をしたようなものですよね。この例題でも、やはりそういうことに注目すれば、きっと作図できるのではないでしょうか。では、悩んでみることにしましょう。



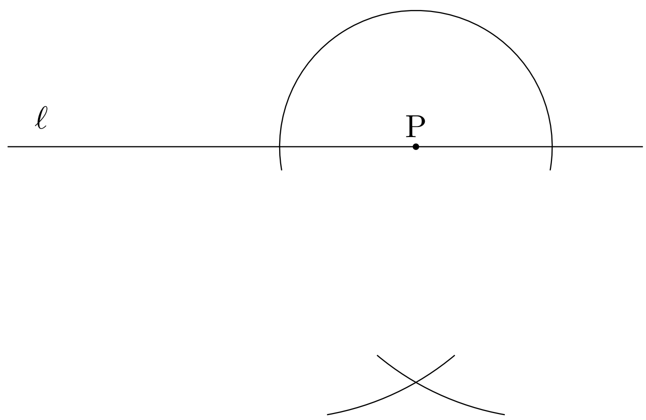
というわけでもう 1 度、「たこ型の四角形」について、よく観察して悩んでみます。右の図を見てください。この図の「たこ型」では、DC と AC は垂直で、A と C は DC に関して線対称な位置にあるわけです。ということは、AO と CO は同じ長さですね。あっ、なんか気がつきそうな感じがしてきました。「この例題で初めから描いてある直線」がこのたこ型では「AB を通る直線」になっていて、「この例題で初めから出てくる点 P」がこのたこ型では「点 O」になってると思うのはどうでしょうか？これ、結構いい線いってると思いません？だって、こういうふうに思った人は、コンパスを使えば直線 ℓ の上に、P からの距離が等しい点を 2 つとれ

ばいいって考えるじゃぁないですか。（たこ型の図でいうと、A や C の役割を果たす点をコンパスで作るって事です。）ではやってみることにしましょう。

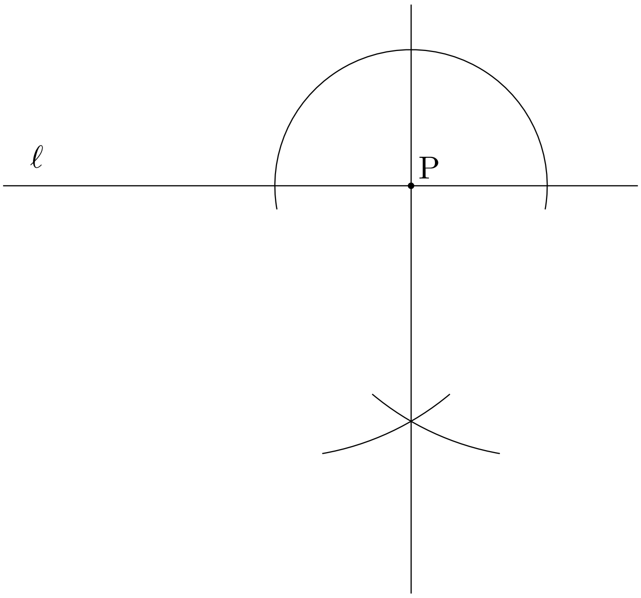
まず、コンパスの針をいい感じに開いて、針を点 P にさし、くるっと半周以上回転させて曲線を描きます。右の図を見てください。そうすると、ℓ と今描いた曲線が交わった所に 2 つ点ができます。もちろん、P からこの 2 つの点までの距離は同じなわけです。（これで、たこ型の図の A と C の役割をする点が発見できました。）



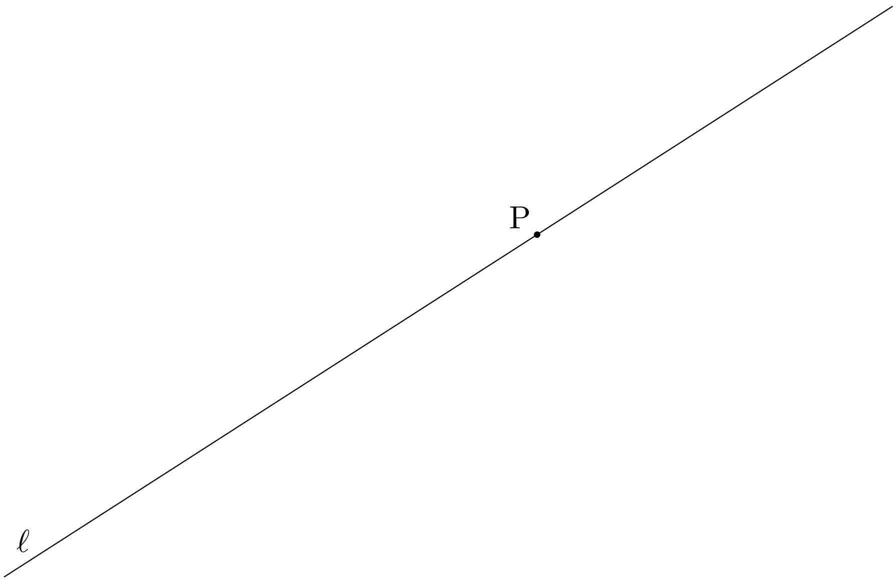
今度は、たこ型の図の、B の役割を果たす点を探しましょう。もう、どうすればよいか、あなたもわかりましたよね。そうです、さっき見つけた 2 つの点にコンパスの針をさして、くるっとやればよいのです。もちろんコンパスの開き具合は変えてはダメですよね。そうすると、2 つの曲線が交わった所に点ができるわけです。右の図のようになりますね。もちろん、さっき見つけた 2 つの点から今見つけた点までの距離は同じなわけです。（これで、たこ型の図の B の役割をする点が発見できました。）



右の図を見てください。最後に、さっき見つけた点と、点 P を通る直線を定規を使って描きます。これで出来上がりですね。



問 30. 次の図のように、ある直線と、その直線の上にある点が描いてあるとします。ここでは、その直線を ℓ と呼び、点を P と呼ぶことにします。点 P を通って、直線 ℓ に垂直な直線を例題**??**の解答で学んだ方法で作図しなさい。



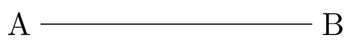
答えを見る

2.3　線分を垂直に 2 等分する線の描き方

まずあなたに専門用語を覚えて守ることにします。

線分の垂直 2 等分線とは

右の図を見てください。線分 AB が描いてあります。（いいですか、線分なのですから、ちゃんと両端があるのですよ。果てしなく伸びているまっすぐな線は、直線というのでしたね。）ここで、この図にさらに、次のような 2 つの特徴を両方持った直線を追加して描くことにします。

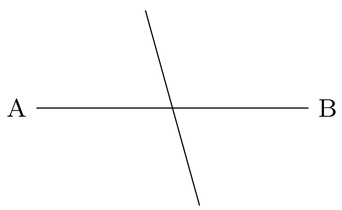


特徴 1：これから描く直線は、すでに描いてある線分 AB に垂直である。

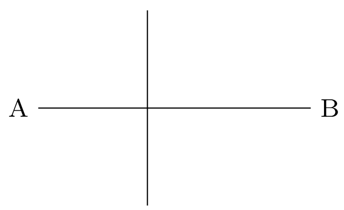
特徴 2：これから描く直線は、すでに描いてある線分 AB を半分ずつに分ける。

このような 2 つの特徴を持っている直線のことを、もともと描いてあった線分の**垂直 2 等分線**といいます。

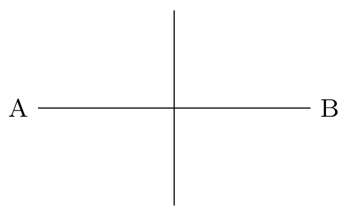
では、次の図を見てください、これは 3 人の人、P さん、Q さん、R さんが定規だけを使って、結構いい加減に、線分 AB の垂直 2 等分線を描いたつもりのものです。



P さんが定規だけで
いい加減に描いた
線分 AB の垂直 2 等分線



Q さんが定規だけで
いい加減に描いた
線分 AB の垂直 2 等分線



R さんが定規だけで
いい加減に描いた
線分 AB の垂直 2 等分線

さてこの 3 人の中で、一番上手に「線分 AB の垂直 2 等分線」がかけたのは誰でしょう。3 人とも、結構いい加減に描いたのですが、定規を使っているのできれいにまっすぐな線がかけています。でもよく見ると、1 人 1 人、直線の向きや場所が違っているようですね。3 人それぞれの性格が出ているようです。 ここでもう 1 度、垂直 2 等分線ってな

んだったか思い出しておきましょう。たしか、線分 AB の垂直 2 等分線って、「線分 AB に垂直になっていて」、「線分 AB を 2 等分する、つまり線分 AB の真ん中を通る」直線のことでしたね。このことを思い出しておいて、3 人の描いた線分 AB の垂直 2 等分線をもう 1 度見てみましょう。

まず P さんの描いたものを見ましょう。これ、あんまりよくないですよね、P さんの描いた直線は、線分 AB の真ん中を通っているようなので、この点はうまく行っています。でも、線分 AB に垂直には見えませんよね。だからダメですよね。

次に Q さんの描いたものを見ましょう。これも、あんまりよくないですよね、Q さんの描いた直線は、線分 AB に垂直に見えるので、この点はうまく行っています。でも、線分 AB の真ん中を通っているようには見えませんよね。だからダメですよね。

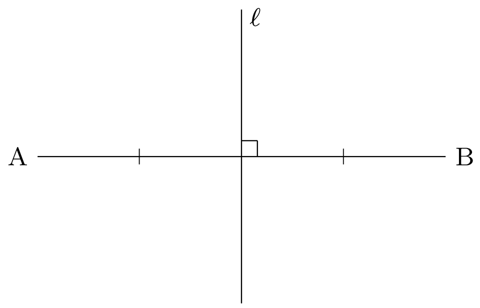
最後に R さんの描いたものを見ましょう。これ、かなりいい線いってますよね。ぱっと見る限り、ちゃんと線分 AB に垂直に見えますし、線分 AB の真ん中を通っているように見えます、ですから一番うまく行ったのは R さんですね。

ではここで、もう 1 度、「線分の垂直 2 等分線」とは何なのか、まとめておきましょう。

線分の垂直 2 等分線って何？

はじめに、ある 1 つの線分が描いてあるとします。このとき、次の 2 つの条件を満たしている直線のことを考えることにします。

- この直線は、はじめに描いてあった線分に垂直になっている。
- この直線は、はじめに描いてあった線分を 2 等分する 。つまり、初めに描いたあった線分を半分ずつに分けている。



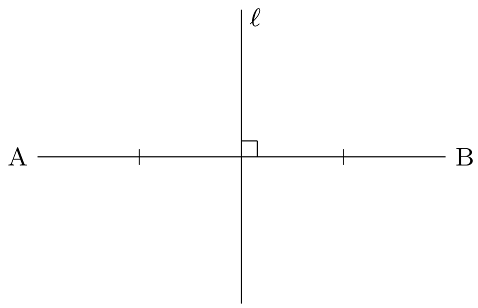
この図で、直線 ℓ は線分 AB に垂直で、線分 AB を 2 等分している。だから直線 ℓ は線分 AB の垂直 2 等分線なのである。

この 2 つの条件を満たしている直線のことを、はじめに描いてあった線分の**垂直 2 等分線**と呼びます。

線分の垂直 2 等分線とはそもそも何なのか説明が終わったので、これから、線分の垂直 2 等分線には、何か面白い性質があるか考えることにします。

線分の垂直 2 等分線が持っている性質

右の図を見てください、この図で直線 ℓ は、線分 AB の垂直 2 等分線です。ですから当然、「直線 ℓ は線分 AB に垂直になっている」という性質と、「直線 ℓ は、線分 AB を 2 等分する」という性質があります。では、このほかに、何か面白い性質はあるでしょうか？あなたも図をよく見て考えてみてください。「実はこうなっているんじゃない？」と思ったことは何かありませんか？では 5 分待つことにします。考えてくださいね。



この図で、直線 ℓ は線分 AB に垂直で、線分 AB を 2 等分している。つまり直線 ℓ は線分 AB の垂直 2 等分線。

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・

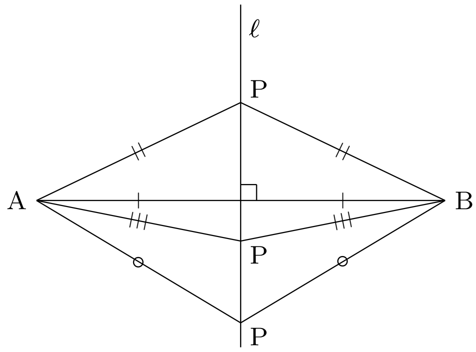
・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

はい、5 分たちました。何か気の利いたこと、見つかりましたか？まぁ、人によって気づくことは色々違っているでしょう。ですから、色々な答えがあると思います。ここでは、あなたに、次のような性質を紹介することにします。これは、垂直 2 等分線のもっている性質の中でもとても重要なものです。

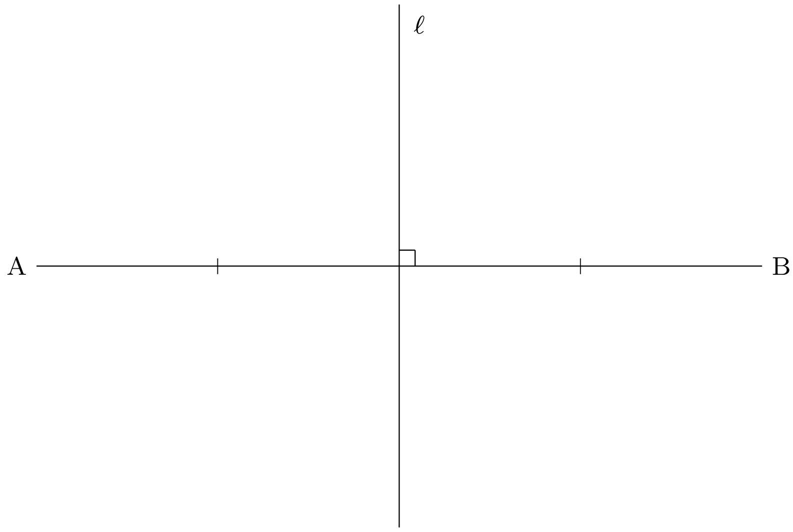
重要な事実：線分の垂直 2 等分線の性質

ある線分と、その線分の垂直 2 等分線があるとします。そしてあなたは、垂直 2 等分線の上のどこでもよいから、自分の好きな所に点を打ったとします。そうすると、あなたが打った点から、線分の両端までの距離は必ず等しくなっているのです。



直線 ℓ は線分 AB の垂直 2 等分線とする。点 P が ℓ の上にある限り、必ず、P から A までの距離と、P から B までの距離は等しいのである。

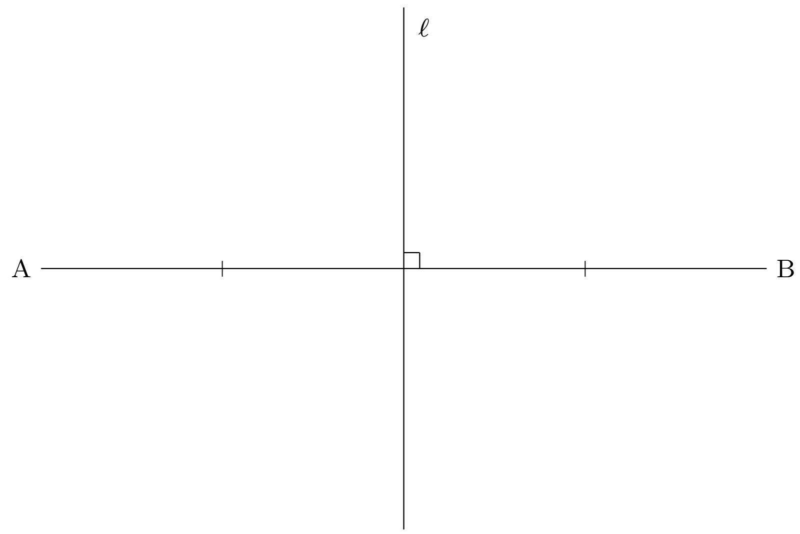
これ、本当なんですよ。では、あなたにも確認してもらうことにしましょう。次の図は、線分 AB と、線分 AB の垂直 2 等分線 ℓ をかなり正確に描いたものです。この図を使って、さっき書いてあったことが本当かどうか、試してみることにしましょう。では、線分 AB の垂直 2 等分線の上に点を打ってみてください。線分 AB の垂直 2 等分線の上であればどこでもかまいません。あなたの好きな所に打ってください。そしてものさしを準備してください。



この図で、直線 ℓ は線分 AB に垂直で、線分 AB を 2 等分している。
つまり直線 ℓ は線分 AB の垂直 2 等分線。

それではものさしの目盛りを使って距離を測ってみることにしましょう。「あなたが打った点から A までの距離」と、「あなたが打った点から B までの距離」を測ってみてください。何センチ何ミリになってましたか？どうですか？同じ距離でしたか？ちゃんと測った人は同じ距離になっているのが確認できたと思います。

念のため、次の図を使ってもう 1 度確認することにしましょう。今度は、さっきとは違う所に点を打ってみてください。でも打ってよいのは線分 AB の垂直 2 等分線の上だけですよ。いいですか。



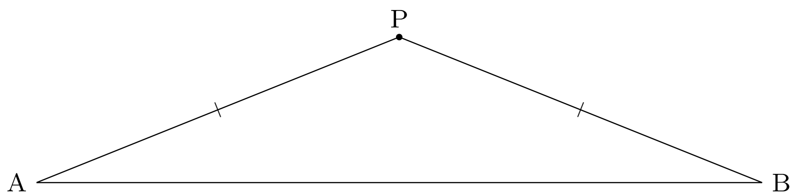
この図で、直線 ℓ は線分 AB に垂直で、線分 AB を 2 等分している。
つまり直線 ℓ は線分 AB の垂直 2 等分線。

ではまた、ものさしの目盛りを使って「あなたが打った点から A までの距離」と、「あなたが打った点から B までの距離」を測ってください。何センチ何ミリになってましたか？どうですか？同じ距離でしたか？今度も、ちゃんと測った人は同じ距離になっているのが確認できたと思います。

いま 2 回試してもらいましたが、このほかにも、垂直 2 等分線の上にはいくらでも違う場所に点を打つことができます。しかし、たとえどんな所に点を打ったとしても、垂直 2 等分線の上に打つ限り、必ず線分の両端までの距離は同じになっているのです。もしかして「そんなのあたりまえじゃん。」って思ってたりしませんか？「あたりまえ」じゃぁ

ないんですよ。だって、「線分の垂直 2 等分線」ってそもそも、「その線分に垂直になっていて、その線分を半分ずつに分ける直線」のことですよね。「この直線の上にある点から、線分の両端までの距離」の話なんてもともと何も出てこないですよね。でも実は・・・という話ですよね。ですから、たとえこの話が本当だとしても、本来なら証拠を見せないといけないのです。でも、図形のことを学び始めたばかりのあなたに、証拠の話をするのは少し難しいかもしれません。証拠を見せるのはここではやめておきます。でも、そのうち必ず、あなたは証拠を見せる話を学ぶことになります。そのときまで楽しみに待っていてください。

ではもう少し、さっきの重要な事実、つまり「線分の垂直 2 等分線の性質」と関係のある話をすることにしましょう。次の図を見てください。まず線分 AB だけが描いてあったのですが、ある人がいて、点 A からの距離と点 B からの距離が等しい点をとにかく 1 つ見つけようとしていました。どのようにしたのかわからないのですが、この人はがんばってそのような点を 1 つ見つけ、その点を P と名づけたのです。



ある人が、がんばって、A までの距離と B までの距離が等しい点を 1 つ見つけ、その点を P と名づけた。

点 A からの距離と点 B からの距離が等しくなっている点は、このほかにもあるはずです。そしてこの人は、もっとたくさん、点 A からの距離と点 B からの距離が等しい点を見つけようと思っていたのですが、ある日病気になり、もう点を見つけることはできなくなってしまいました。そこであなたにお願いです。この人の代わりに、点 A からの距離と点 B からの距離が等しい点をできるだけたくさん見つけてください。ものさしの目盛りをうまく使って良いので、さっきの図に、できるだけたくさん、大体の場所でもよいか

ら点を打ってください。ではお願いします。

・・・・・・・・・・・・・・・・

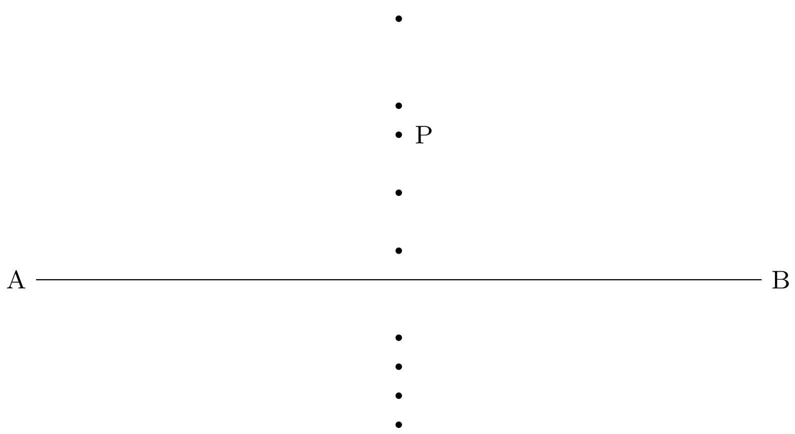
・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

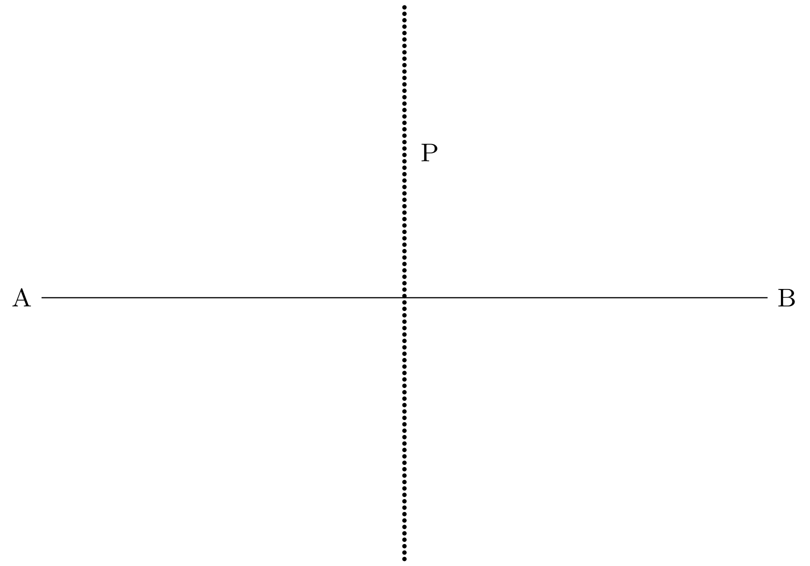
・・・・・・・・・・・・・・・・・・

お願い、聞いてもらえましたか？優しいあなたのことですから、きっとたくさん点を打ってくれたことでしょう。そうすると、たぶん次の図のようになったと思います。見てください。



A からの距離と、B からの距離が等しくなっている点をたくさん見つけてみた。
すると・・・

どうですか？なんか、見つけた点たちは、まっすぐ並ぶみたいですね。では、A からの距離と、B からの距離が等しくなっている点をさらに、もっともっとたくさん見つけていくとどうなるのでしょうか。実は、どんどん点を見つけていくと、次の図のようにびっしり点が集まって、最後には線分 AB の垂直 2 等分線になってしまうのです。



A からの距離と、B からの距離が等しくなっている点を全部見つけていくと、
最後には線分 AB の垂直 2 等分線ができる。

　でもこれ、本当に「線分 AB の垂直 2 等分線」なんでしょうか？だって、この直線って、「線分 AB に垂直になるように」って気にしながら描いたわけじゃぁないですよね。また、「線分 AB が 2 等分されるように」って気にしながら描いたわけでもありませんよね。でも、そもそも、「線分 AB の垂直 2 等分線」とは、「線分 AB に垂直で、線分 AB を 2 等分している直線」のことですよね。ということは、さっきできた直線って、いくら線分 AB の垂直 2 等分線っぽく見えるからといって、本当にそうなのか今のところわかりませんよね。そうです。何度もいうように、数学では証拠が必要なのです。でも、今度も証拠を見せる話はやめておきます。あなたが図形の学習にもっと慣れてから、証拠を見せる話を学ぶことにしましょう。ですから、今日はこの話、信じておくことにしましょう。では、話をまとめておきます。

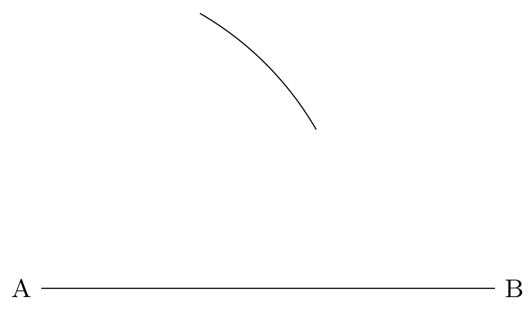
重要な事実：こんなことをすると垂直 2 等分線ができてしまう

初めに、ある線分が書いてあるとします。このとき、あなたが、「この線分の両端までの距離が等しくなっている点」をどんどんたくさん見つけて、点を打っていくと、最後にはこの線分の垂直 2 等分線ができてしまうのです。

線分の垂直 2 等分線の作図の仕方

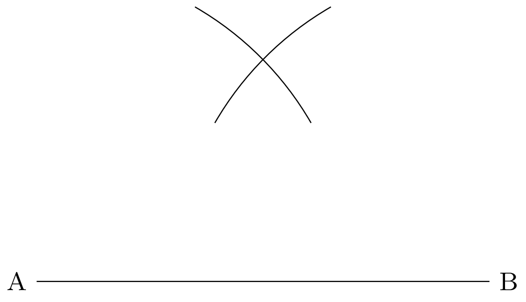
さっき最後に、「線分の両端までの距離が等しくなっている点をどんどんたくさん見つけて点を打っていくと、最後には、この線分の垂直 2 等分線ができてしまう」という話を学びました。ですからもちろん、線分の両端までの距離が等しくなっている点をどんどんたくさん見つけて点を打っていくという方法で、その線分の垂直 2 等分線を描くことができます。でもこの方法、いくつか問題点がありますよね。まず、線分の両端までの距離が等しくなっている点ってどうやって正確に探すのでしょう、また、線分の両端までの距離が等しくなっている点って、いくらでも、きりなくあるんですよね。このやり方だといつ終わるんでしょう。あぁ、でも何とかなるような気がしてきました。最後には直線ができることは確実なので、2 つ点を見つければよいではありませんか。2 つ点が見つかれば、定規でまっすぐ結べばいいですよね。というわけで、何とかして、「線分の両端からの距離が等しくなっている点」を 2 つ見つければよいということになりますね。でも、どうやって見つけましょう。今度は定規の目盛りで測りながら、「大体ここかなぁ」なんてやるのはダメですよ。正確な場所を、だれからも文句の来ないやり方で見つけるのです。そのために使える道具はたしか、「定規とコンパス」だけでしたね。（念のためにいっておきますが、定規についている目盛りを利用してはいけないんですよ。覚えていますよね。）では、どうしましょうか。うーん、そうですねぇ。線分の両端からの距離が等しい点を見つけるんですよねぇ。あっ、コンパスを使えばいいじゃないですか。そう思いますよね、あなたも。ではやってみることにします。

右の図を見てください。コンパスをいい感じに開いておき、コンパスの針を線分の左端の点 A にさし、コンパスをくるっと回転させ、短い曲線を描いてみました。



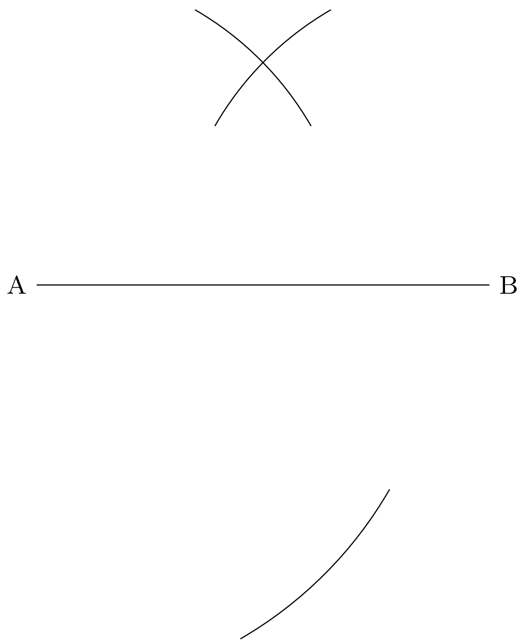
A にコンパスの針をさし、くるっと回転させた

そしてさらに、コンパスの開き具合を変えないで、コンパスの針を点Bにさし、くるっと回転させて短い曲線を描いてみましょう。すると右の図のようになりますね。初めに描いた短い曲線と、今描いた短い曲線の交わった所を見てください、この場所って、どう考えても点Aからの距離と点Bからの距離は同じですよね、だって、コンパスの開き具合は変えていないんですから。ということは、ここって、見つけたかった場所の1つじゃぁないですか。これで1歩前進ですね。あともう1ヶ所、点Aからの距離と点Bからの距離が同じになってる場所を見つければいいんですよね。でも、今と同じようにすれば簡単に探せますね。ではやってみます。



Bにコンパスの針をさし、くるっと回転させた

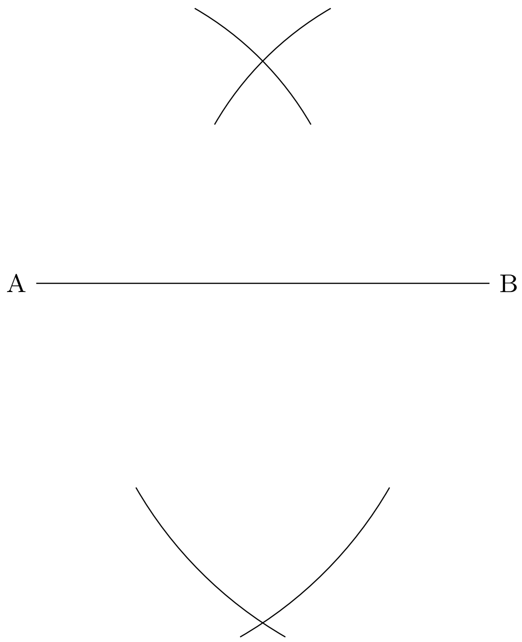
まず、コンパスをいい感じに開いておきます。今度はさっきと同じ幅でなくてもかまいません、そこでさっきより少し広めにコンパスを開いておくことにします。（念のためいっておきますが、少し狭く開いてもいいし、さっきと同じに開いてもいいんですよ。）そして針を点Aにさし、くるっと回転させて短い曲線を描きます。そうすると、右の図のようになります。右の図では、コンパスを使って新しく描いた曲線は、線分ABの下側に描いてありますが、この曲線は線分ABの下側に描いてもよいし、上側に描いてもかまいません。（ただし、コンパスの幅を変えなかった人は、線分ABの上側に描いてしまうと、曲線が重なってしまうので困ったことになります。コンパスの幅を変えなかっ



Aにコンパスの針をさし、くるっと回転させた

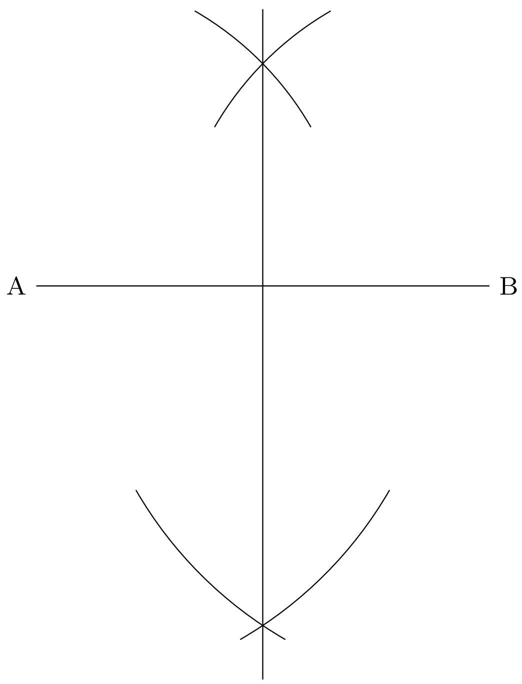
た人は、下側に描くようにしましょう。）

　そしてさらに次のようにします。今度はコンパスの幅を変えてはいけませんよね。さっきと全く同じ開き具合にしておきます。そしてコンパスの針を点 B にさし、くるっと回転させて、短い曲線を描きます。（さっき、線分 AB の下側に短い曲線を描いた人は、今度も下側に短い曲線を描くんですよ。また、さっき線分 AB の上側に短い曲線を描いた人は今度も上側に短い曲線を描くんですよ。そうしないと、さっき描いた曲線と交わりませんから。）すると右の図のようになりますね。これで、2 つ目の点が見つかりました。2 つの短い曲線の交わった場所は、点 A からの距離と、点 B からの距離が等しい場所ですよね。



B にコンパスの針をさし、くるっと回転させた

　というわけで、後はこの 2 つの点を通る直線を定規で描けば、線分 AB の垂直 2 等分線の完成ですね。右の図のようになります。



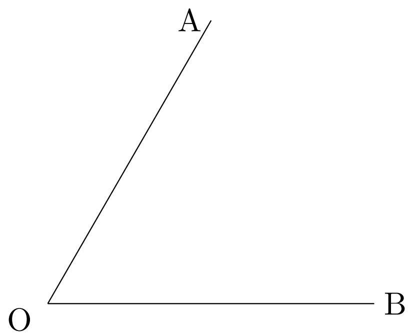
A からの距離と B からの距離が等しい点が 2 つ見つかったので、その 2 つの点を通る直線を描くと出来上がり。

2.4　角を 2 等分する線の描き方

これまで「線分」を垂直に「2 等分」する線について学んできました。ここからは「角」を「2 等分」する線について学びます。

角の 2 等分線とは

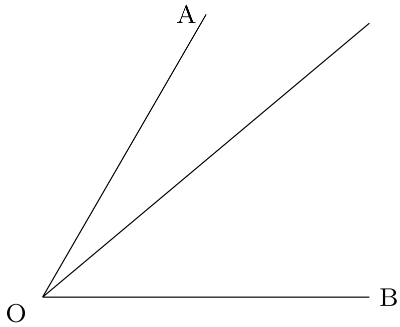
右の図を見てください。角 AOB が描いてあります。ここで、この図にさらに、次のような特徴を持った直線を追加して描くことにします。



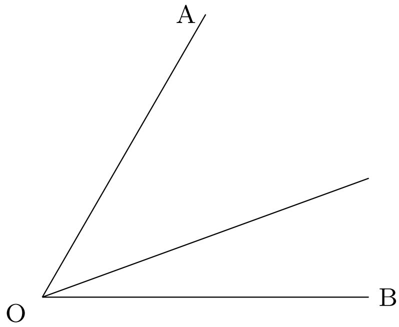
特徴：これから描く直線は、すでに描いてある角 AOB を半分ずつに分ける。

このような特徴を持っている直線のことを、もともと描いてあった角の**2 等分線**といいます。

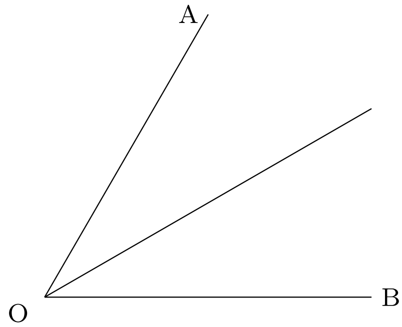
では、次の図を見てください、これは 3 人の人、P さん、Q さん、R さんが定規だけを使って、結構いい加減に、角 AOB の 2 等分線を描いたつもりのものです。



P さんが定規だけで
いい加減に描いた
角 AOB の 2 等分線



Q さんが定規だけで
いい加減に描いた
角 AOB の 2 等分線



R さんが定規だけで
いい加減に描いた
角 AOB の 2 等分線

さて、この 3 人の中で一番上手に「角 AOB の 2 等分線」がかけたのは誰でしょう。3 人とも、結構いい加減に描いたのですが、定規を使っているのできれいにまっすぐな線が

かけています。でもよく見ると、1 人 1 人、直線の向きが違っているようですね。3 人それぞれの性格が出ているようです。 ここでもう 1 度、角の 2 等分線ってなんだったか思い出しておきましょう。たしか、角 AOB の 2 等分線って、「角 AOB を 2 等分する、つまり角 AOB を半分ずつに分ける」直線のことでしたね。このことを思い出しておいて、3 人の描いた角 AOB の 2 等分線をもう 1 度見てみましょう。

まず P さんの描いたものを見ましょう。これ、あんまりよくないですよね、P さんの描いた直線だと、上にできた角は、下にできた角より小さいみたいですよね。同じ大きさには見えません。だからダメですよね。

次に Q さんの描いたものを見ましょう。これも、あんまりよくないですよね、Q さんの描いた直線だと、上にできた角は、下にできた角より大きいみたいですよね。同じ大きさには見えません。だからダメですよね。

最後に R さんの描いたものを見ましょう。これ、かなりいい線いってますよね。ぱっと見る限り、上にできた角と、下にできた角は同じ大きさには見えます。ちゃんと角 AOB を半分ずつに分けているように見えます。ですから一番うまく行ったのは R さんですね。

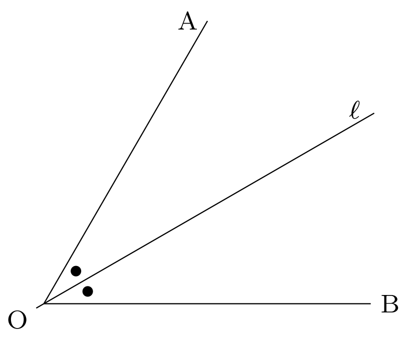
ではここで、もう 1 度、「線分の垂直 2 等分線」とは何なのか、まとめておきましょう。

角の垂直 2 等分線って何？

はじめに、ある 1 つの角分が描いてあるとします。

このとき、次の条件を満たしている直線のことを考えることにします。

この直線は、はじめに描いてあった角を 2 等分する。つまり、初めに描いたあった角を半分ずつに分けている。



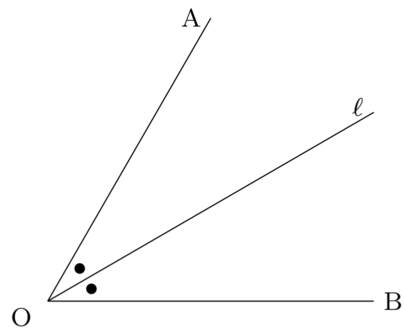
この図で、直線 ℓ は角 AOB を 2 等分している。
だから直線 ℓ は角 AOB の 2 等分線なのである。

この条件を満たしている直線のことを、はじめに描いてあった角の**2 等分線**と呼びます。

角の 2 等分線とはそもそも何なのか説明が終わったので、これから、角の 2 等分線には何か面白い性質があるかどうか考えることにします。

角の 2 等分線が持っている性質

右の図を見てください、この図で直線 ℓ は、角 AOB の 2 等分線です。ですから当然、「直線 ℓ は、角 AOB を 2 等分する、つまり半分ずつに分ける」という性質があります。では、このほかに、何か面白い性質はあるでしょうか？あなたも図をよく見て考えてみてください。「実はこうなっているんじゃない？」と思ったことは何かありませんか？では 5 分待つことにします。考えてくださいね。



この図で、直線 ℓ は角 AOB を 2 等分している。
だから直線 ℓ は角 AOB の 2 等分線なのである。

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

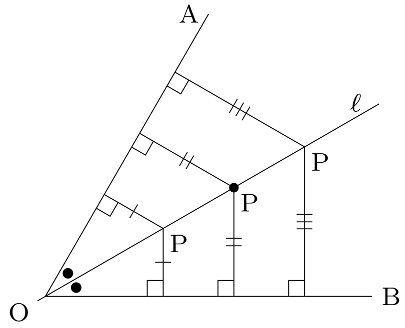
・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

はい、5 分たちました。何か気の利いたこと、見つかりましたか？まぁ、人によって気づくことは色々違っているでしょう。ですから、色々な答えがあると思います。ここでは、あなたに、次のような性質を紹介することにします。これは、角の 2 等分線のもっている性質の中でもとても重要なものです。

重要な事実：線分の垂直 2 等分線の性質

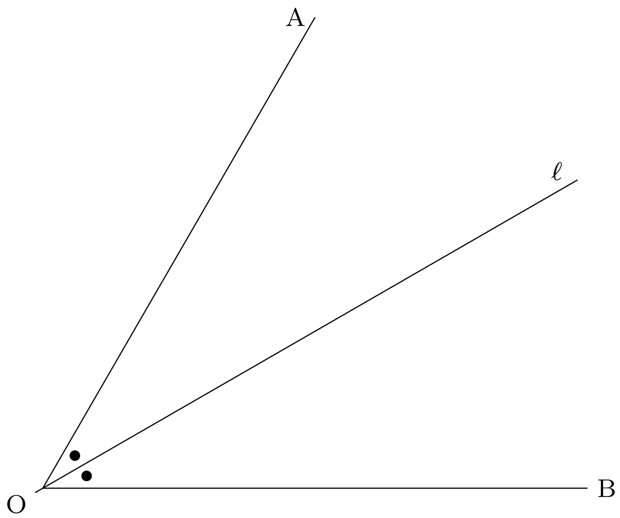
ある角と、その角の垂直 2 等分線があるとします。そしてあなたは、角の 2 等分線の上のどこでもよいから、自分の好きな所に点を打ったとします。そうすると、あなたが打った点から、角を作っている 2 つの辺までの距離は必ず等しくなっているのです。



直線 ℓ は角 AOB の 2 等分線とする。点 P が ℓ の上にある限り、必ず、P から辺 OA までの距離と、P から辺 OB までの距離は等しいのである。

意味、わかりましたか？もしかして、「あなたが打った点から、角を作っている 2 つの辺までの距離」ってどこからどこまでの距離なのか、わからなくなっていませんか？そういう人は、このテキストで、かなり前に学習した「点と直線の距離」の所を復習してください。でもまぁ、簡単に言えば、あなたが打った点から、辺へ向かって垂直に進んだときに、辺とぶつかるまでの距離のことですよ。大丈夫ですか？では、さっきの話、つまり重要な事実に書いてあったことに話を戻しましょう。この話、本当なんですよ。では、あなたにも確認してもらうことにします。

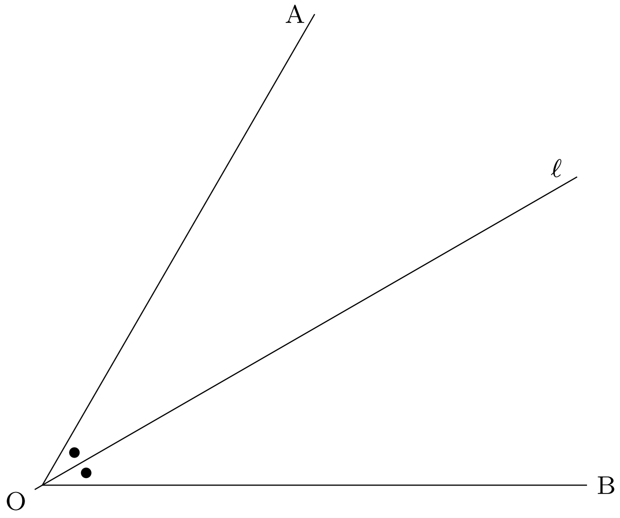
次の図は、角 AOB と、角 AOB の 2 等分線 ℓ をかなり正確に描いたものです。この図を使って、さっき書いてあったことが本当かどうか試してみることにしましょう。では、角 AOB の 2 等分線の上に点を打ってみてください。角 AOB の 2 等分線の上であればどこでもかまいません。あなたの好きな所に打ってください。そしてものさしを準備してください。



この図で、直線 ℓ は角 AOB を半分ずつに分けている。
つまり、直線 ℓ は角 AOB の 2 等分線。

点は打てましたか？それではものさしの目盛りを使って距離を測ってみることにしましょう。「あなたが打った点から辺 OA までの距離」と、「あなたが打った点から辺 OB までの距離」を測ってみてください。でも、できるだけ正確に測るために、ちゃんと、あなたの打った点から辺 OB や辺 OB に向かって垂直な線を描いておくんですよ。（そのためには、三角定規の 90° の角を利用するとよいでしょう。）ちゃんと距離、測れましたか。何センチ何ミリになってましたか？どうですか？同じ距離でしたか？ちゃんと測った人は同じ距離になっているのが確認できたと思います。

念のため、次の図を使ってもう 1 度確認することにしましょう。今度は、さっきとは違う所に点を打ってみてください。でも打ってよいのは角 AOB の 2 等分線の上だけですよ。いいですか。



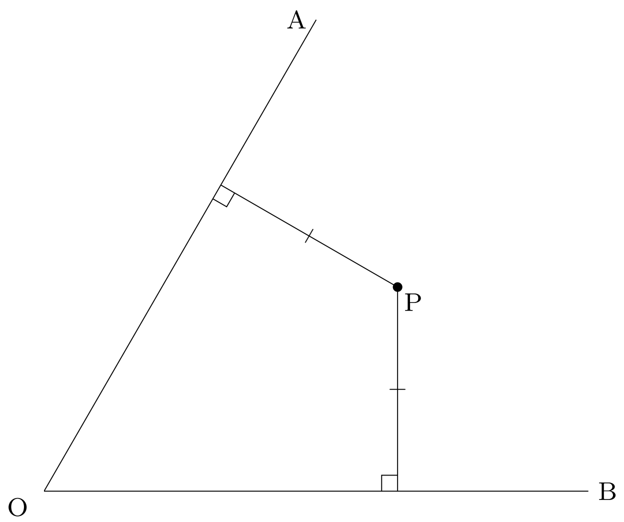
この図で、直線 ℓ は角 AOB を半分ずつに分けている。
つまり、直線 ℓ は角 AOB の 2 等分線。

ではまた、「あなたが打った点から辺 OA までの距離」と、「あなたが打った点から辺 OB までの距離」を測ってみてください。（今度もまた、できるだけ正確に測るために、ちゃんと、あなたの打った点から辺 OB や辺 OB に向かって垂直な線を描いておくんですよ。）何センチ何ミリになってましたか？どうですか？同じ距離でしたか？今度もちゃんと測った人は、同じ距離になっているのが確認できたと思います。

今 2 回試してもらいましたが、このほかにも角の 2 等分線の上には、いくらでも違う場所に点を打つことができます。しかし、たとえどんな所に点を打ったとしても、角の 2 等分線の上に打つ限り、必ず角を作っている 2 つの辺までの距離は同じになっているのです。もしかして「そんなのあたりまえじゃん。」って思ってたりしませんか？「あたりまえ」じゃぁないんですよ。だって、「角の 2 等分線」ってそもそも、「その角を半分ずつに分ける直線」のことですよね。「この直線の上にある点から、角を作っている 2 つの辺までの距離」の話なんてもともと出ていないですよね。でも実は・・・という話ですよね。ですから、たとえこの話が本当だとしても、本来なら証拠を見せないといけないのです。でも、証拠を見せるのはここではやめておきます。あなたは、図形のことを学び始めたばかりですから。でもそのうち必ず、あなたは証拠を見せる話を学ぶことになります。その

ときまで楽しみに待っていてください。

　では、もう少し、さっきの重要な事実、つまり「角の 2 等分線の性質」と関係のある話をすることにしましょう。次の図を見てください。まず、角 AOB だけが描いてあったのですが、ある人がいて、辺 OA からの距離と、辺 OB からの距離が等しい点をとにかく 1 つ見つけようとしていました。どのようにしたのかわからないのですが、この人はがんばって、1 つ点を見つけ、その点を P と名づけたのです。



ある人が、がんばって、辺 OA までの距離と辺 OB までの距離が等しい点を 1 つ見つけ、その点を P と名づけた。

　辺 OA からの距離と、辺 OB からの距離が等しくなっている点は、このほかにもあるはずです。ですからこの人は、もっとたくさん、辺 OA からの距離と辺 OB からの距離が等しい点を見つけようと思っていたのですが、ある日病気になり、もう点を見つけることはできなくなってしまいました。そこであなたにお願いです。この人の代わりに、辺 OA からの距離と、辺 OB からの距離が等しい点をできるだけたくさん見つけてください。ものさしの目盛りをうまく使って、さっきの図に、できるだけたくさん、大体の場所でもよいから点を打ってください。ではお願いします。

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

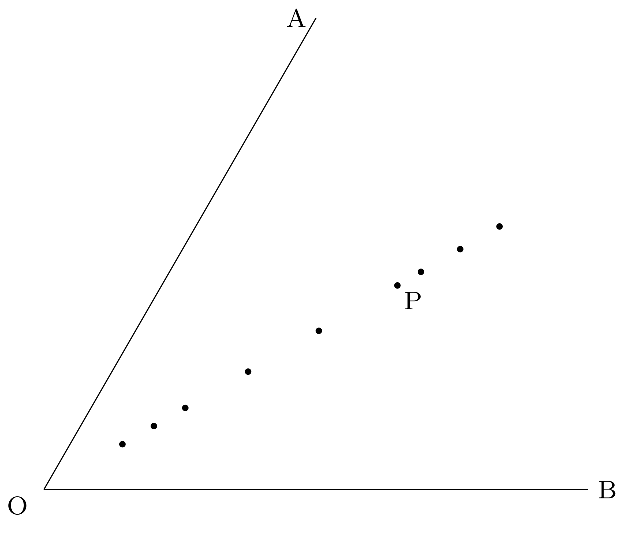
・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

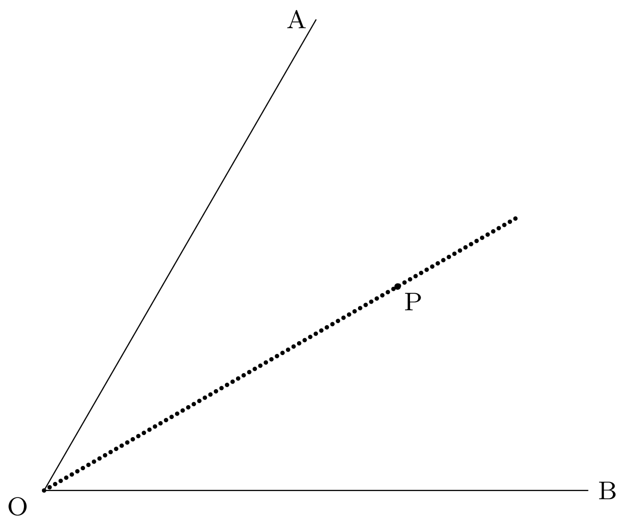
・・・・・・・・・・・・・・・

お願い、聞いてもらえましたか？優しいあなたのことですから、きっとたくさん点を打ってくれたことでしょう。そうすると、たぶん次の図のようになったと思います。見てください。



辺 OA からの距離と辺 OB からの距離が等しくなっている点をたくさん見つけてみた。
すると・・・

どうですか？なんか、見つけた点たちは、まっすぐ並ぶみたいですね。では、辺 OA からの距離と、辺 OB からの距離が等しくなっている点をさらに、もっともっとたくさん見つけていくとどうなるのでしょうか。実は、どんどん点を見つけていくと、次の図のようにびっしり点が集まって、最後には角 AOB の 2 等分線になってしまうのです。



辺 OA からの距離と、辺 OB からの距離が等しくなっている点を全部見つけていくと、最後には角 AOB の 2 等分線ができる。

でもこれ、本当に「角 AOB の 2 等分線」なんでしょうか？そもそも、「角 AOB の 2 等分線」とは、「角 AOB を 2 等分している直線」のことですよね。でもこの直線って、「角 AOB が 2 等分されるように」って気にしながら描いたわけでもありませんよね。辺 OA からの距離と、辺 OB からの距離が等しい点を集めていったのですよね。ということは、さっきできた直線って、いくら角 AOB の 2 等分線っぽく見えるからといって、本当にそうなのかわかりませんよね。そうです。何度もいうように、数学では証拠が必要なのです。でも、今度も証拠を見せる話はやめておきます。あなたが図形の学習にもっと慣れてから、証拠を見せる話を学ぶことにしましょう。ですから、今日はこの話、信じておくことにしましょう。では、話をまとめておきます。

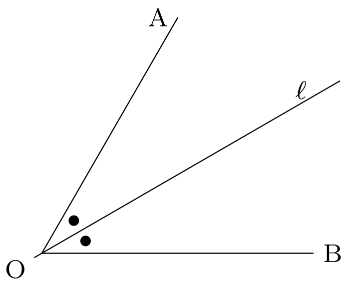
重要な事実：こんなことをすると角の 2 等分線ができてしまう

初めに、ある角が書いてあるとします。このときあなたが、「この角を作っている 2 つの辺までの距離が等しくなっている点」をどんどんたくさん見つけて点を打っていくと、最後にはこの角の 2 等分線ができてしまうのです。

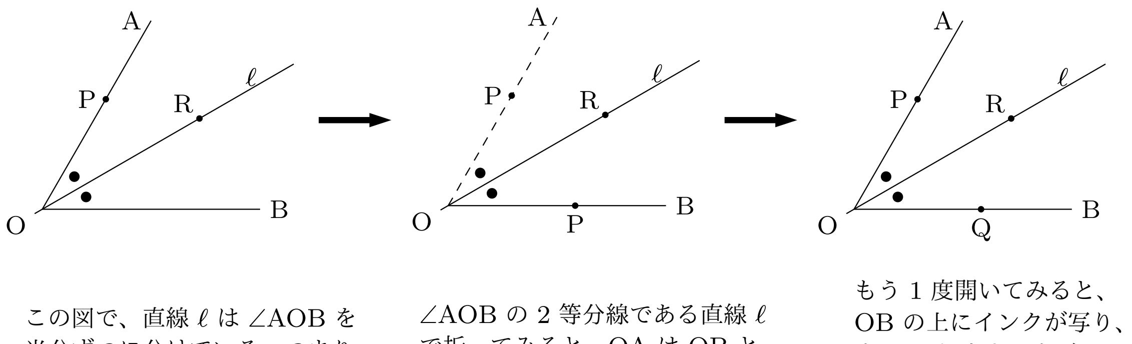
2.4.1　角の 2 等分線の作図の仕方

これからあなたと、角の 2 等分線を作図する方法を考えることにします。角の 2 等分線は、まっすぐな線ですから通る場所が 2 ヶ所正確に発見できれば、後は定規を使ってその 2 つの点を通るように描けばよいわけです。あー、でも 2 つの点のうち 1 つはわかりきっていますね。角のとがっている所ですよね。というわけで、あと 1 ヶ所、角の 2 等分線の通る場所が正確に発見できればよいということになりました。では、どうすればよいでしょうか。何か良い考えはありませんか？んー、難しそうなので、角の 2 等分線のことを少し研究してみることにします。

角の 2 等分線って、もちろん角を 2 等分する線のことですよね。ということは、角の 2 等分線を折り目の線にして折ると、角を作っている 2 つの辺はぴったり重なるんですよね。右の図を見てください。この図でいえば、角 AOB の 2 等分線である直線 ℓ を折り目にして折ってみると、辺 OA は辺 OB と重なるということですね。そこで、折る前に、OA の上のどこか 1 ヶ所に、インクで点をつけていおいたとします。そしてインクが乾く前に、角の 2 等分線で折ってみるとそのインクはどこかに写るはずです。では次の図を見てください。この図では、折る前にインクでつけた点を P と名づけておきました。また、角の 2 等分線 ℓ の上に 1 つ点を打ち、その点の名前を R にしてみました。



この図で、直線 ℓ は角 AOB を半分ずつに分けている。つまり、直線 ℓ は角 AOB の 2 等分線。だから、ℓ を折り目にして折ってみると、辺 OA は辺 OB と重なる。



この図で、直線 ℓ は $\angle$AOB を半分ずつに分けている。つまり、直線 ℓ は角 AOB の 2 等分線。

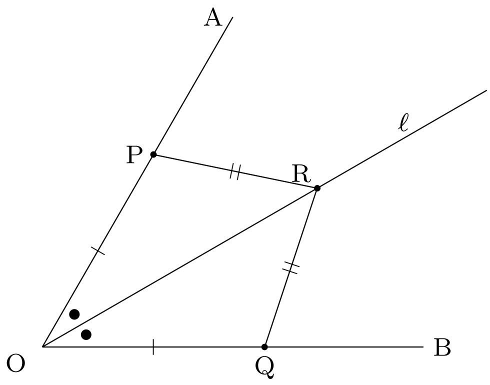
$\angle$AOB の 2 等分線である直線 ℓ で折ってみると、OA は OB と重なる。

もう 1 度開いてみると、OB の上にインクが写り、点 P に対応する点ができている。ここではその点の名前を Q にしてみた。

ではこの図を見て、何かいいことはないか考えて見ましょう。この図の 1 番右の図を見てください。ℓ を折り目にして折ると、点 P は点 Q に重なるんですよね。ということは線分 OP は線分 OQ と重なるんですね、だったら、O から P までの距離と、O から Q までの距離って同じじゃぁないですか。また点 P は点 Q に重なるんだから線分 PR は線分 QR と重なるんですね。だったら、P から R までの距離と、Q から R までの距離も同じじゃないですか。おー、これはすごいことがわかりました。

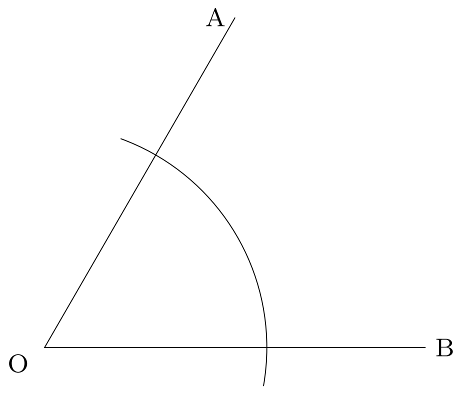
もう 1 度整理すると、「O から P までの距離と、O から Q までの距離は同じ」で、「P から R までの距離と、Q から R までの距離も同じ」ということですね。念のため右の図にも整理しておきました。これ、使えるじゃぁないですか。あなたもそう思いますよね。コンパス使えば、角の 2 等分線が描けるって思いませんでしたか？だって、この図の、点 R の場所が正確に発見できればよいのですから。

ではこの大発見をもとにして、角の 2 等分線の作図をしていくことにしましょう。



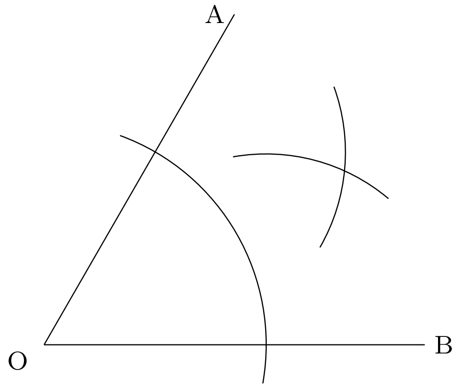
ℓ で折ると、P と Q は重なる。
だから OP の長さと、OQ の長さは同じ。
また、PR の長さと、QR の長さも同じ。

まず、さっきの話の、P と Q の役割をする点を見つけます。「O から P までの距離と、O から Q までの距離は同じ」になるようにすればよいので、コンパスをいい感じに開いて、針を O にさし、くるっと回転させて、短い曲線を描けばいいですね。角を作っている 2 つの辺とその曲線が交わるように描きます。すると、右の図のようになりますね。コンパスを使ったのですから、O から、交わった所にできる 2 つの点までの距離は同じになっています。



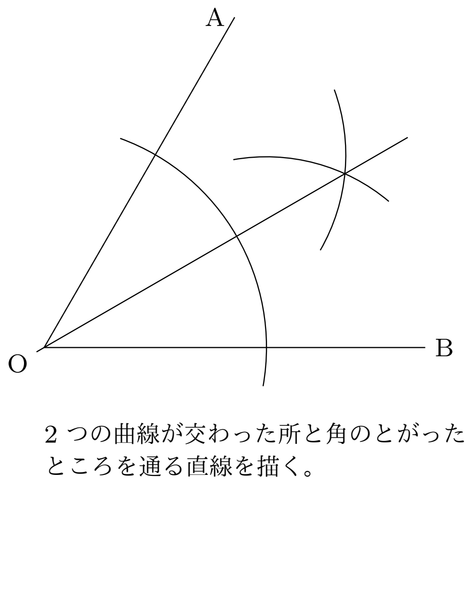
コンパスの針を O にさし、曲線を描く。
角を作っている 2 つの辺と交わるように描く。
O から、交わった所にできる 2 つの点までの
距離は同じである。

点 P と点 Q の役割をする点が見つかったので、次は、さっきの話の点 R の役割をする点を見つけます。「P から R までの距離と、Q から R までの距離も同じ」になるようにすればよいのですね.。ですから、まずコンパスをいい感じに開いて、針を P の役割をする点にさし、くるっと回転させて短い曲線を描きます。そしてコンパスに開き具合を変えないで、針を Q の役割をする点にさし、くるっと回転させて短い曲線を描きます。この 2 つの曲線はもちろん交わるようにしておきます。すると右の図のようになるわけです。もちろん、点 P の役割をする点や点 Q の役割をする点から、今描いた 2 つの曲線が交わってできた点までの距離は同じです。なぜなら、この 2 つの曲線はコンパスの開き具合を同じにして描いたのですから。



コンパスの針をさっき見つけた点にさし、曲線を描く。見つけた点は 2 つあるので、曲線も 2 つ描く。このとき、コンパスの開き具合は変えてはいけない。さっき見つけた 2 つの点から、2 つの曲線が交わった所にできる点までの距離は同じである。

右の図を見てください。点 R の役割をする点が見つかったので、定規を使って、この点と、角のとがった所を通る直線を描いて出来上がりですね。



2 つの曲線が交わった所と角のとがったところを通る直線を描く。

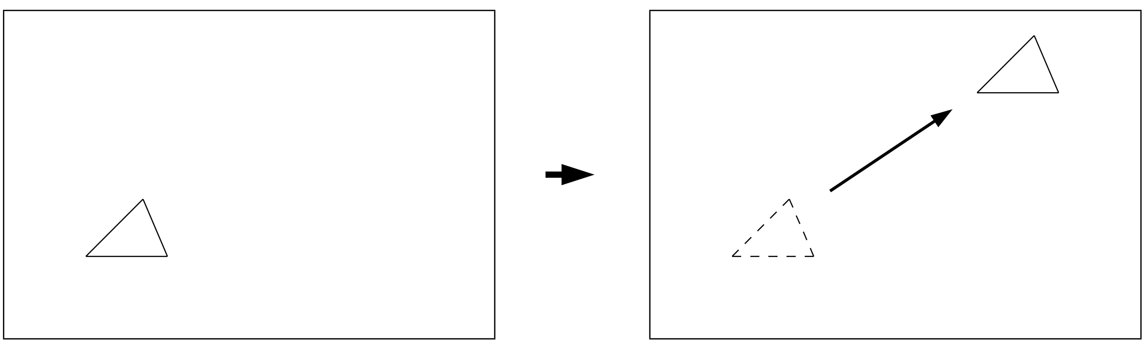
第3章

平面図形の移動

3.1　形と大きさを変えないで図形を移動してみよう

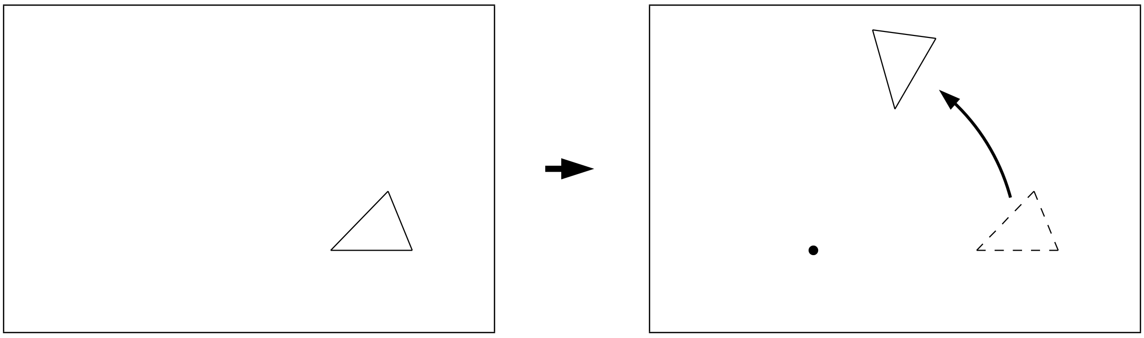
広いテーブルがあるとします。テーブルの上には厚紙でできた平面図形がおかれています。まぁ、話をわかりやすくするため、広いテーブルの上に厚紙でできた三角形がおいてあるとしましょう。そしてあなたは、この厚紙でできた三角形を人差し指で上から軽く押さえ、テーブルから浮き上がらないようにしながら、ゆっくりずらしていくことにしましょう。

まず次の図を見てください。



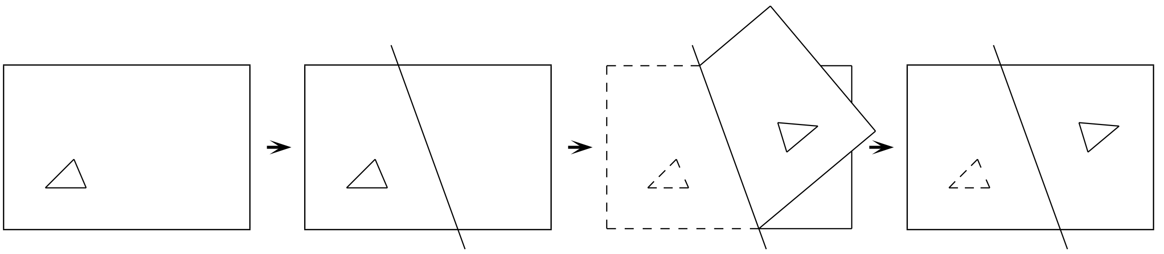
この図では、初めテーブルの左下にあった三角形を右上へずらしています。

今度は次の図を見てください。



この図ではテーブルの左下のほうに、黒い点が打ってることに注意しておいてください。この図では、初めテーブルの右下にあった三角形を黒い点の周りに回転させてずらしているのです。

いま私たちは、テーブルの上に置いてあった厚紙でできた三角形を移動する話をしているわけですが、これまで紹介したのは、三角形をゆっくり少しずつずらして移動する方法でした。それではここで、次のようなちょっと変わった方法を紹介しましょう。ただしここでは、テーブルは紙でできていて、**自分の好きな所に折り目の線をつけて折ることができる**とします。では次の図を見てください。

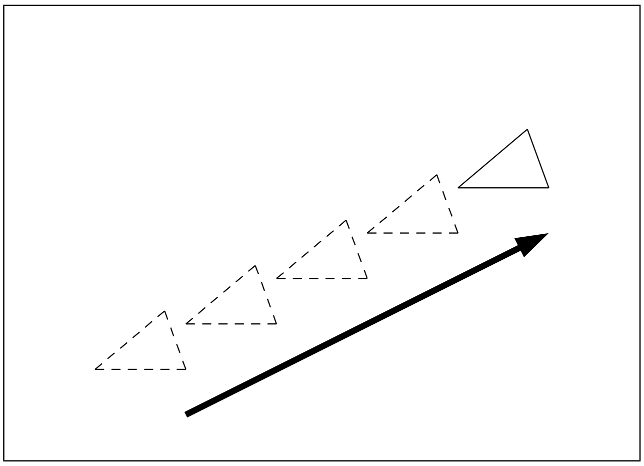


折り目の線をつける。　テーブルを折り目の線で折る。　テーブルを開くと、三角形が移動している。

初め、厚紙でできた三角形はテーブルの左下のほうに置かれています。この図のように、テーブルに折り目の線をつけ、線に沿ってテーブルを折ります。テーブルを折るとき、三角形がテーブルにくっついたままにします。ちょっとでもずれてはいけません。向きが変わってもいけません。テーブルをきっちり折ったら、三角形をテーブルから離します。そうすると三角形はテーブルの右側に移ります。

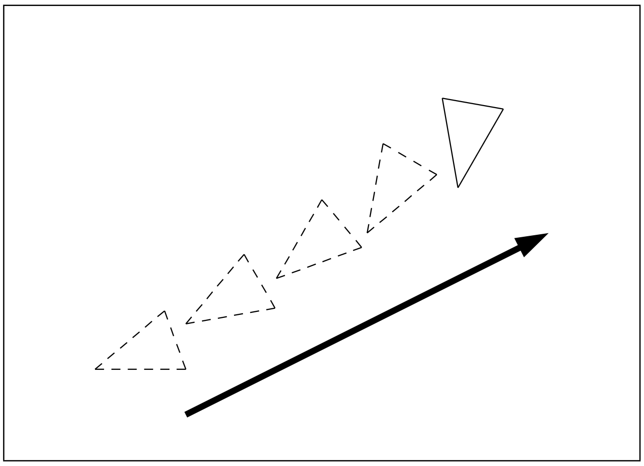
どうですか？図形を移動するってどういうことなのかわかってきたでしょうか。これまで紹介したように、図形の移動とひとことで言っても、色々な方法があるわけです。これまで紹介した方法の他にもたくさんの方法があります。しかし次のことに注意してください。これまで紹介した方法では、図形は移動前も移動後も平面（つまりテーブル) の上にあります。そして、図形は移動前も移動後もその形と大きさは変わりません。念のためもう 1 度確認しておきます。**平面の上に置かれた図形を平面の上の別の場所に移動することを考えているのですが、そのとき図形の大きさと形は変わらないような方法を考えているのです。**そのような方法はたくさんありますが、基本的で大切な方法が 3 つあることが知られています。それらは、「平行移動」「回転移動」「対称移動」と呼ばれています。この 3 つの方法はどんなふうにして図形を移動させる方法なのか、順番に詳しく学んでいくことにしましょう。

3.1.1　移動する方法にもいろいろある：平行移動

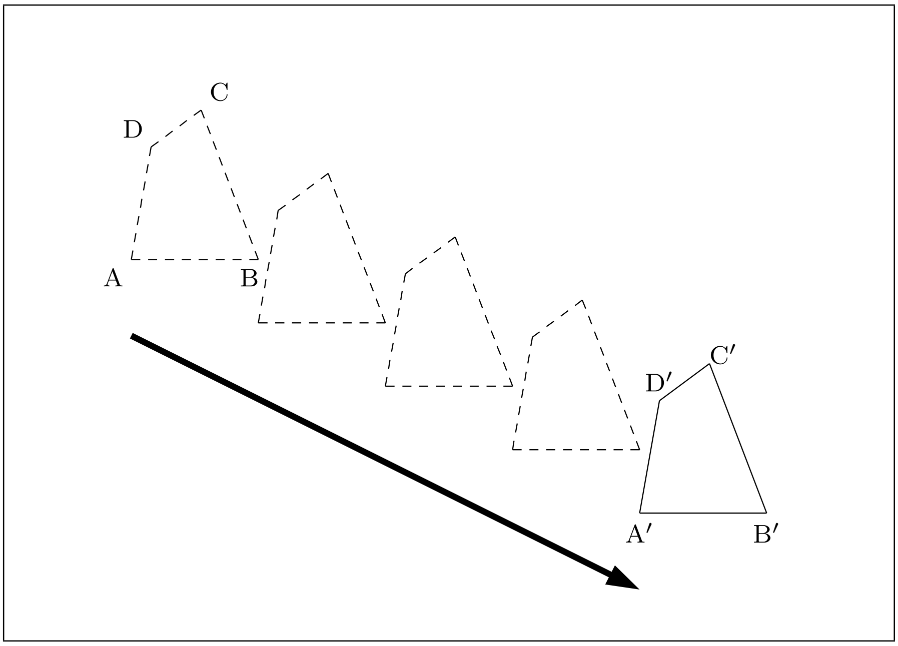


右の図を見てください。この図は、初めテーブルの左下にあった図形をゆっくり右上へずらして移動しているところを表しています。図形の場所は移動していきますが、移動していく途中、図形の向きは全く変わっていないということに注意してください。この移動ではもちろん、移動し終わった後も図形の向きは初めと全く変わっていません。このようにして図形を異動する方法を**平行移動**といいます。

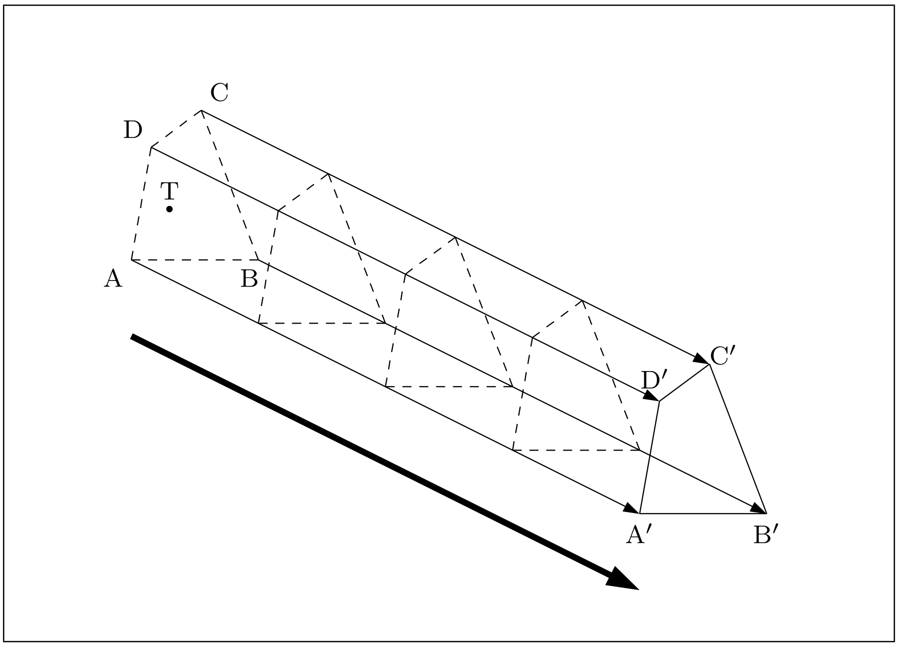
では、右の図を見てください。この図でも図形はテーブルの左下から右上へ向かって異動しているのですが、図形の向きが変わってしまっています。このような移動は平行移動とは言いません。



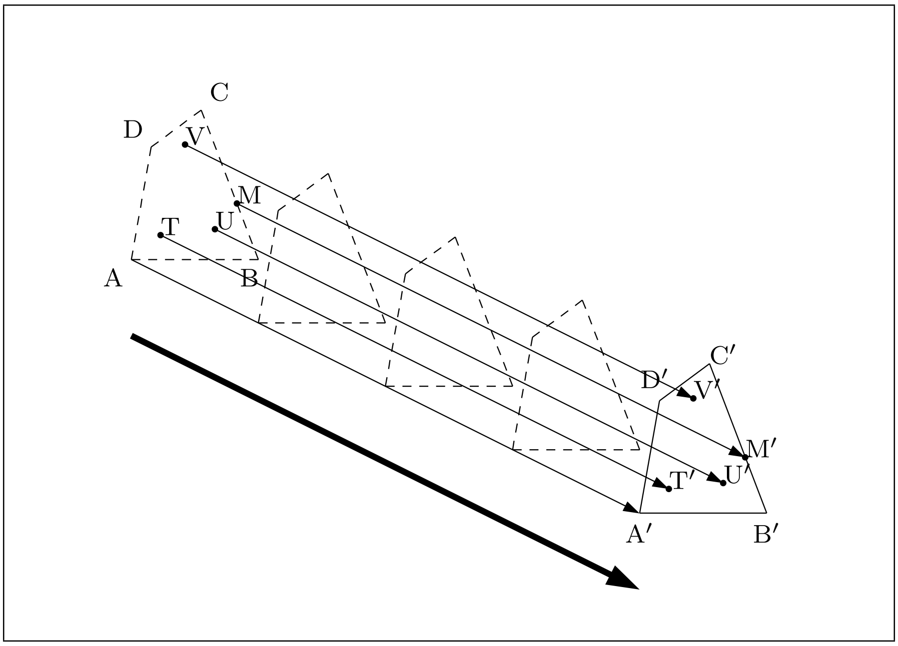
では、平行移動についてもっと詳しく考えてみることにしましょう。次の図を見てください。



この図は、四角形を平行移動しているところを表しています。平行移動ですから四角形の向きは変わりません。それでは、初めの位置にある四角形 ABCD と終わりの位置にある四角形 A′B′C′D′ に注目してください。この平行移動によって頂点 A は頂点 A′ へ移動します。同じように、頂点 B は頂点 B′ へ、頂点 C は頂点 C′ へ、頂点 D は頂点 D′ へ移動します。ここで大切なのは、**どの頂点も、同じ向きに同じ距離だけ移動している**ということです。このことをもう少し詳しく説明します。次の図を見てください。



この平行移動によって対応する頂点を矢印で結んでみました。A から A′ へ向かう矢印、B から B′ へ向かう矢印、C から C′ へ向かう矢印、D から D′ へ向かう矢印が描いてありますね。4 本の矢印の向きと長さは同じなのです。つまり、A、B、C、D は点はどれも同じ向きに同じ距離移動しているのです。さらにいうと、頂点以外の点たちも全て同じ向きに同じ距離移動しています。つまり、四角形のふちや内側にもたくさん点があるわけですがどの点も同じ向きに同じ距離だけ移動します。次の図を見てください。



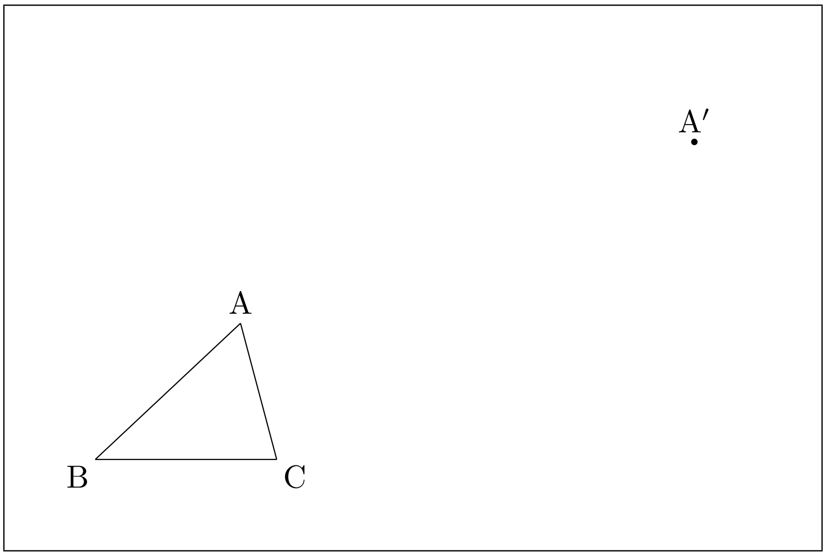
この図で T、U、V は移動前の四角形 ABCD の内部にある点で、M は辺 BC の上にある点です。四角形を平行移動をしていくと、四角形の内部や辺の上にあるこれらの点ももちろん移動していきます。平行移動後の四角形 $A'B'C'D'$ では、T、U、V、M に対応する点の名前をそれぞれ T'、U'、V'、M' にしました。そして対応する点どうしを矢印で結んでみました。どの矢印も同じ向きで長さも同じなのです。つまり T、U、V、M はどれも同じ向きに同じ距離だけ移動しているのです。

ここまで考えてきたことをまとめておきましょう。

平行移動とは

平らなテーブルの上においてある図形を向きを変えないようにして、ある方向へまっすぐ移動する移動の仕方を**平行移動**といいます。
平行移動では、図形の頂点、図形のふちにある点、図形の中にある点はどれも、同じ向きに同じ距離だけ移動します。ですから、対応する点を結んで矢印を描くと、どの矢印も平行になっていて、長さは同じになっています。

例題 17　次の図を見てください。



この図には三角形 ABC と点 A' が描かれています。これからこの図の三角形 ABC を平行移動しようと思います。ただし三角形 ABC の頂点 A が点 A' に移るようにします。以

下の問に従って考えてください。

(1)　A から A′ へ向けた矢印をこの図に描きなさい。

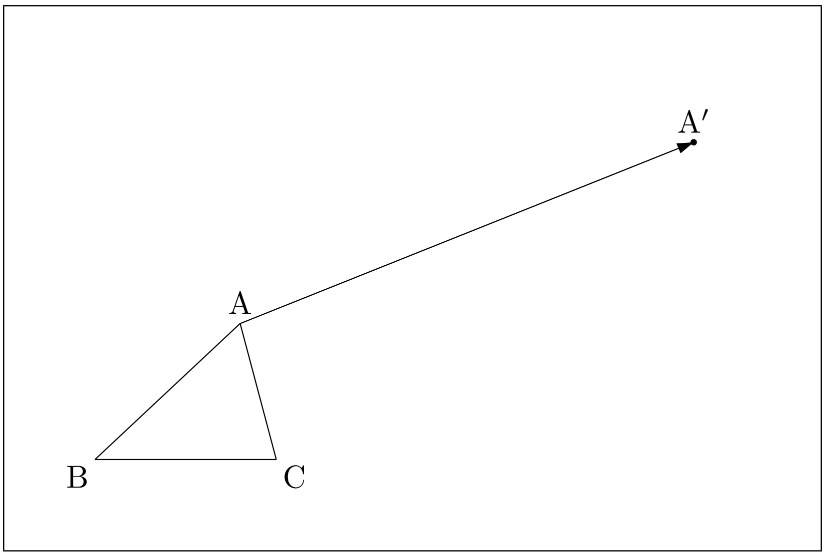
(2)　この平行移動をしたとき、点 B 、点 C がどこに移動するのか知りたいと思います。点 B 、点 C の移る場所を正確に知るにはどうすればよいですか。

(3)　この平行移動で点 B、点 C に対応する点の名前をそれぞれ、点 B′、点 C′ とすることにします。あなたが (2) で考えた方法で点 B′、点 C′ の場所を発見してください。

(4)　三角形 ABC を平行移動してできる三角形 A′B′C′ をこの図に描きなさい。

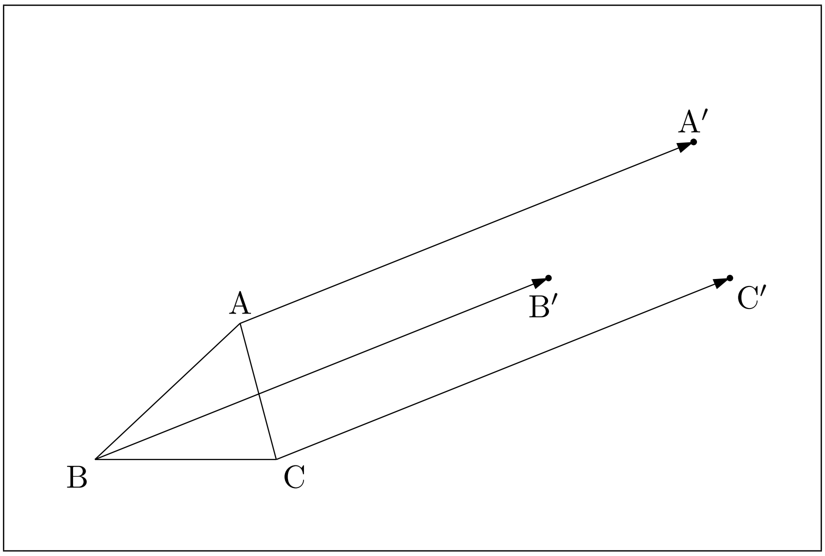
解答

(1) A から A′ へ向けた矢印を図に描くと、次の図のようになりますね。

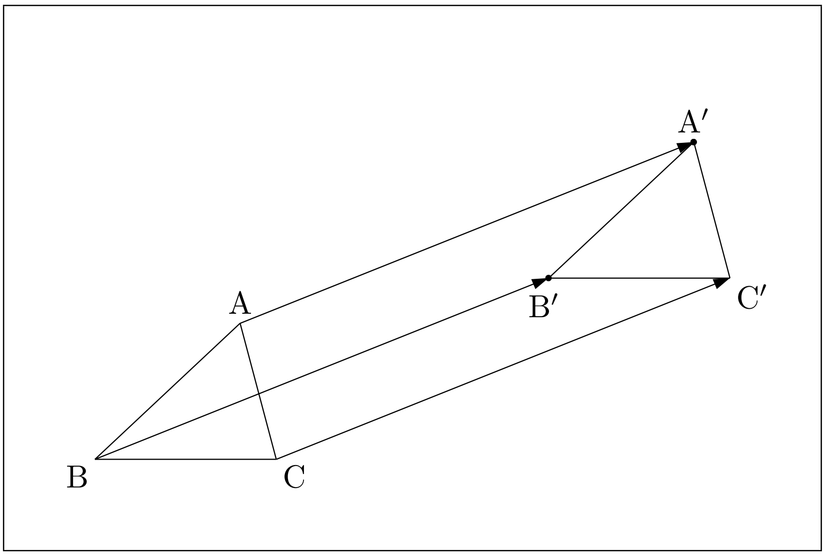


(2) 平行移動では、初めの図形の上にあるどの点も同じ方向へ同じ距離移動するのでしたね。ですから「(1) で描いた矢印と同じ向きで同じ長さの矢印」を点 B、点 C から伸ばし、矢印の先端の所をそれぞれ点 B′ 点 C′ とすればよいですね。

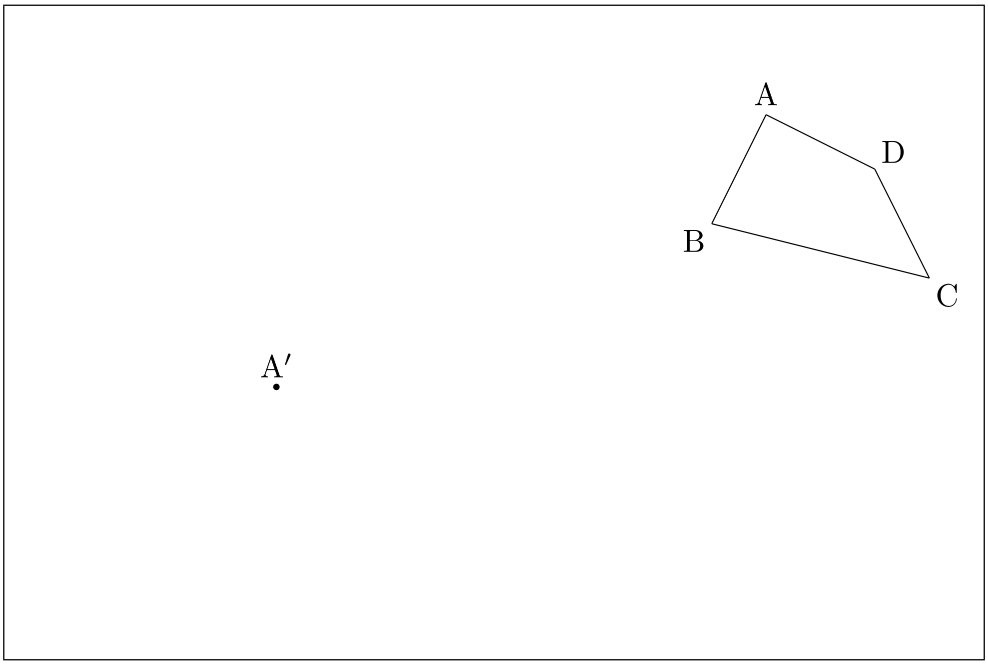
(3) (2) で考えたように矢印を描くと、次の図のようになりますね。



(4) (3) で見つけた点 A′、点 B′、点 C′ を結べばよいですね。次の図のようになります。



問 31. 次の図を見てください。



この図には四角形 ABCD と点 A′ が描かれています。これからこの図の四角形 ABCD を平行移動しようと思います。ただし四角形 ABCD の頂点 A が点 A′ に移るようにします。

(1) A から A′ へ向けた矢印をこの図に描きなさい。

(2) この平行移動をしたとき、点 B 、点 C、点 D がどこに移動するのか知りたいと思います。点 B 、点 C、点 D の移る場所を正確に知るにはどうすればよいですか。

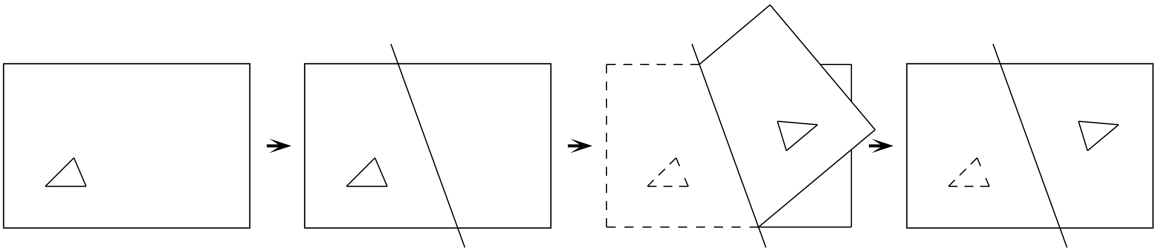
(3) この平行移動で点 B、点 C、点 D に対応する点の名前をそれぞれ、点 B′、点 C′、点 D′ とすることにします。あなたが (2) で考えた方法で点 B′、点 C′、点 D′ の場所を発見してください。

(4) 四角形 ABCD を平行移動してできる四角形 A′B′C′D′ をこの図に描きなさい。

答えを見る

3.1.2　移動する方法にもいろいろある：対称移動

次の図を見てください。



折り目の線をつける。　テーブルを折り目の線で折る。　テーブルを開くと、三角形が移動している。

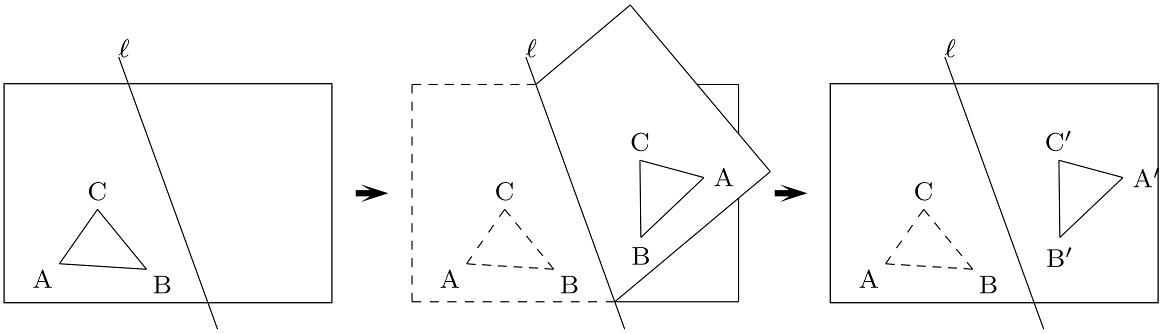
テーブルの上に三角形が置かれています。ただし、テーブルは紙でできていて、自分の好きな所に折り目の線をつけて折ることができるとします。

この図は、紙でできたテーブルに折り目の線をつけて折ると、テーブルの上に置かれていた図形が移動することを表しています。

初め、厚紙でできた三角形はテーブルの左下のほうに置かれています。この図のように、テーブルに折り目の線をつけ、線に沿ってテーブルを折ります。テーブルを折るとき、三角形がテーブルにくっついたままにします。ちょっとでもずれてはいけません。向きが変わってもいけません。テーブルをきっちり折ったら、三角形をテーブルから離します。そうすると三角形はテーブルの右側に移ります。

このようにして図形を異動する方法を**対称移動**といいます。また、折り目になっている線を**対称の軸**と呼びます。

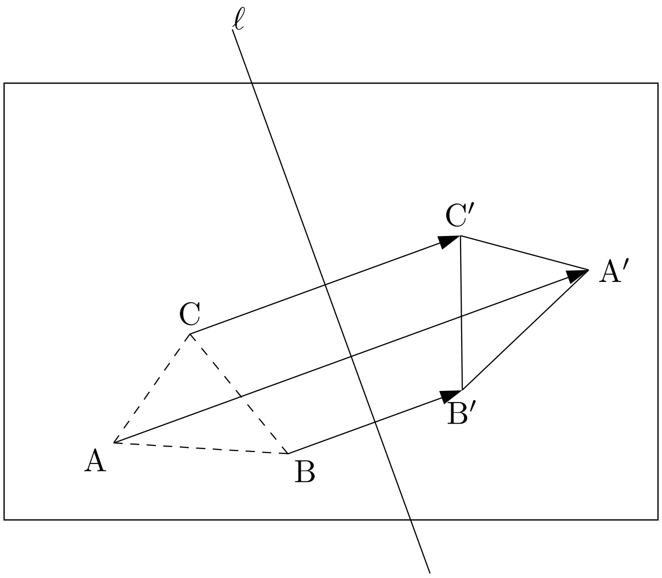
では、対称移動についてもっと詳しく考えてみることにしましょう。次の図を見てください。



テーブルに折り目の線をつける。　テーブルを折り目の線で折る。　テーブルを開くと三角形が移動している。

この図は、三角形 ABC を対称移動している所を表しています。対称の軸（つまり折り目の線）は ℓ です。三角形 ABC はこの対称移動で三角形 $\mathrm{A'B'C'}$ に移ります。それでは対称移動について詳しく考えるため、この図の一番右の図を拡大して見やすくしましょう。

右の図を見てください。直線 ℓ を対称の軸とするこの対称移動で、三角形 ABC の頂点 A は三角形 $\mathrm{A'B'C'}$ の頂点 $\mathrm{A'}$ に移ります。そして頂点 B は頂点 $\mathrm{B'}$ へ移り、頂点 C は頂点 $\mathrm{C'}$ へ移ります。この図では、それぞれの点が頂点がどこへ移るのかがわかるように、矢印で対応する頂点を結んでおきました。



テーブルを開くと、三角形が移動している。

ではここで、例えば、点 A から点 $\mathrm{A'}$ へ向かう矢印を見てください。以前このテキストの「対称な図形」のところで「線対称な図形」について学習していますね。そこで学習したことをちゃんと理解している人は、この図で

対称の軸 ℓ は矢印 $\mathrm{AA'}$ と垂直に交わっている

ということと

対称の軸 ℓ は矢印 $\mathrm{AA'}$ の真ん中で交わっている

ということが納得できると思います。

同じように、

対称の軸 ℓ は矢印 $\mathrm{BB'}$ と垂直に交わっている

ということと

対称の軸 ℓ は矢印 BB' の真ん中で交わっている

ということも納得できるでしょう。

もちろんさらに、

対称の軸 ℓ は矢印 CC' と垂直に交わっている

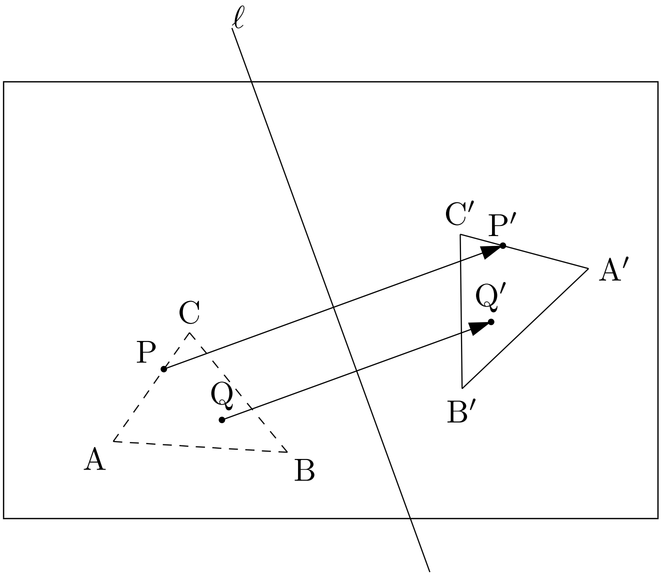
ということと

対称の軸 ℓ は矢印 CC' の真ん中で交わっている

ということも納得できるでしょう。

ここまで、三角形の頂点がどこへ移動するのか気にしてみました。今度は、三角形のふちや三角形の内部にある点のことも考えてみることにします。

右の図を見てください。この図も、直線 ℓ を対称に軸にして、三角形 ABC を対称移動していることを表したものです。三角形 ABC のふちに点 P があります。また三角形 ABC の内部に点 Q があります。直線 ℓ を対称の軸とするこの対称移動で、三角形 ABC のふちにある点 P は三角形 $\mathrm{A}'\mathrm{B}'\mathrm{C}'$ のふちにある点 P' に移ります。そして三角形 ABC の内部にある点 Q は三角形 $\mathrm{A}'\mathrm{B}'\mathrm{C}'$ の内部にある点 Q' へ移ます。この図では、それぞれの点ががどこへ移るのかがわかるように、矢印で対応する頂点を結んでおきました。



テーブルを開くと、三角形が移動している。

では、例えば、点 P から点 P' へ向かう矢印を見てください。以前、このテキストの「対称な図形」のところで「線対称な図形」について学習していますね。そこで学習したことをちゃんと理解している人は、この図で

対称の軸 ℓ は矢印 PP' と垂直に交わっている

ということと

対称の軸 ℓ は矢印 PP' の真ん中で交わっている

ということが納得できると思います。

同じように

対称の軸 ℓ は矢印 QQ' と垂直に交わっている

ということと

対称の軸 ℓ は矢印 QQ' の真ん中で交わっている

ということも納得できるでしょう。

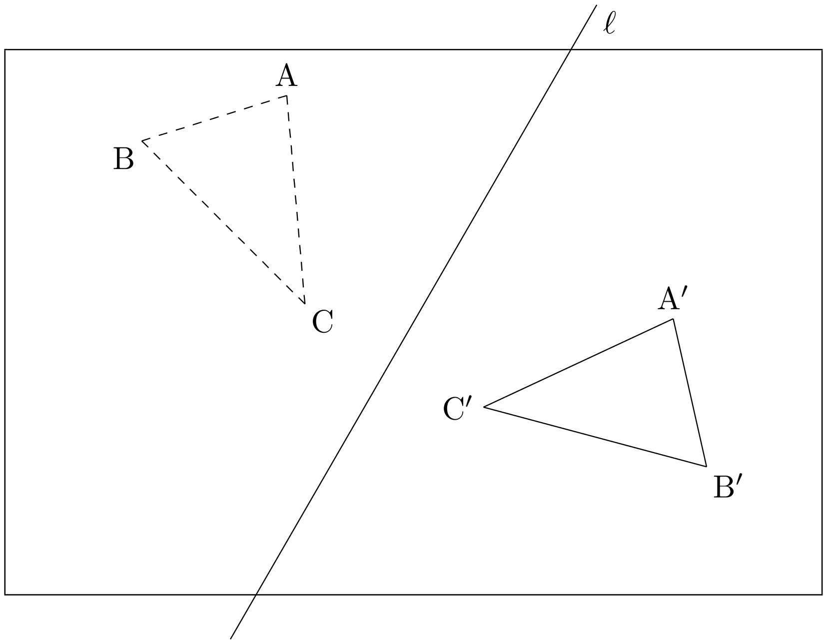
ここまで考えてきたことをまとめておきましょう。

対称移動とは

紙でできたテーブルがあり、このテーブルは好きなところに折り目の線を付けて自由に折ることができるとします。このテーブルの上には図形が乗っているとします。折り目の線をつけてパタンとテーブルを折ると、この図形は折り目の線に関して反対側に移動します。このようにして図形を移動する移動の仕方を**対称移動**といいます。また、折り目の線のことを**対称の軸**といいます。

対称移動では、図形の頂点であろうが、図形のふちにある点であろうが、図形の中にある点であろうが、対応する点どうしを結んで線分を作ると、対称の軸はその線分の真ん中で垂直に交わります。

問 32. 次の図を見てください。



この図は直線 ℓ を対称の軸として対称移動すると、三角形 ABC が三角形 A′B′C′ に移ることを表したものです。以下の問に答えなさい。

(1) この図の点 A と点 A′ を結んで線分 AA′ を描きなさい。

(2) 線分 AA′ と直線 ℓ の交点を P と呼ぶことにします。線分 AP と線分 A′P の長さには何か関係がありますか。

(3) 線分 AA′ と直線 ℓ の交点 P の周りに 4 つの角ができていますね。この 4 つの角の大きさはそれぞれ何度ですか。

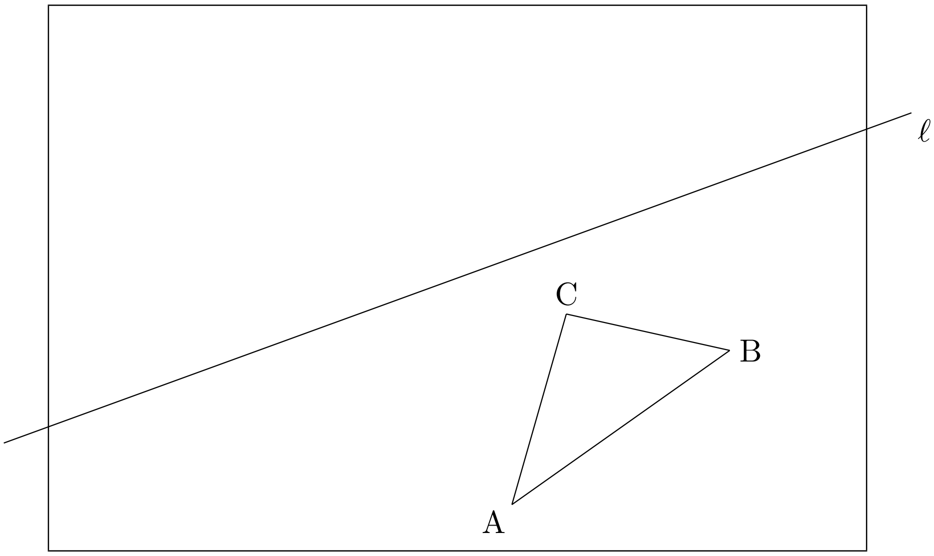
(4) この図の点 B と点 B′ を結んで線分 BB′ を描きなさい。

(5) 線分 BB′ と直線 ℓ の交点を Q と呼ぶことにします。線分 BQ と線分 B′Q の長さには何か関係がありますか。

(6) 線分 BB′ と直線 ℓ の交点 Q の周りに 4 つの角ができていますね。この 4 つの角の大きさはそれぞれ何度ですか。

答えを見る

例題 18　次の図を見てください。



この図にはテーブルの上に置かれた三角形 ABC と直線 ℓ が描かれています。これからこの図の三角形 ABC を直線 ℓ を対称の軸にして対称移動しようと思います。ただしこのテーブルは、これまで学んできた話に出てきたテーブルと違い、**折り曲げることはできません**。

(1) 直線 ℓ を対称の軸にして対称移動をしたとき、点 A、点 B 、点 C がどこに移動するのか知りたいと思います。点 A、点 B 、点 C の移る場所を正確に知るにはどうすればよいか考えてください。 この対称移動で点 A、点 B、点 C に対応する点の名前をそれぞれ、点 B′、点 C′ とすることにします。あなたがで考えた方法で点 B′、点 C′ の場所を発見してください。

(2) 三角形 ABC を直線 ℓ を対称の軸にして対称移動してできる三角形 A′B′C′ をこの図に描きなさい。

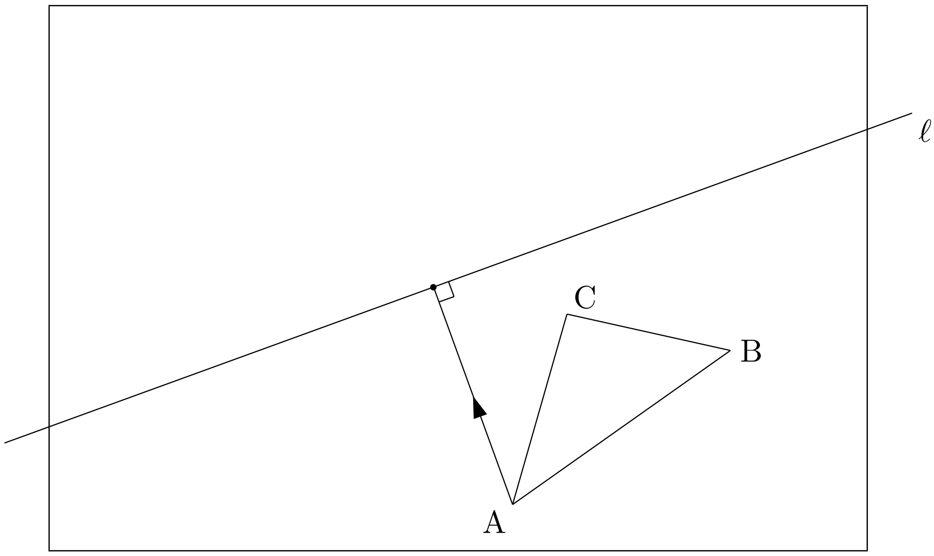
解答

(1) 直線 ℓ を対称の軸とした対称移動ですから、ℓ を折り目の線にしてこのテーブルをバキッと折ってぴったり重ねれば、三角形 ABC がどこに移動するのかわかるのですが、問題文によると、このテーブルは折り曲げることができないようです。ですから、別の方法を考えなくてはなりません。

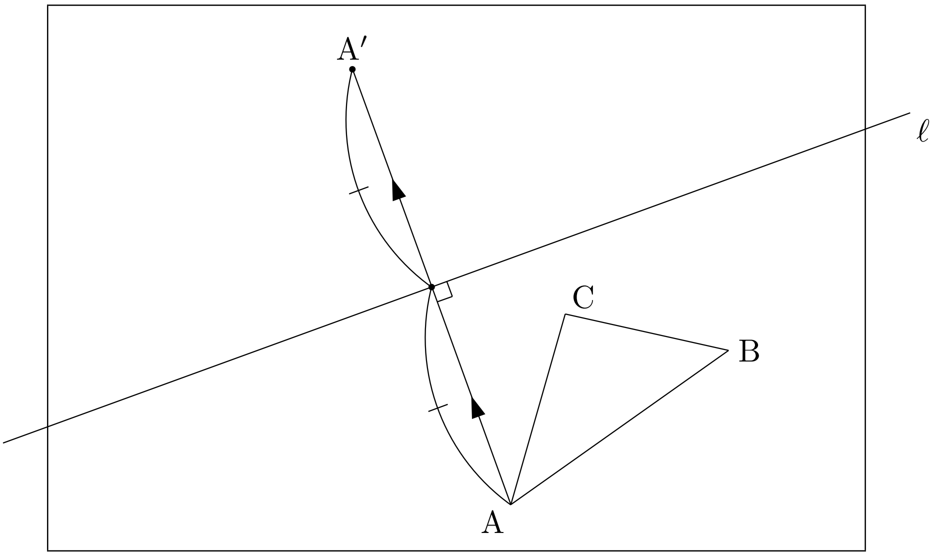
たしか、対称移動では、もとの点と移った点を結んでできる線分は、対称の軸とは垂直に交わっているのでしたね。それだけでなく、対称の軸は、もとの点と移った点を結んでできる線分のちょうど真ん中を通るのでしたね。だとしたら、次のようにすればよいではありませんか。

それでは、点 A がどこに移るのか突き止めることにします。

まず次の図のように、点 A から対称の軸 ℓ へ向かって垂直になるように進みます。

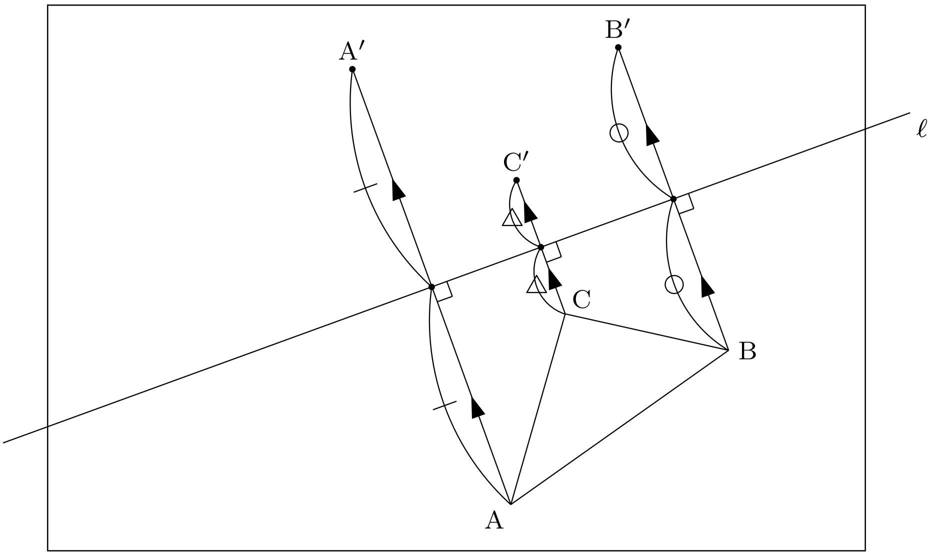


今度は次の図のように、さっきたどり着いた点から、向きを変えないでまっすぐ、さっきと同じ距離だけ進みます。



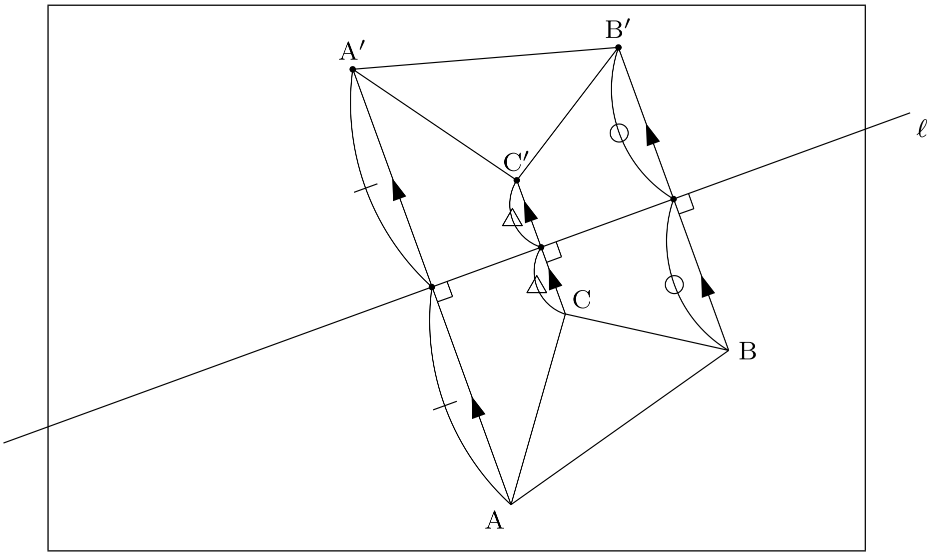
そうやってたどりついた場所が点 A′ ですよね。

B が移っていく場所や C が移っていく場所も同じようにして見つけることができます。次の図のようになりますね。

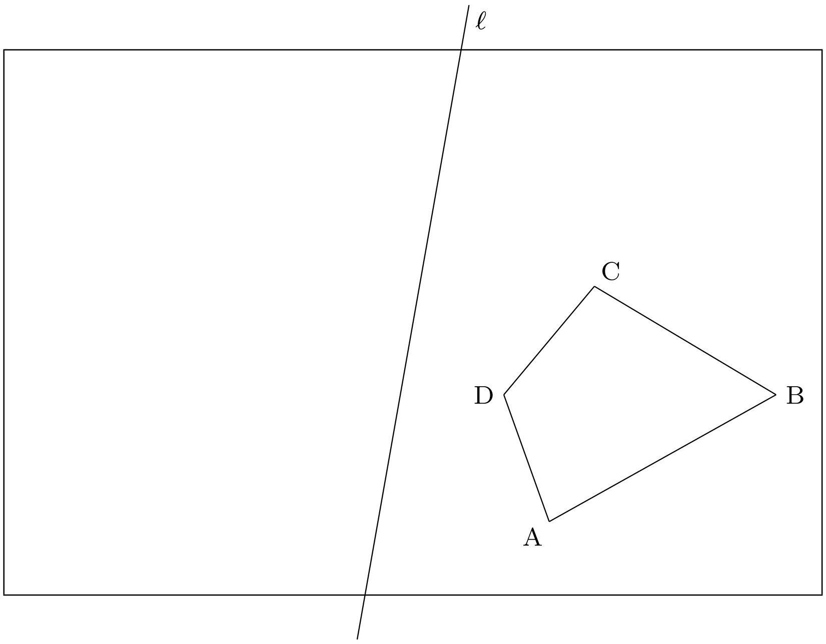


(2) 次の図を見てください。

あなたが (1) で見つけた点 A′、点 B′、点 C′ を結べばよいですね。これで三角形 ABC を直線 ℓ に関して対称移動した三角形 A’B’C’ の完成です。



問 33. 次の図を見てください。



この図にはテーブルの上に置かれた四角形 ABCD と直線 ℓ が描かれています。これからこの図の四角形 ABCD を直線 ℓ を対称の軸にして対称移動しようと思います。ただし、このテーブルは折り曲げることはできません。

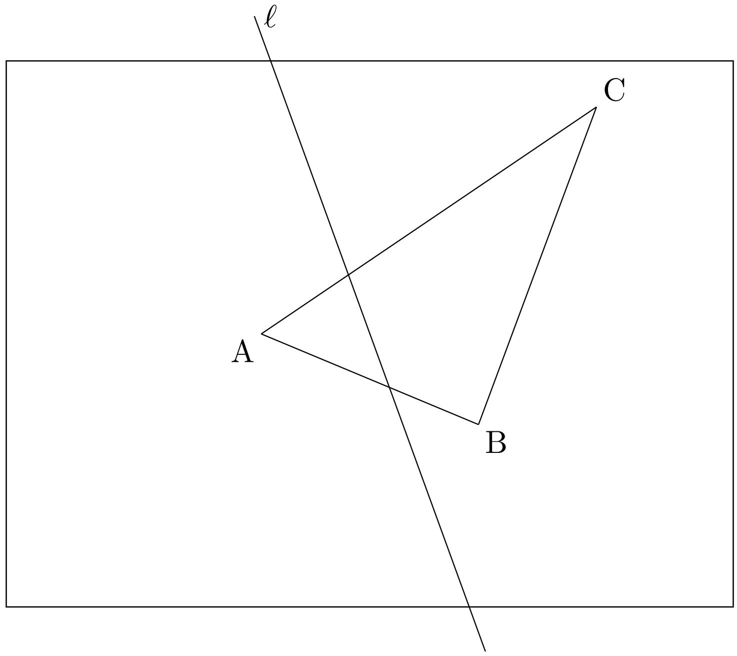
(1) 直線 ℓ を対称の軸にして対称移動をしたとき、点 A、点 B 、点 C、点 D がどこに移動するのか知りたいと思います。点 A、点 B 、点 C、点 D の移る場所を正確に知るにはどうすればよいか考えてください。 この対称移動で点 A、点 B、点 C、点

D に対応する点の名前をそれぞれ、点 B′、点 C′、点 D′ とすることにします。あなたがで考えた方法で点 B′、点 C′、点 D′ の場所を発見してください。

(2) 四角形 ABCD を直線 ℓ を対称の軸にして対称移動してできる三角形 A′B′C′D′ をこの図に描きなさい。

答えを見る

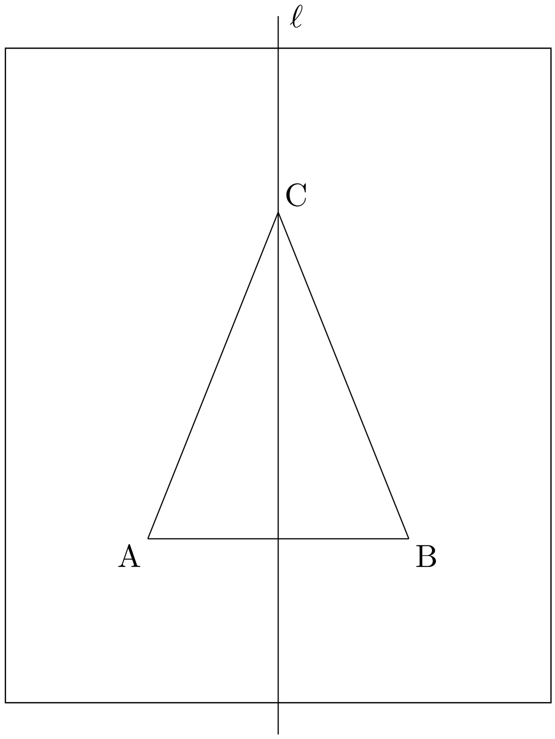
問 34. 次の図を見てください。



この図には三角形 ABC と直線 ℓ が描かれています。三角形 ABC を直線 ℓ を対称の軸にして対称移動してできる三角形を描いて下さい。

答えを見る

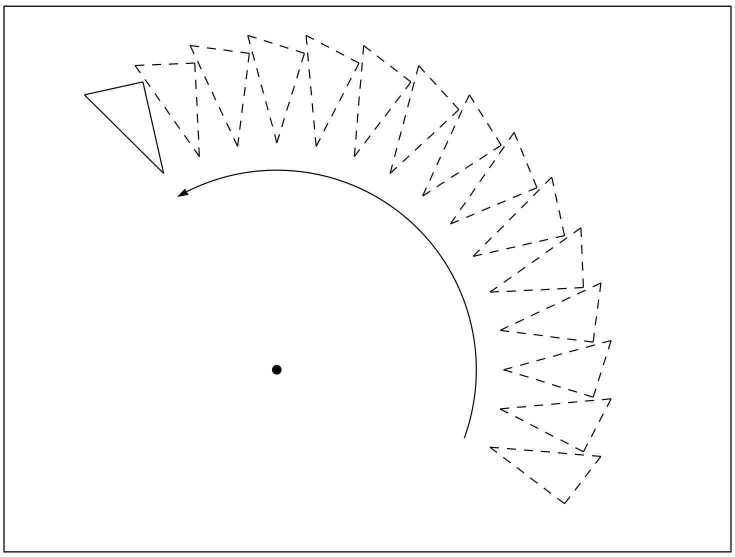
問 35. 右の図を見てください。三角形 ABC と直線 ℓ が描かれています。実は、直線 ℓ は辺 AB の真ん中の点で垂直に交わっています。本当です。あなたも定規と分度器を使って確かめてください。確かめ終わったら、この三角形 ABC を直線 ℓ を対称の軸にして対称移動した三角形を描いて下さい。



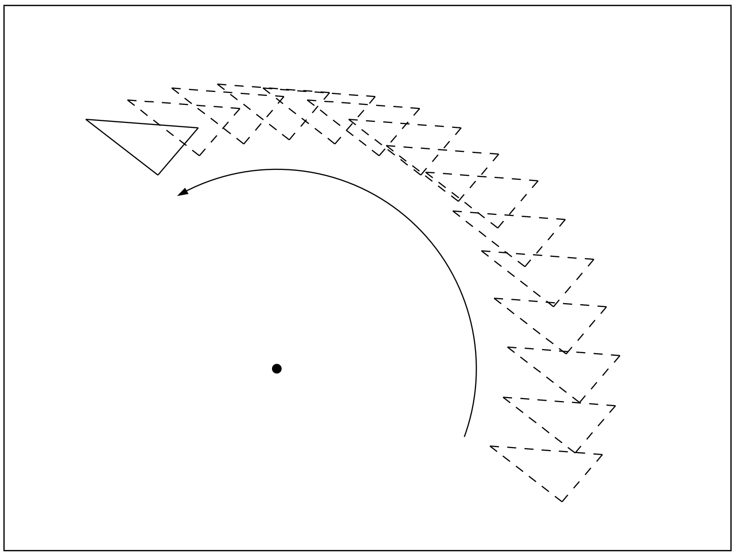
答えを見る

3.1.3　移動する方法にもいろいろある：回転移動

右の図を見てください。この図は、初めテーブルの右下にあった三角形がゆっくり移動している所を表しています。テーブルの真ん中より少し左下のほうに黒い点が打ってあることに注意してください。正確にいうと、この三角形は、黒い点の周りを時計とは反対の向きに回転して移動しているのです。このように、ある点の周りを回転して移動する移



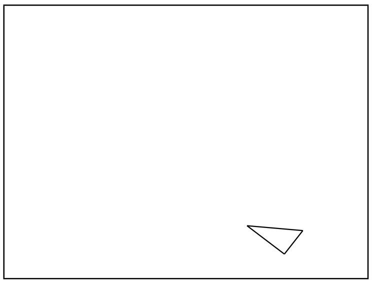
動のことを**回転移動**といいます。また、この「ある点」のことを**回転の中心**といいます。



　では右の図を見てください。この図でも三角形が黒い点の周りに回転して移動しているように見えます。しかし実は、この図では三角形は黒い点の周りを回転していないのです。つまり、これは回転移動ではないのです。どうして、これは回転移動ではないのでしょうか。さっきの移動の仕方と、何が違うのでしょうか。こういうことをきちんと見分けることができるように、もっと詳しく回転移動について考えてみることにしましょう。そこでこれからあなたに、「本物の回転移動」を実際に体験する方法を教えることにします。

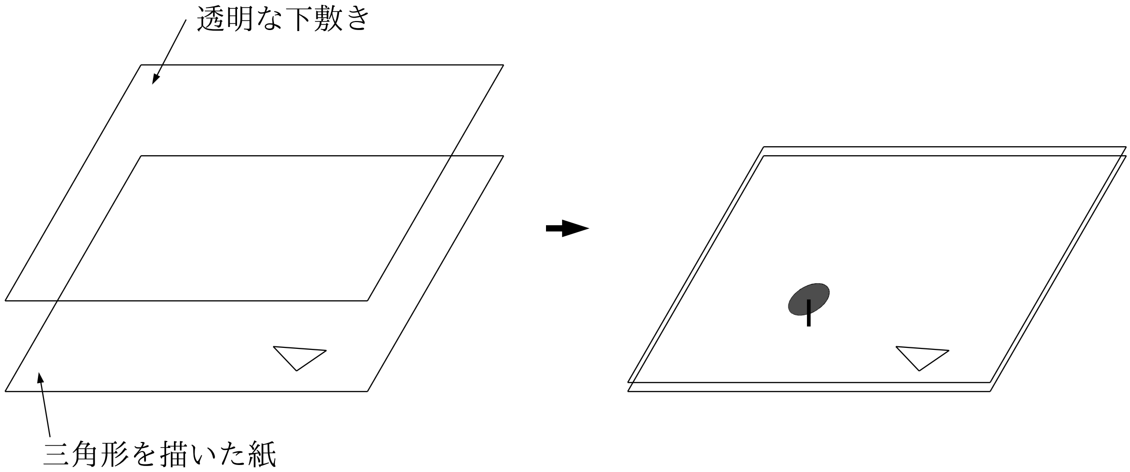
本物の回転移動を実際に体験する方法

　大き目の紙とサインペンと透明な下敷きと画びょうを用意してください。



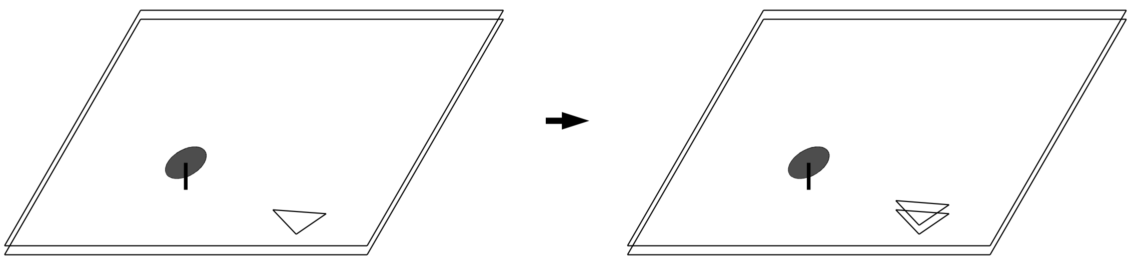
　まず紙の上にあなたの好きな形の図形をあなたの好きな所に描きます。右の図を見てください。この図では三角形を右下のほうに描いておきました。

　では次の図を見てください。



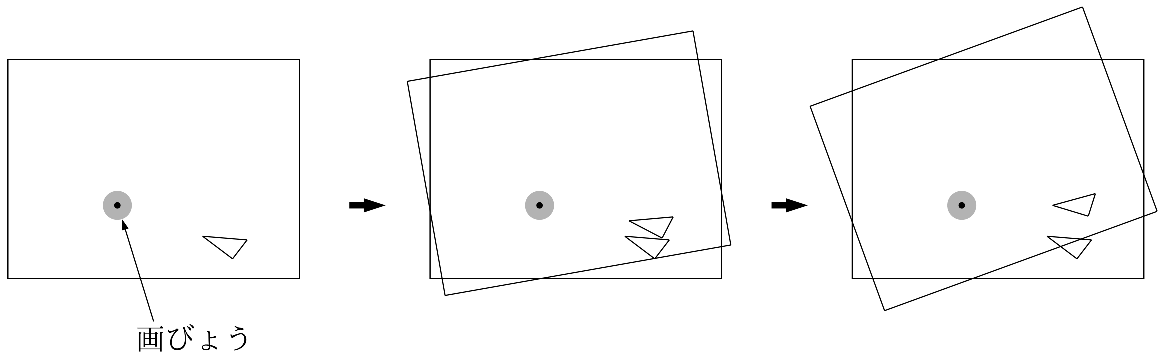
この図のように、三角形を描いた紙の上に透明な下敷きをぴったり重ね、下敷きの上から、あなたの好きな所に画びょうをさします。

次は、下敷きの上からサインペンであなたの描いた図形をなぞります。正確になぞって写し取ってくださいね。そうすると次の図のようになりますね。



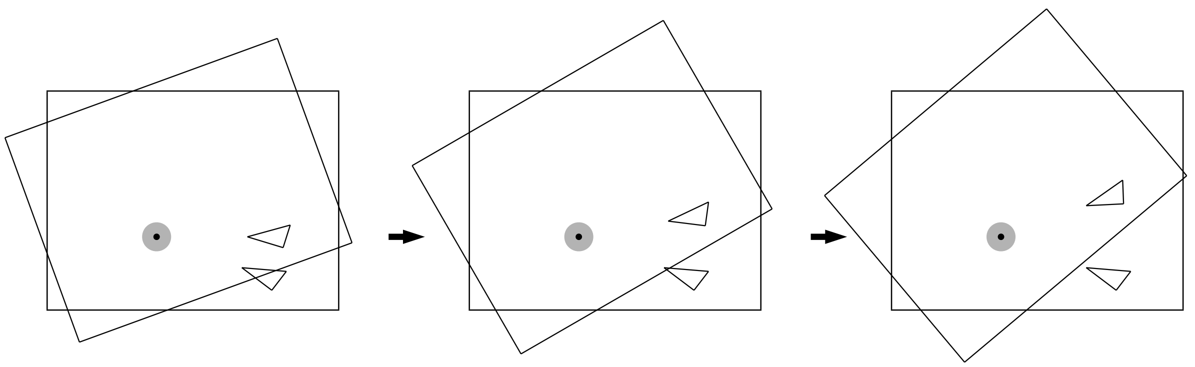
これで「回転移動」をする準備ができました。

それでは回転移動をすることにしましょう。あなたは、紙の上に重ねた下敷きを画びょうを中心にして回転させていけばよいのです。ただし、下敷きの下にある紙は動かないようにします。そうすると、次の図のようになっていきますね。

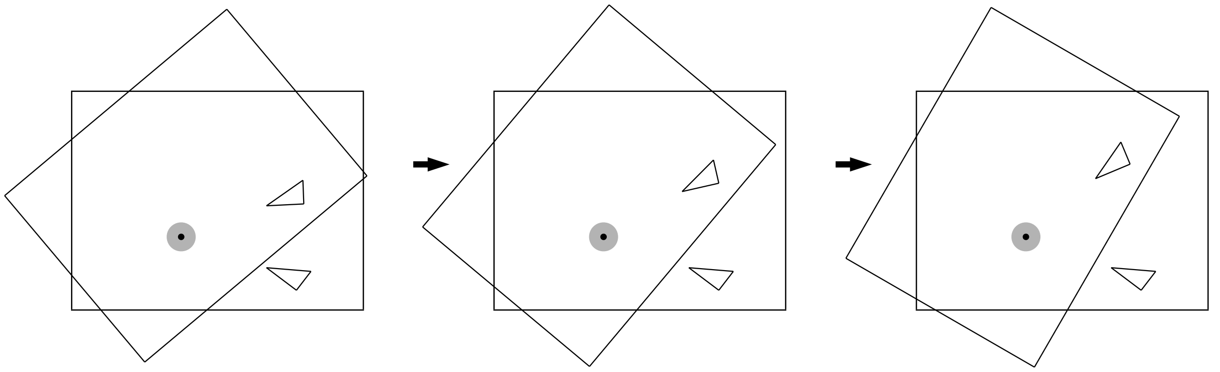


このように、下敷きを少しずつ回転していくと、下敷きに写した三角形も少しずつ移動していくわけです。

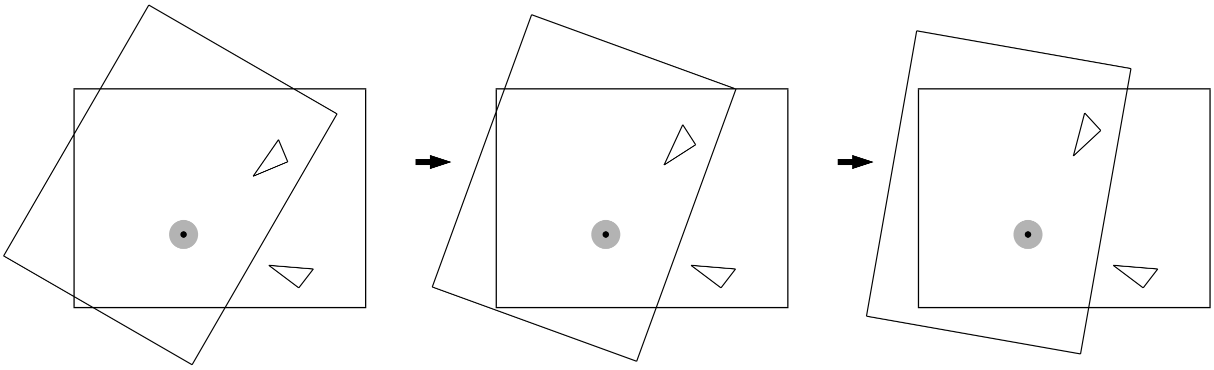
それではもう少し下敷きを回転してみましょう。そうすると、次の図のようになっていきます。



ではさらにもう少し下敷きを回転してみましょう。そうすると、次の図のようになっていきます。



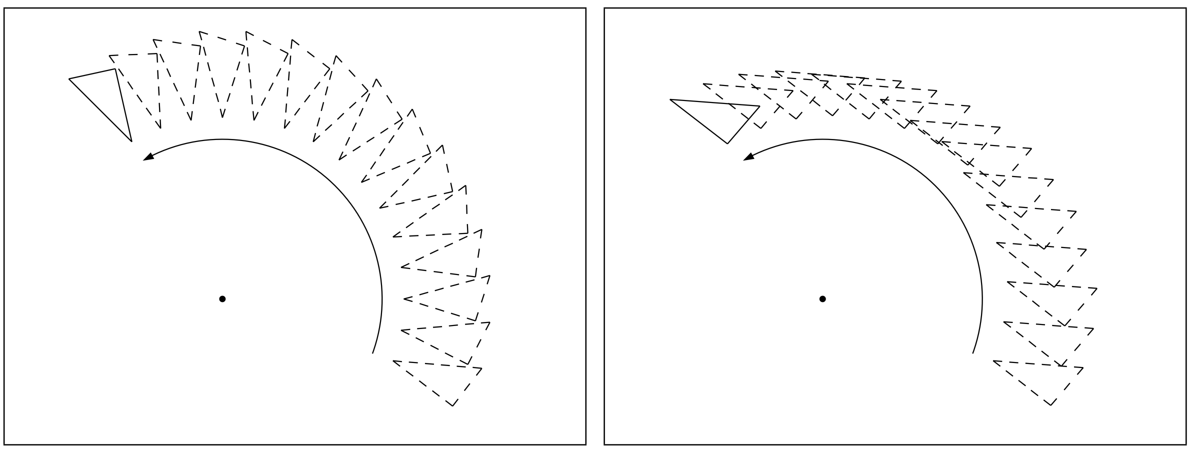
さらにもう少し、下敷きを回転してみましょう。そうすると、次の図のようになっていきます。



これが回転移動です。下敷きに描いた三角形が画びょうをさした点の周りをこのように回転して移動していくのです。もう 1 度図を全部、く見てください。回転していく間、三角形はいつも「画びょうのほうを向いている」のがわかりますよね。

では、あらためてあなたに質問することにしましょう。

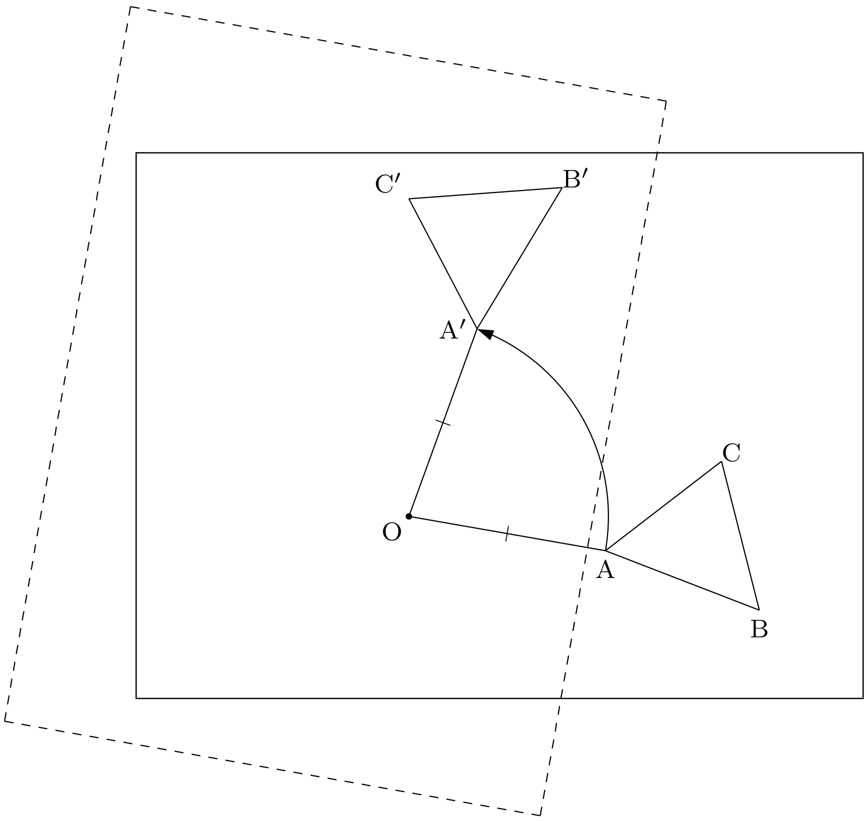
質問　次の 2 つの図で、本当に三角形が黒い点の周りを回転移動しているのはどっちですか？



質問の答え　本当に三角形が黒い点の周りを回転移動しているのは、左の図ですね。

回転移動のことを、もっと詳しく調べてみることにしましょう。

次の図を見てください。



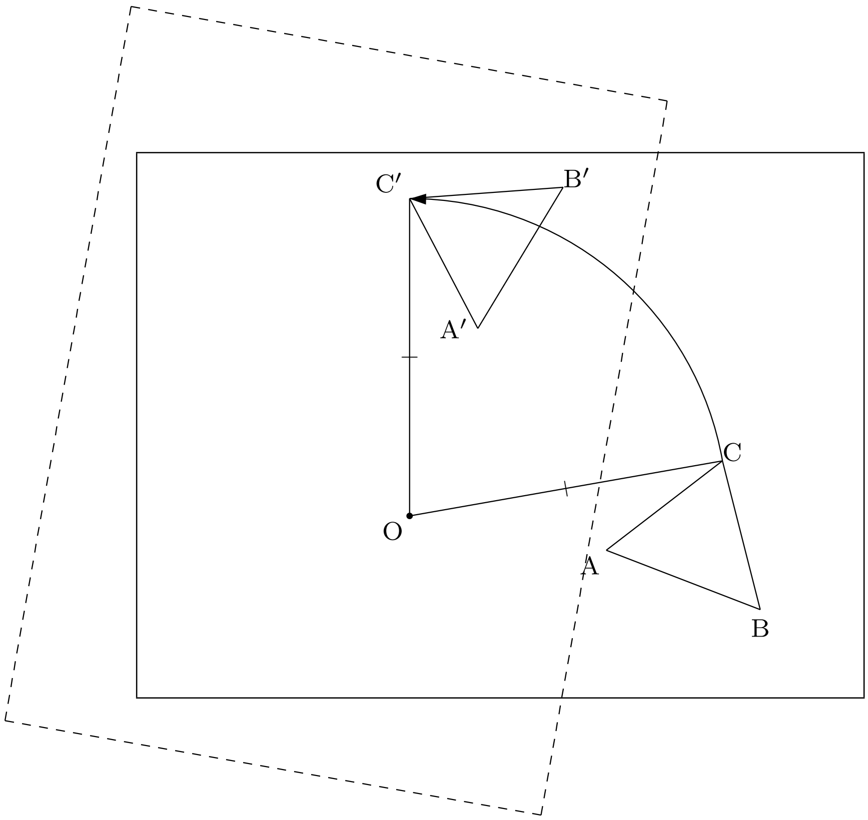
まずもう一度、回転移動の仕方を思い出しておきましょう。点線で描かれているのは透明な下敷きです。これまでもずっと説明してきたように、まず下の紙に 3 角形 ABC を描いておきます。次に透明な下敷きを紙の上にぴったり重ね、透けて見えている三角形をペンでなぞって下敷きに写します。そして、下敷きの上から、あなたの好きな所に画びょうをさします。この図では画びょうをさした点は点 O としました。そして、下敷きだけを画びょうを中心に回転させると、この図のようになるわけですね。下敷きに写しておいた三角形は下敷きと一緒に回転していきます。ここでは、下敷きに写した三角形の名前を 3 角形 A′B′C′ としてあります。

それではこの図で、三角形 ABC の頂点 A に注目してください。頂点 A は点 O の周りに回転して、点 A′ に移動します。（そのことを表すために、この図では A から A′ へ回転

する矢印を描いておきました。）ここで注目してほしいことがあります。3 角形 ABC の頂点 A は点 O の周りに回転して 3 角形 A′B′C′ の頂点 A′ へ移動するのですから、O から A までの距離と O から A′ までの距離は同じなのです。（この図にはそのことを表すために、線分 OA と線分 OA′ に長さが等しいことを表す記号をつけておきました。）

今ここでは頂点 A に注目しましたが、今度は他の頂点や三角形の辺の上にある点や三角形の内部の点にも注目し、それらの点がどのような動きをするのか考えることにしましょう。

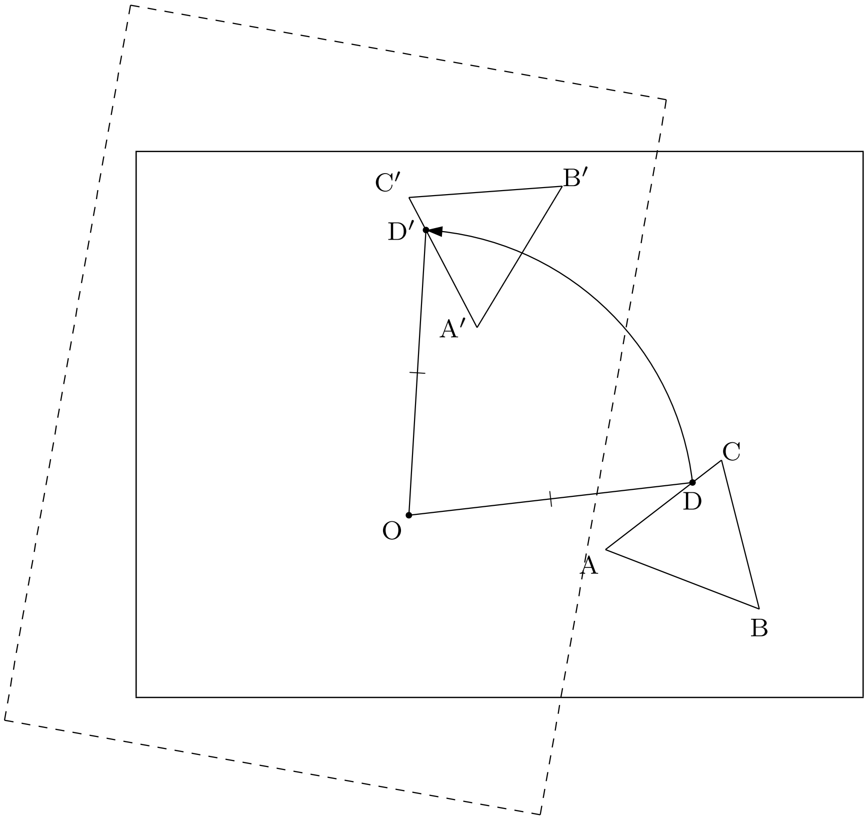
次の図を見て、頂点 C がどのように動いていくのかよく観察してください。



この図も、さっきと同じように下敷きを回転することにより、三角形 ABC が三角形 A′B′C′ へ回転移動していることを表しています。この回転移動で、頂点 C は O からの距

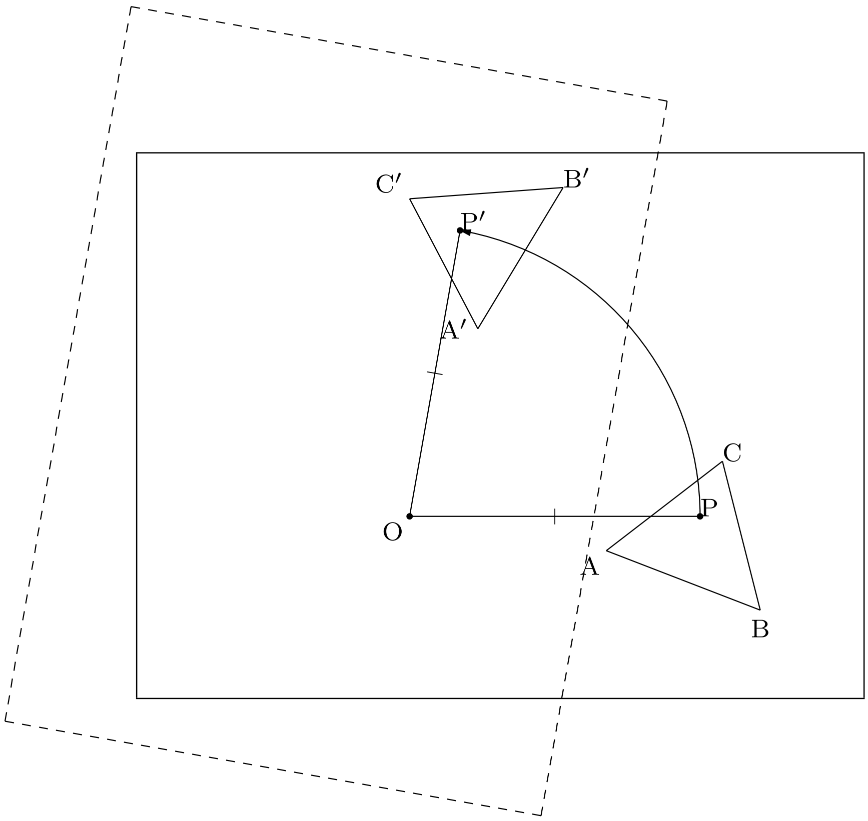
離を変えないで頂点 C′ へ移動して行きます。

今度は次の図を見て、辺の上にある点 D がどのように動いていくのかよく観察してください。



この図も、さっきと同じように下敷きを回転することにより三角形 ABC が三角形 A′B′C′ へ移動していることを表しています。この回転移動で、辺 AC の上にある点 D は O からの距離を変えないで、辺 A′C′ の上にある点 D′ へ移動して行きます。

また今度は次の図を見て、内部にある点 P がどのように動いていくのかよく観察してください。



この図も、さっきと同じように下敷きを回転することにより三角形 ABC が三角形 A′B′C′ へ移動していることを表しています。この回転移動で、三角形 ABC の内部にある点 P は O からの距離を変えないで、三角形 A′B′C′ の内部にある点 P′ へ移動して行きます。

ここまで見てきてわかるように、ある点を中心にした回転移動では、図形の上にある点はどれもその点を中心にして、同じ角度回転します。念のためもう 1 度いいます。回転移動では、**どの点も、回転の中心からの距離を変えずに、同じ角度回転する**のです。

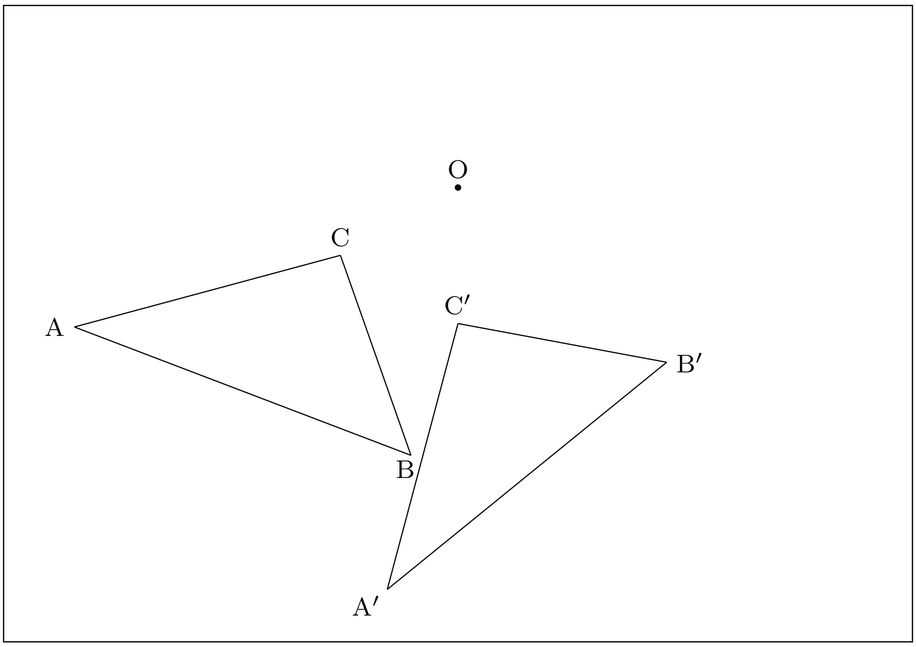
それでは、ここまで調べてきたことをまとめておきましょう。

回転移動とは

平らなテーブルの上においてある図形を、ある点を中心にして回転して移動する移動の仕方を**回転移動**といいます。また、この話に出てきた「ある点」のことを**回転の中心**と呼びます。回転移動では、どの点も、回転の中心からの距離を変えずに、同じ角度回転します。つまり、対応する点は、回転の中心から等しい距離にあり、

対応する点と回転の中心を結んでできる角の大きさは全て等しくなっています。

問 36. 次の図を見てください。



ある人に言わせると、この図では、三角形 ABC を点 O を回転の中心にして 60° 回転移動すると三角形 ′B′C′ に移るそうです。この図は本当にそうなっているのか、これからあなたに確かめてもらうことにします。以下の問に答えなさい。

(1) 点 O と点 A を結んで線分 OA を描きなさい。また、点 O と点 A' を結んで線分 OA' を描きなさい。

(2) 角 AOA' の大きさは何度だと思いますか。まず予想をたててください。予想をたてたら、分度器を使ってあなたの予想のとおりになっているか確かめてください。

(3) 線分 OA の長さと線分 OA' の長さには何か関係があると思いますか。まず予想をたててください。予想をたてたら定規やコンパスを使って長さを比べてください。

(4) 点 O と点 B を結んで線分 OB を描きなさい。また、点 O と点 B' を結んで線分 OB' を描きなさい。

(5) 角 BOB' の大きさは何度だと思いますか。まず予想をたててください。予想をた

てたら、分度器を使ってあなたの予想のとおりになっているか確かめてください。

(6) 線分 OB の長さと線分 OB′ の長さには何か関係があると思いますか。まず予想をたててください。予想をたてたら定規やコンパスを使って長さを比べてください。

(7) 点 O と点 C を結んで線分 OC を描きなさい。また、点 O と点 C′ を結んで線分 OC′ を描きなさい。

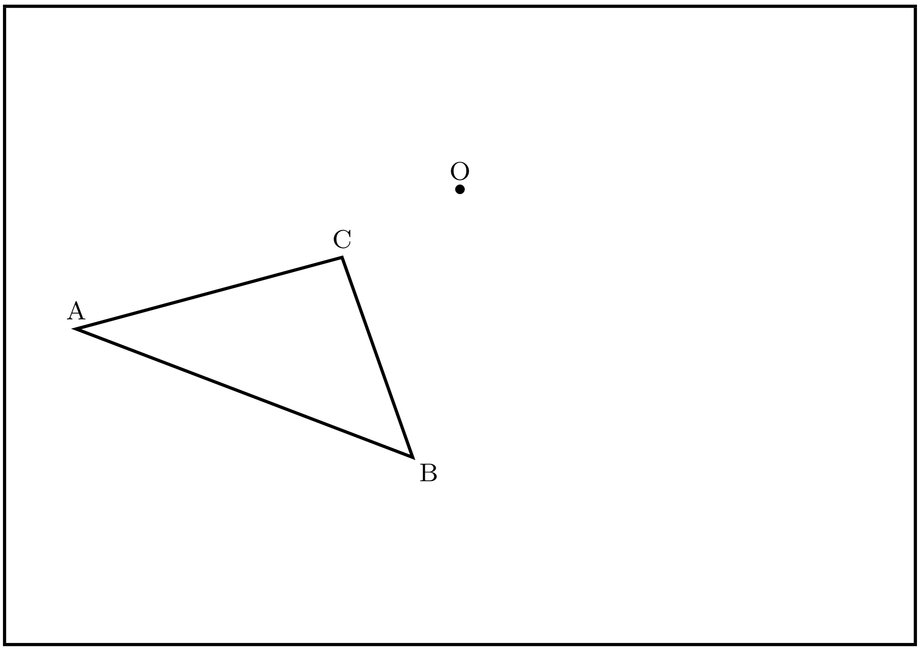
(8) 角 COC′ の大きさは何度だと思いますか。まず予想をたててください。予想をたてたら、分度器を使ってあなたの予想のとおりになっているか確かめてください。

(9) 線分 OC の長さと線分 OC′ の長さには何か関係があると思いますか。まず予想をたててください。予想をたてたら定規やコンパスを使って長さを比べてください。

(10) 三角形 ABC を点 O を回転の中心にして 60° 回転移動すると三角形 ′B′C′ に移るというのは本当でしょうか。

答えを見る

例題 19　次の図を見てください。



この図は紙の上に三角形 ABC と点 O が描かれていることを表しています。これからこの図の三角形 ABC を点 O を回転の中心にして、時計とは反対の回り方で 90° 回転移動しようと思います。ただし、透明な下敷きを重ねて、三角形をペンで写し、下敷きを回

転する方法を使ってはいけません。

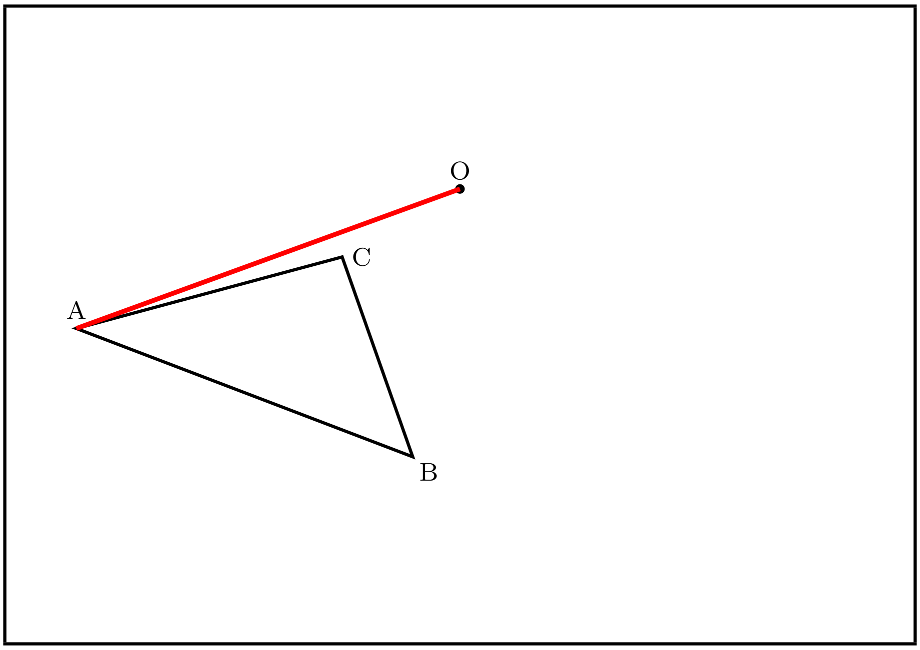
(1) 点 O を回転の中心にして、時計とは反対の回り方で 90° 回転移動したとき、頂点 A、頂点 B、頂点 C がどこへ移動するのか知りたいと思います。頂点 A、頂点 B、頂点 C の移る場所を正確に知るにはどうすればよいか考えてください。この回転移動で、頂点 A、頂点 B、頂点 C に対応する点の名前を頂点 A′、頂点 B′、頂点 C′ とすることにします。あなたが考えた方法で、頂点 A′、頂点 B′、頂点 C′ 場所を発見してください。

(2) 三角形 ABC を点 O を回転の中心にして、時計とは反対の回り方で 90° 回転移動してできる三角形 A′B′C′ をこの図に描きなさい。

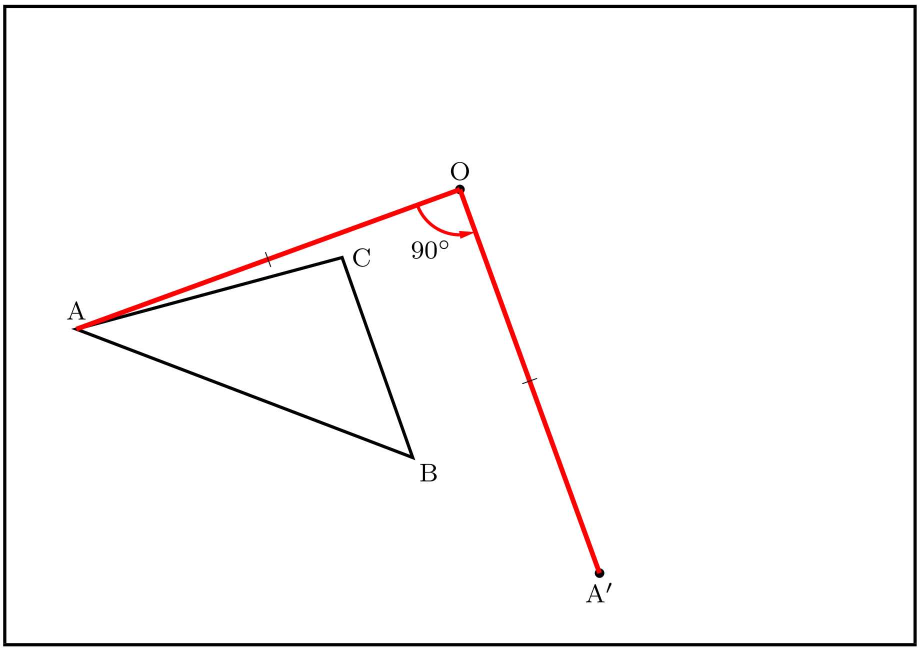
解答

(1) 回転移動では図形の上にあるどの点も、回転の中心からの距離を変えずに、同じ角度回転するのでしたね。そこで、分度器とコンパスを使うことにしましょう。

まず、この回転移動で頂点 A がどこに移動するのか考えてみます。次の図を見てください。

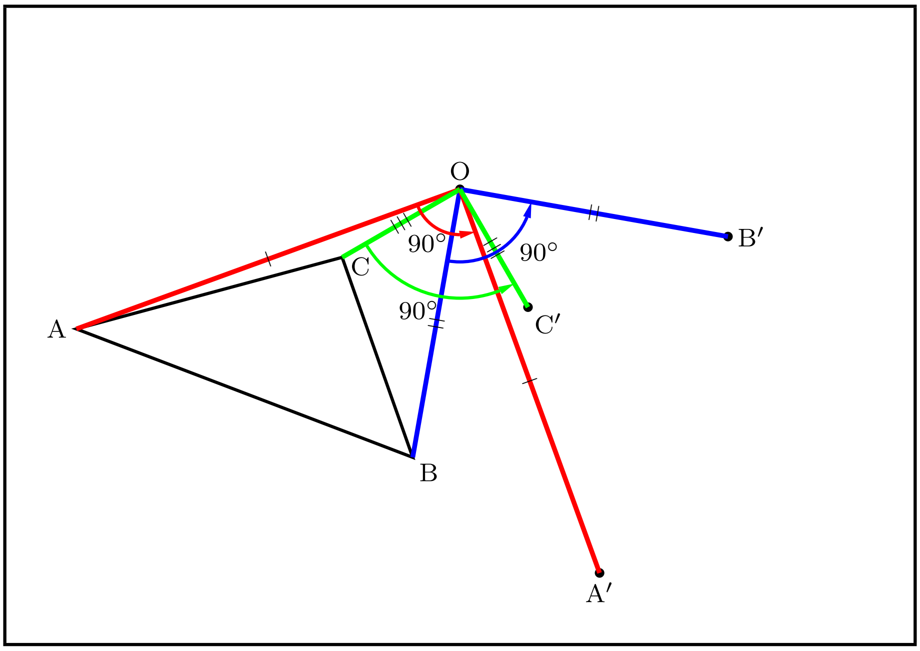


回転の中心 O と三角形 ABC の頂点 A をまっすぐ結び、線分 OA を描いてみました。点 O を中心にして時計とは反対の向きに 90° 回転移動する話なのですから、この線分 OA も O を中心にして時計とは反対の向きに 90° 回転します。すると次の図のようになります。

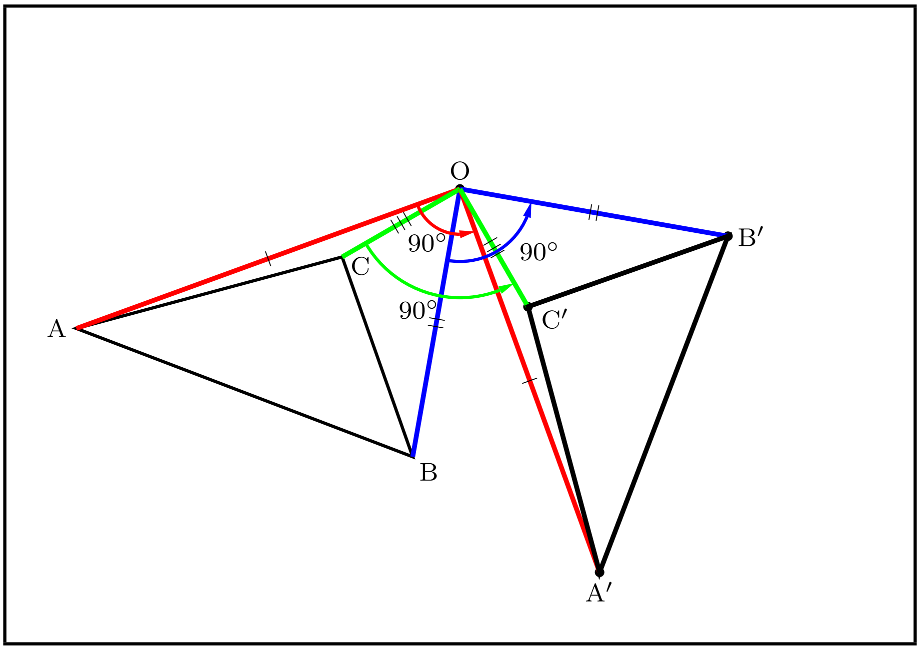


線分 OA を O を中心にして時計とは反対の向きに 90° 回転して、線分 OA′ を描きました。この線分 OA′ を描くときには、分度器とコンパスを使います。分度器をあてて、角 AOA′ が 90° になるようにします。またコンパスを使って OA を測りとり、OA’ の長さが OA と同じになるようにしておくのです。

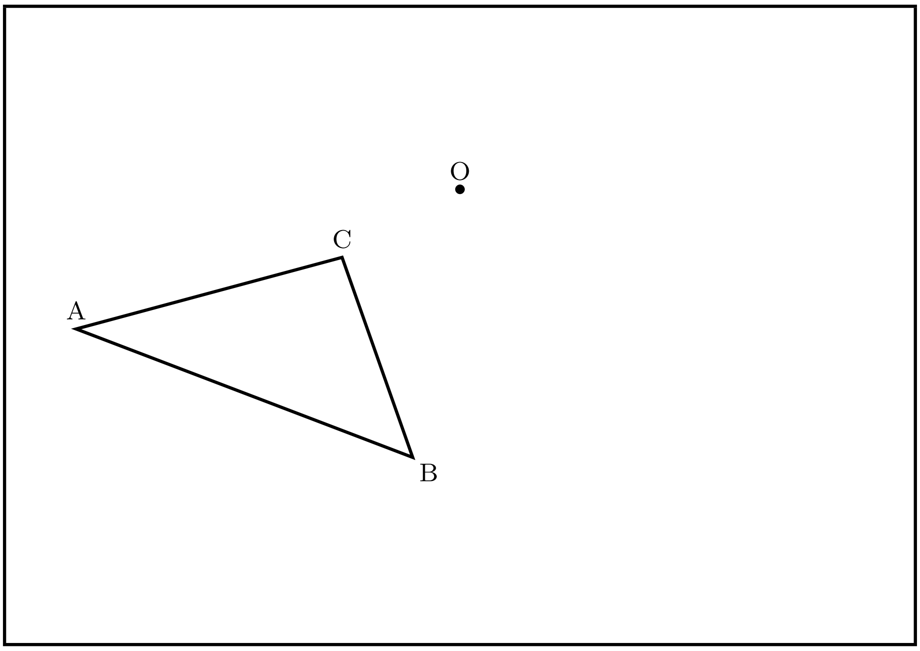
次はこの回転移動で頂点 B や頂点 C がどこに移動するのか考えてみます。頂点 A のときと同じようにして、線分 OB、線分 OC を描き、O の周りに時計と反対の向きに回転すれば、点 B′、点 C′ がどこにあるのかわかります。次の図のようになりますね。



(2) 三角形 ABC を O の周りに時計とは反対周りに 90° 回転した三角形 A'B'C' を描くのでしたね。(1) で回転移動後の頂点 A′B′C′ が見つかったので、頂点を結んで三角形を描けばよいですね。次の図のようになります。



問 37. 次の図を見てください。



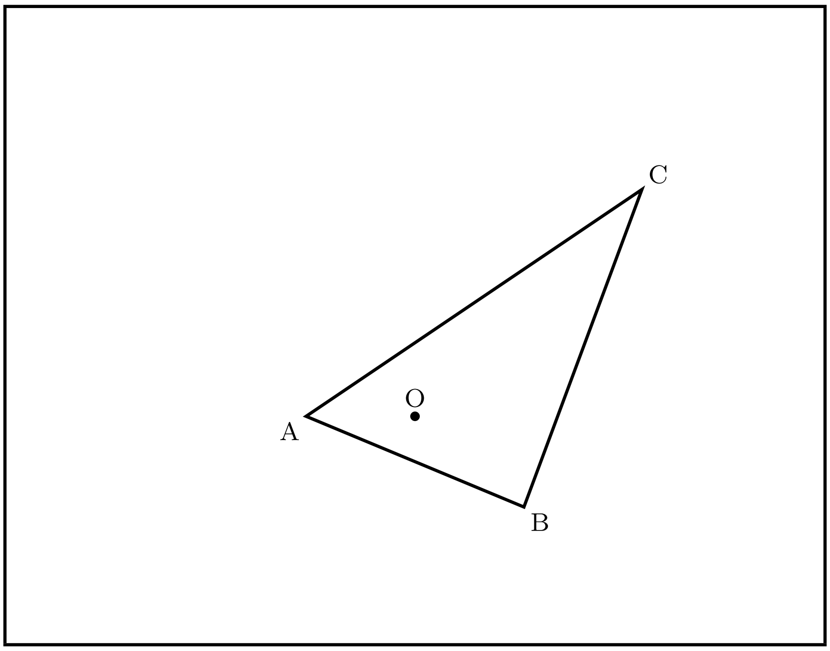
この図は、紙の上に三角形 ABC と点 O が描かれていることを表しています。これからこの図の三角形 ABC を点 O を回転の中心にして、時計とは反対の回り方で 120° 回転移動しようと思います。ただし、透明な下敷きを重ねて、三角形をペンで写して下敷きを回転する方法を使ってはいけません。

(1) 点 O を回転の中心にして、時計とは反対の回り方で 120° 回転移動したとき、頂点 A、頂点 B、頂点 C がどこへ移動するのか知りたいと思います。頂点 A、頂点 B、頂点 C の移る場所を正確に知るにはどうすればよいか考えてください。この回転移動で、頂点 A、頂点 B、頂点 C に対応する点の名前を頂点 A′、頂点 B′、頂点 C′ とすることにします。あなたが考えた方法で、頂点 A′、頂点 B′、頂点 C′ 場所を発見してください。

(2) 三角形 ABC を点 O を回転の中心にして、時計とは反対の回り方で 120° 回転移動してできる三角形 A′B′C′ をこの図に描きなさい。

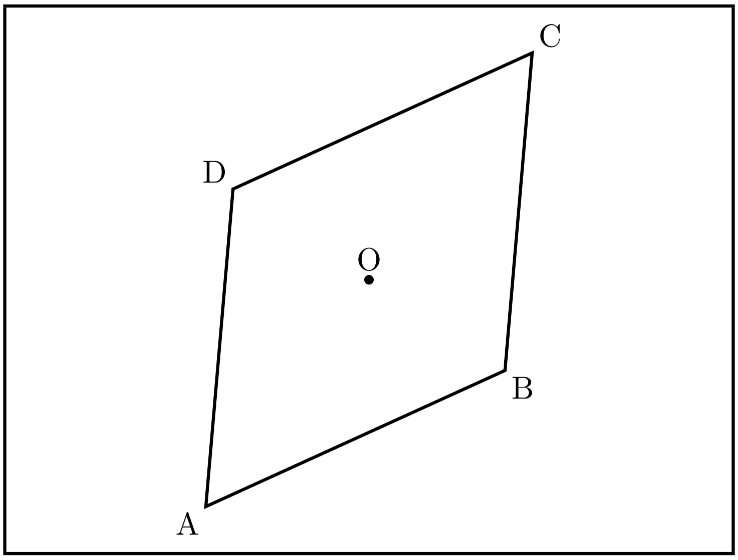
答えを見る

問 38. 次の図を見てください。



三角形 ABC と点 O が描かれています。この三角形 ABC を点 O を回転の中心にして時計とは反対周りに 60° 回転移動してできる三角形を描いて下さい。　答えを見る

問 39. 次の図を見てください。



四角形 ABCD と点 O が描かれています。この図には、四角形 ABCD の対角線は描かれ

ていませんが、実はこの四角形の 2 本の対角線は点 O で交わります。本当です。あなたも定規を使って対角線を描いて確かめてください。また、実はどちらの対角線もそれぞれの真ん中で交わっています。つまり、AO と CO の長さは同じで、BO と DO の長さも同じなのです。本当です。あなたも定規やコンパスを使って長さを比べて確かめてください。それでは、この四角形 ABCD を点 O を回転の中心にして時計と反対の向きに 180° 回転移動した四角形を描いてください。

答えを見る

3.1.4　平行移動、対称移動、回転移動を組み合わせて図形を移動しよう

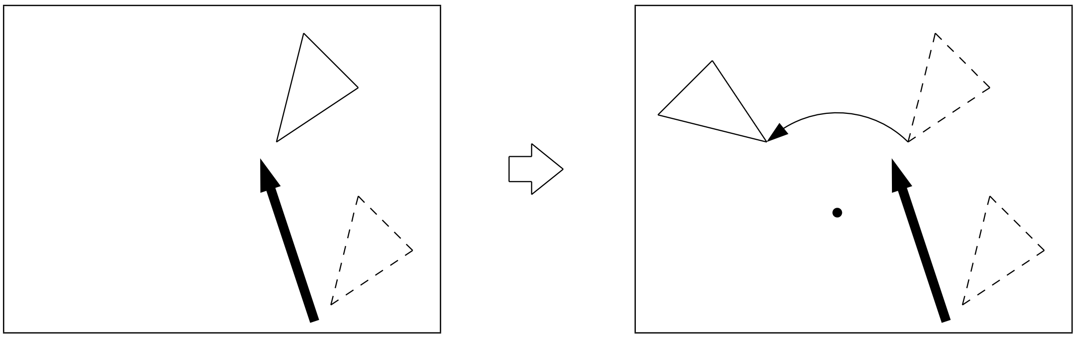
ここまで、図形を移動させる 3 種類の移動のさせ方について学んできました。これらはそれぞれ、「平行移動」、「対称移動」、「回転移動」と呼ばれていました。ここではこれから、3 種類の移動を組み合わせてできる移動について考えることにします。

ところで、たった 1 回の「平行移動」でも違う移動がいくらでもあります。つまり「平行移動」といっても、「どっちの方向」に、「どれだけの距離」移動させるのかによっていくらでも違う移動が考えられるのです。同じように、たった 1 回の「対称移動」やたった 1 回の「回転移動」でも違う移動がいくらでもあります。対称の軸の位置を変えれば違う対称移動を考えることができます。回転の中心や回転させる角度、回転させる向きを変えれば違う回転移動を考えることができます。このように 1 回の移動でもいくらでも違う移動を考えることができます。それでは、「平行移動」、「対称移動」、「回転移動」を混ぜて 2 回組み合わせたり、3 回組み合わせたり、4 回組み合わせたり $\cdots$ としていくとどんな移動ができるのでしょうか。

まずとりあえず、「ナントカ移動」を 2 回組み合わせてできる移動について考えてみることにします。話を進める前に、念のための注意をしておきましょう。「平行移動」、「対称移動」、「回転移動」と呼ばれている 3 種類の移動では、図形を移動しても図形の形と大きさは変わらないのでしたね。

ナントカ移動を 2 回組み合わせてできる移動の例

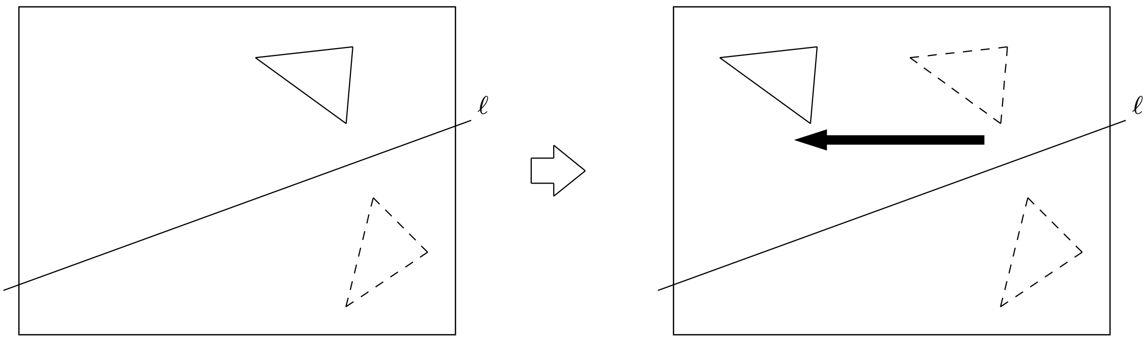
例 3　次の図を見てください。



矢印のほうへ平行移動　　黒い点を中心に回転移動

この図は、平行移動のあとに回転移動を続けたことを表しています。まず左側の図のように、右下にあった三角形を矢印のほうへ平行移動します。次に右側の図のように、黒い点を中心にして三角形を回転移動します。このように、平行移動した後に回転移動を続けると、初め右下にあった三角形は最後には向きを変えて左上に移動します。平行移動や回転移動は図形の形と大きさを変えないので、平行移動と回転移動を続けても図形の形と大きさは変わりません。図形の場所や向きは変わります。

例 4　次の図を見てください。

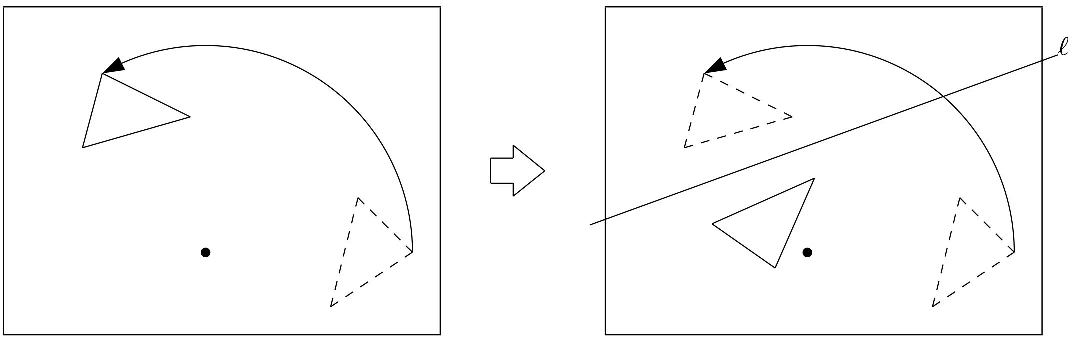


直線 ℓ を対称の軸として対称移動　　矢印のほうへ平行移動

この図は、対称移動のあとに平行移動を続けたことを表しています。まず左側の図のよ

うに、右下にあった三角形を直線 ℓ を対称の軸にして対称移動します。このとき、三角形は「裏返る」ことに注意しましょう。次に右側の図のように、三角形を矢印のほうへある距離平行移動します。このように、対称移動した後に平行移動を続けると、初め右下にあった三角形は裏返って最後には左上に移動します。対称移動や平行移動は図形の形と大きさを変えないので、対称移動と平行移動を続けても図形の形と大きさは変わりません。図形の場所や図形の表裏は変わります。

例 5　次の図を見てください。



黒い点を中心に回転移動　　　直線 ℓ を対称の軸として対称移動

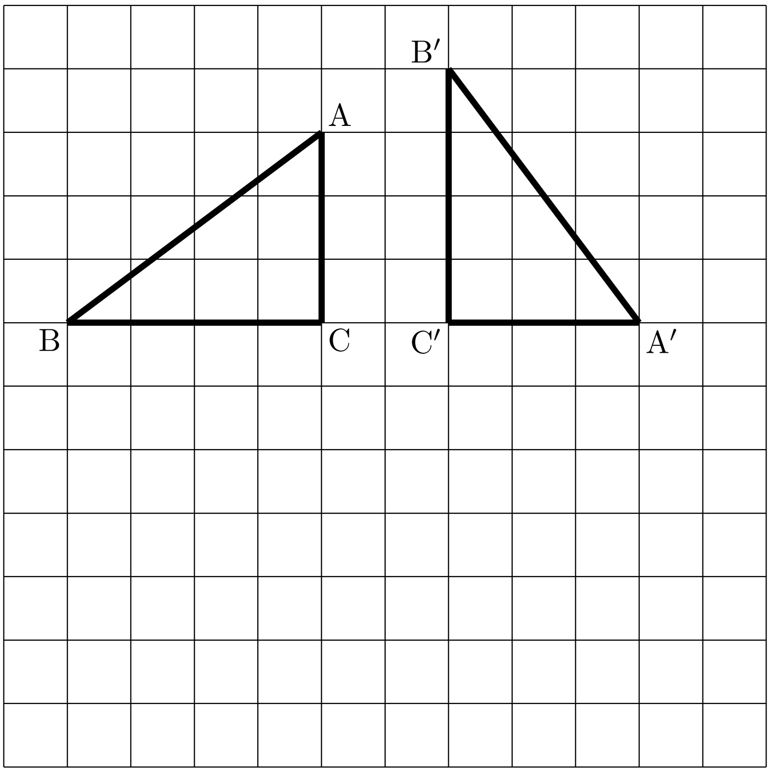
この図は、回転移動のあとに対称移動を続けたことを表しています。まず左側の図のように、右下にあった三角形を黒い点を対称の中心にして回転移動します。次に右側の図のように、三角形を直線 ℓ を対称の軸として対称移動します。このとき、三角形は「裏返る」ことに注意しましょう。このように、回転移動した後に対称移動を続けると、初め右下にあった三角形は裏返って最後には真ん中やや左の場所に移動します。回転移動や対称移動は図形の形と大きさを変えないので、回転移動と対称移動を続けても、図形の形と大きさは変わりません。図形の場所や図形の表裏は変わります。

ここまで、「平行移動」、「対称移動」、「回転移動」から 2 つの移動を選び、それらを組み合わせてできる移動について考えてきました。2 つの移動の組み合わ方はこれまで紹介した方法以外にも考えることができます。例えば「平行移動」と「回転移動」を組み合わせるといっても、先に「平行移動」をしてから後で「回転移動」をする方法と、先に「回

転移動」してから後で「平行移動」する方法があります。実は、2 つの移動を組み合わせるとき、組み合わせる順番を変えると、移動した結果はたいてい違っています。また、これまで紹介してきませんでしたが、同じ移動を 2 回組み合わせるという方法もあります。例えば「平行移動」の次に「平行移動」をするという移動を考えることができます。

前にも言ったように、たった 1 回の「ナントカ移動」でさえ、違う移動をいくらでも考えることができるのでした。2 回移動を組み合わせるとき、組み合わせ方も色々で、しかも組み合わせる順番を変えるとたいてい違った移動になるのですから、2 回の移動を組み合わせてできる移動は、当然、いくらでも違うものができるのです。

例題 20　次の図を見てください。



三角形 ABC と三角形 A′B′C′ が描かれています。実はこの 2 つの三角形は形も大きさも同じなので、三角形 ABC を「ナントカ移動」すると三角形 A′B′C′ にぴったり重ねることができそうです。そこでどのような移動をどういう順番で組わわせると、三角形 ABC は三角形 A′B′C′ にぴったり重なるのか考えることにします。以下の問に答えなさい。

(1) どのように移動するとぴったり重なるのか良くわからないので、とりあえず、三角形 ABC を三角形 A′B′C′ に近づけてから、後のことは後で考えようと思います。次の指示に従って、三角形 ABC を移動しなさい。

(a) とりあえず、三角形 ABC の頂点 C が三角形 A′B′C′ の頂点 C′ に重なるように三角形 ABC を「平行移動」しなさい。

(b) (a) で描いた三角形を点 C′ を回転の中心にして「回転移動」すると三角形 A′B′C′ にぴったり重なる感じがしますよね。どちらの向きに何度回転すればよいと思いますか？あなたの考えが出たら、あなたの考えたとおりに三角形 ABC を「回転移動」しなさい。

(2) (1) では、とりあえず、三角形 ABC の頂点 C が三角形 A′B′C′ の頂点 C′ に重なるように「平行移動」してから、「回転移動」を使って向きをそろえましたね。ここでもとりあえず、三角形 ABC の向きを変えずに三角形 ABC に近づけてから後のことは後で考えようと思います。ただし (1) とは違う近づけ方をしようと思います。次の指示に従って、三角形 ABC を移動しなさい。

(a) とりあえず、三角形 ABC の頂点 A が三角形 A′B′C′ の頂点 A′ に重なるように三角形 ABC を「平行移動」しなさい。

(b) (a) で描いた三角形を点 A′ を回転の中心にして「回転移動」すると三角形 A′B′C′ にぴったり重なる感じがしますよね。どちらの向きに何度回転すればよいと思いますか？あなたの考えが出たら、あなたの考えたとおりに三角形 ABC を「回転移動」しなさい。

(3) (1) や (2) では、三角形 ABC の向きを変えずにまず「平行移動」をしました。そして次に、三角形 ABC の向きが三角形 A′B′C′ の向きと合うように「回転移動」をしました。ここではまず「回転移動」で向きをそろえてから、、次に「平行移動」で場所を一致させる方法を考えようと思います。次の指示に従って、三角形 ABC を移動しなさい。

（a） とりあえず、三角形 ABC の向きを三角形 $\mathrm{A'B'C'}$ の向きにそろえるため、三角形 ABC を頂点 B の周りに「回転移動」しようと思います。どちらの向きに何度回転すればよいですか。あなたの考えが出たら、あなたの考えたとおりに三角形 ABC を「回転移動」しなさい。

（b） (a) で描いた三角形を「平行移動」すると三角形 $\mathrm{A'B'C'}$ に重なる気がしますよね。どちらの方向へどれだけ移動すればよいか考えてください。あなたの考えが出たら、あなたの考えたとおりに「平行移動」しなさい。

(4) (1)、(2)、(3) では、2 回の移動を使って、三角形 ABC を三角形 $\mathrm{A'B'C'}$ に重ねました。ここでは、1 回の移動で、三角形 ABC を三角形 $\mathrm{A'B'C'}$ に重ねることができるのか考えることにします。

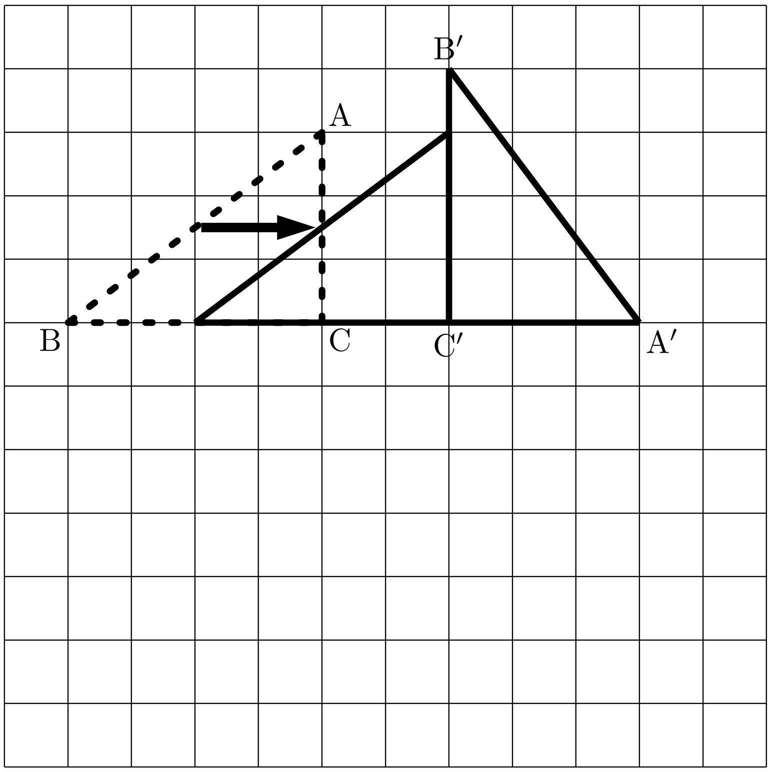
（a） 基本となる移動として「平行移動」、「対称移動」、「回転移動」があるのでしたね。1 回の移動で、三角形 ABC を三角形 $\mathrm{A'B'C'}$ に重ねることができるとしたら、この 3 種類の移動のうち、どれが良さそうですか。選んでください。

（b） あなたが (a) で選んだ移動を使って、1 回の移動で、三角形 ABC を三角形 $\mathrm{A'B'C'}$ に重ねてください。

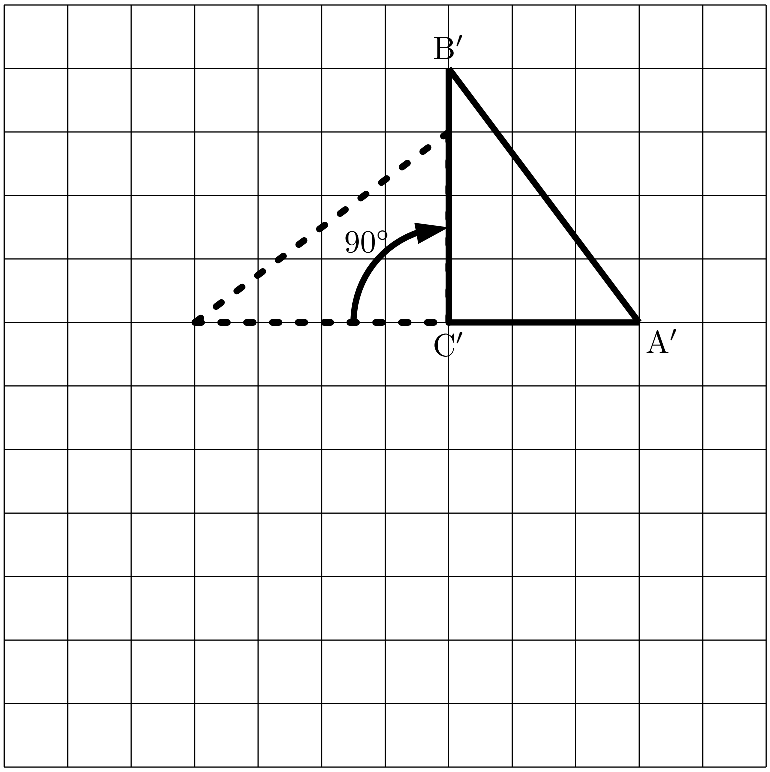
解答

(1) とりあえず三角形 ABC を三角形 $\mathrm{A'B'C'}$ に近づけてから、後のことは後で考えるのでしたね。たしか、初め平行移動を行い、次に回転移動でしたよね。

（a） まず三角形 ABC の頂点 C が三角形 $\mathrm{A'B'C'}$ の頂点 $\mathrm{C'}$ に重なるように平行移動するのですから次の図のように、三角形 ABC を右へ 2 マス平行移動すればよいですね。

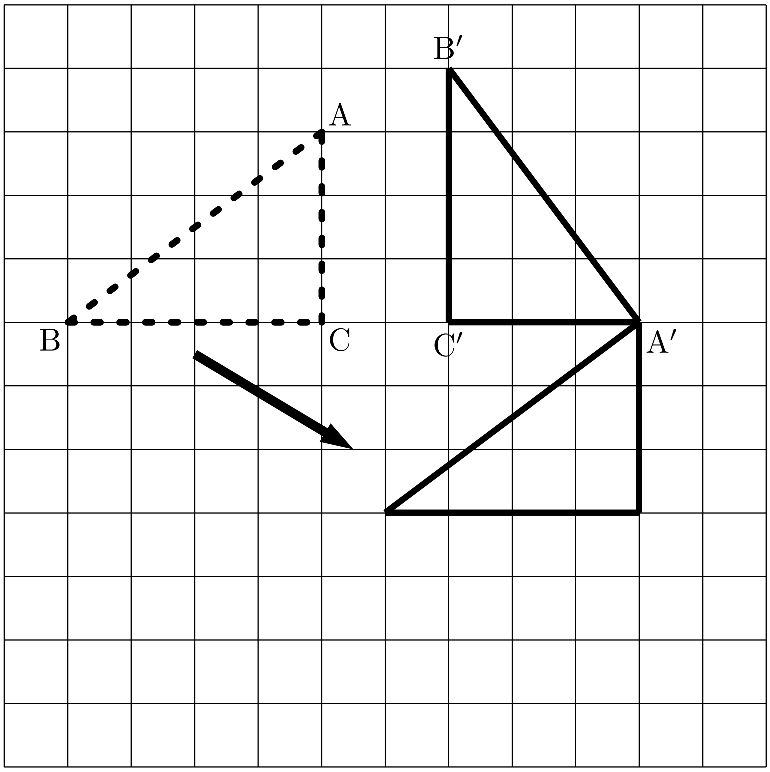


（b）次は点 C′ を回転の中心にして時計と同じ回り方で 90° 回転移動すればよいですね。つまり、次の図のようになるわけです。

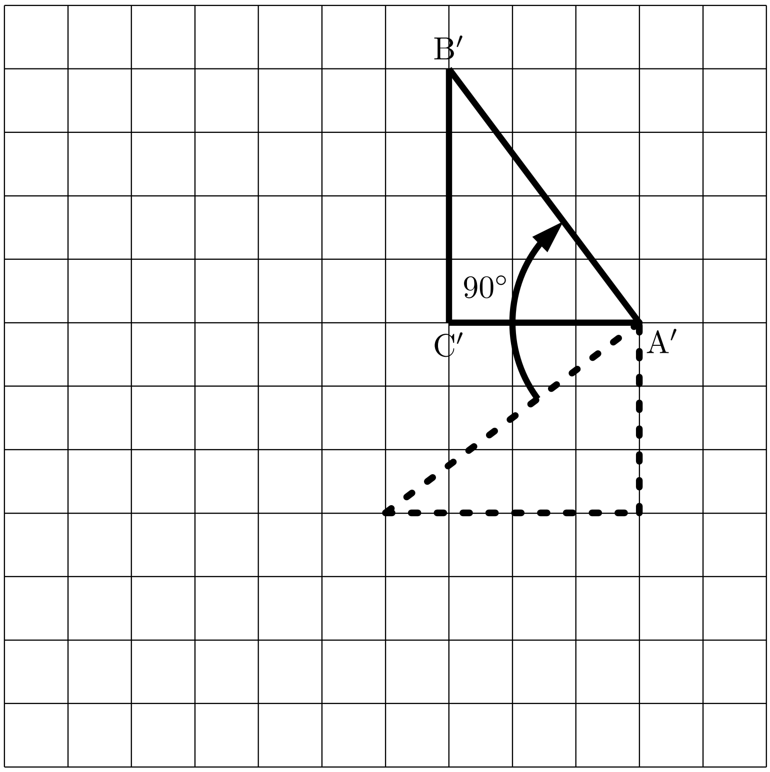


(2) とりあえず、三角形 ABC を三角形 A′B′C′ に近づけてから、後のことは後で考えるのでしたね。たしか、初め平行移動を行い、次に回転移動でしたよね。

(a) まず、三角形 ABC の頂点 A が三角形 A′B′C′ の頂点 A′ に重なるように平行移動するのでしたね。次の図のように右斜め下へ平行移動すればよいわけです。

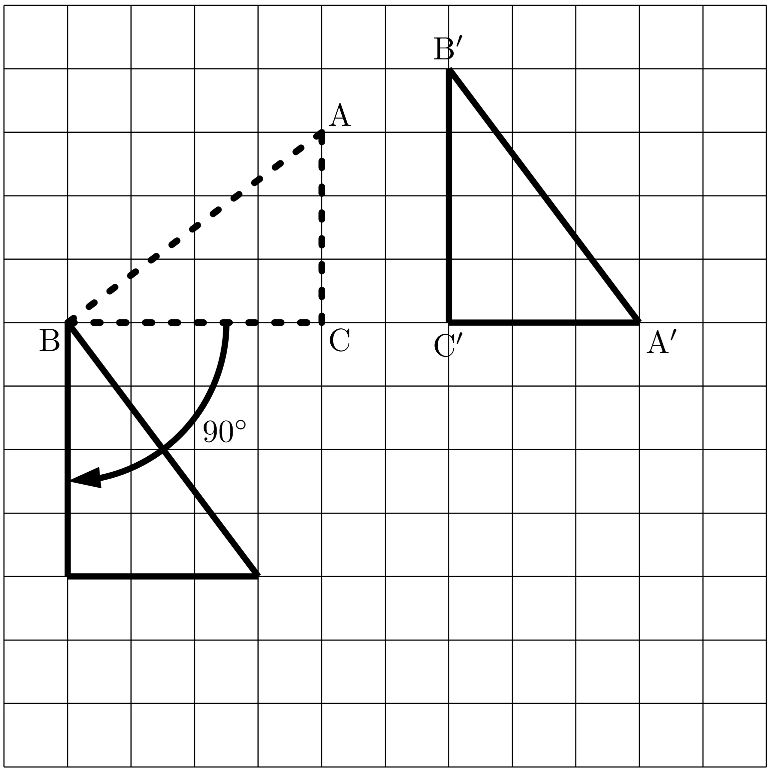


（b）次の図のように、点 A′ を回転の中心にして時計と同じ回り方で 90° 回転移動すればよいですね。

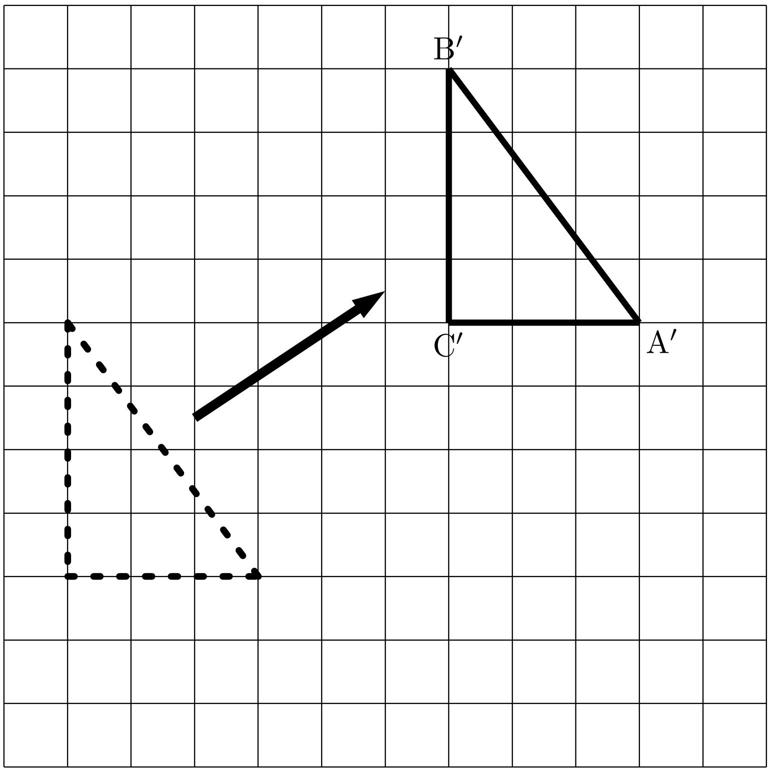


(3) 今度は初めに回転移動をして向きをそろえ、次に平行移動で場所を一致させるのでしたね。

（a）たしか点 B を回転の中心にして回転移動を行い、まず三角形 ABC の向きを三角形 A′B′C′ にそろえるのでしたね。次の図のように、点 B を回転の中心にして時計と同じ回り方で 90° 回転移動すればよいですね。



（b）次は今描いた三角形を平行移動して三角形 A′B′C′ に重ねるのでしたね。次の図のようになりますね。

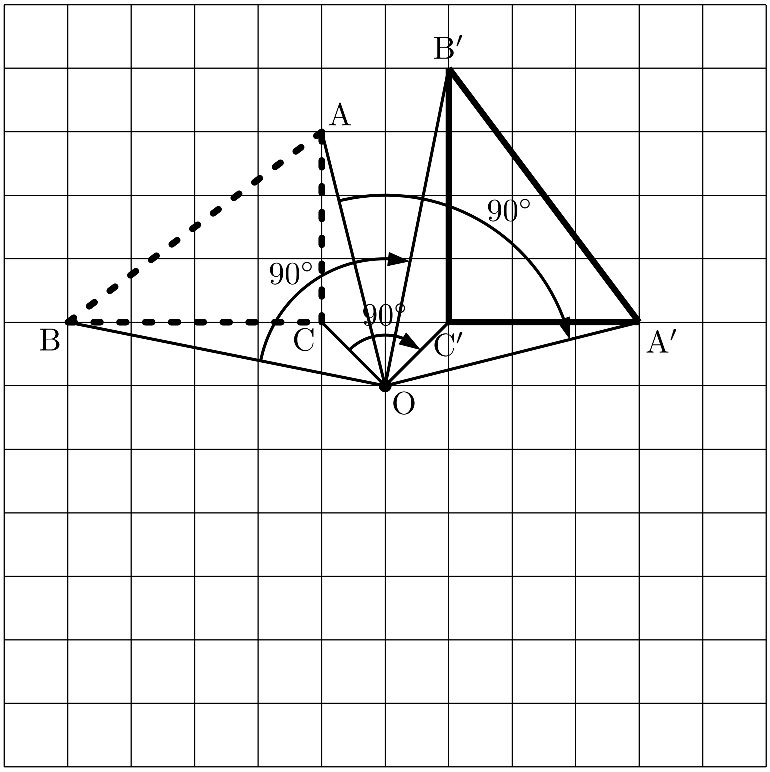


(4) 1 回の移動で、三角形 ABC を三角形 A′B′C′ に重ねることができるのか考える問題でしたね。

（a）基本となる移動は「平行移動」、対称移動」、「回転移動」です。まず、気にしておきたいことがあります。それは、「平行移動」は図形の向きが変わり、「対称移動」では図形の表と裏が入れ替わり、「回転移動」では図形の向きが変わるということです。

この問題の三角形 ABC と三角形 A′B′C′ の向きは違っていますが裏と表は変わっていませんね。つまり三角形 ABC を三角形 A′B′C′ に重ねるときに、三角形を裏返す必要はありません。だとしたら、1 回の移動で三角形 ABC を三角形 A′B′C′ に重ねるとき、 一番可能性のあるのは「回転移動」ですね。

（b）次の図を見てください。



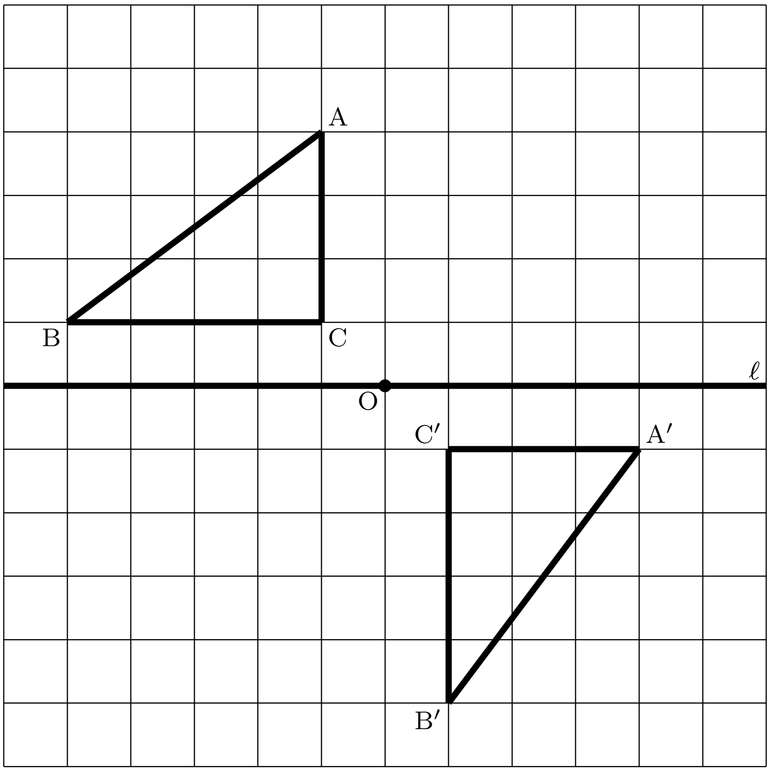
この図の真ん中あたりに点 O が打たれています。点 O は点 C からの距離と点 C′ からの距離が同じになっている点です。また、点 O は点 A からの距離と点 A′ からの距離が同じになっていますし、さらに点 O は点 B からの距離と点

B′ からの距離も同じになっています。

三角形 ABC の向きと三角形 A′B′C′ の向きは 90° 違っています。ですから、右の図のように点 O を回転の中心にして時計と同じ回り方で 90° 回転移動するとぴったり重なるのです。

このように、1 回の回転移動でぴったり重ねるためには、対応する頂点からの距離が等しくなっている点を見つけ、その点を中心に回転移動すればよいのです。

問 40. 次の図を見てください。



三角形 ABC と三角形 A′B′C′ が描かれています。この 2 つの三角形は形も大きさも同じなので、三角形 ABC を「ナントカ移動」すると三角形 A′B′C′ にぴったり重ねることができそうです。そこで、どのような移動をどのようにすればよいのか考えることにします。ただし、三角形 ABC と三角形 A′B′C′ では裏と表が入れ替わっていることに注意してください。また何のためなのかはわかりませんが、この図には点 O と直線 ℓ も描かれ

ていることにも注意してください。

(1) どのように移動すればよいのか良くわからないので、とりあえず、三角形 ABC を点 O を回転の中心にして、時計と同じ回り方で 90° 回転移動することにして、後のことは後で考えようと思います。次の指示に従って、三角形 ABC を移動しなさい。

(a) とりあえず、三角形 ABC を点 O を回転の中心にして、時計と同じ回り方で 90° 回転移動しなさい。

(b) (a) で描いた三角形と三角形 $A'B'C'$ の裏と表はまだ逆になっているはずです。ですから対称移動をする必要があります。では、ここからあと 1 回の対称移動でぴったり重ねるには、対称の軸となる直線はどこにすればよいか考えてください。あなたの考えが決まったら、あなたの考たところに対称の軸を描き三角形 ABC を対称移動しなさい。

(2) (1) では、とりあえず、三角形 ABC を点 O と対称の軸にして時計と同じ回り方で 90° 回転移動してそれなりに向きをそろえてから、対称移動をして表裏と場所を一致させました。ここではまず、対称移動をして裏と表をそろえてから、回転移動で向きと場所を一致させようと思います。次の指示に従って、三角形 ABC を移動しなさい。

(a) とりあえず、直線 ℓ を対称の軸にして三角形 ABC を対称移動しなさい。。

(b) (a) で描いた三角形を点 O を回転の中心にして回転移動すると三角形 $A'B'C'$ にぴったり重なる感じがします。どちらの向きに何度回転すればよいと思いますか？あなたの考えが出たら、あなたの考えたとおりに三角形 ABC を回転移動しなさい。

(3) (1)、(2) では、2 回の移動を使って、三角形 ABC を三角形 $A'B'C'$ に重ねました。ここでは、1 回の移動で、三角形 ABC を三角形 $A'B'C'$ に重ねることができるのか考えることにします。

(a) 基本となる移動として「平行移動」、「対称移動」、「回転移動」があるのでしたね。1 回の移動で、三角形 ABC を三角形 $A'B'C'$ に重ねることができるとし

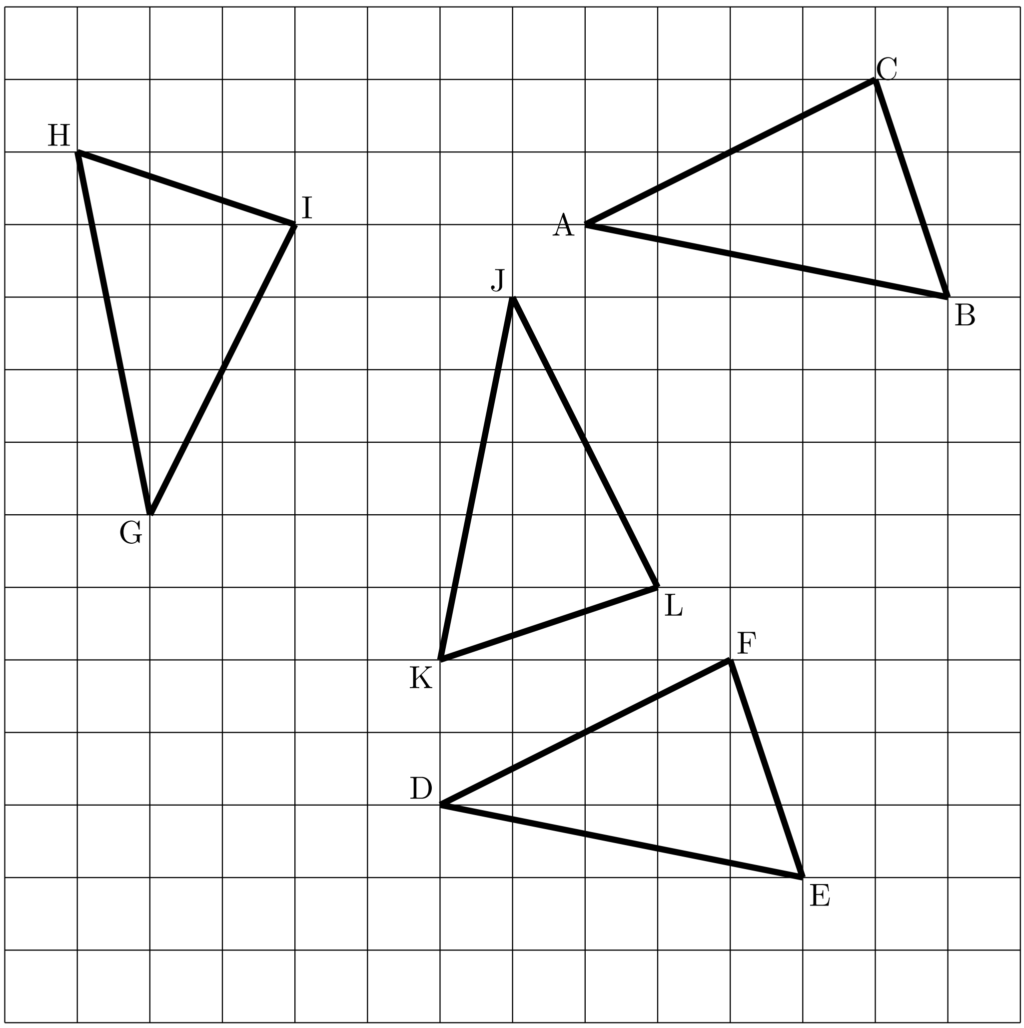
たら、この 3 種類の移動のうち、どれが良さそうですか。選んでください。

（b）あなたが (a) で選んだ移動を使って、1 回の移動で、三角形 ABC を三角形 A′B′C′ に重ねてください。

答えを見る

3.2　図形の移動に関するまとめの問題

問 41. 次の図の三角形 ABC、三角形 DEF、三角形 GHI、三角形 JKL はすずべて形も大きさも同じです。この 4 つの三角形について以下の問に答えなさい。



(1) 平行移動 1 回だけで重ね合わせることができる三角形はどれとどれですか。

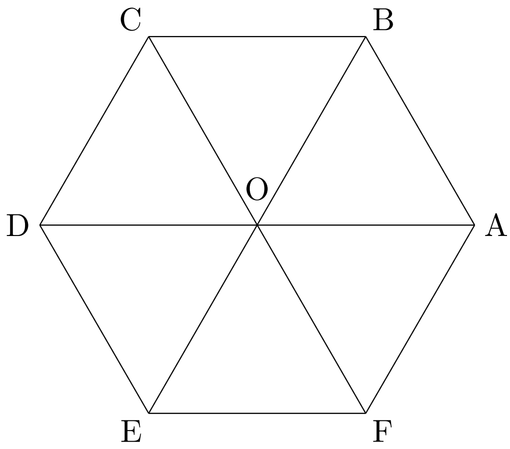
(2) 対称移動 1 回だけで重ね合わせることができる三角形はどれとどれですか。対称の

軸はどこにあるのかも答えなさい。

(3) 回転移動 1 回だけで重ね合わせることができる三角形はどれとどれですか。回転の中心はどこにあるのかも答えなさい。（答えは 2 組あるので注意してください。）

答えを見る

問 42. 右の図を見てください。この図は大きさの同じ正三角形を 6 個合わせて正六角形を作ったものです。以下の問に答えなさい。



(1) △ABO を平行移動して重ね合わせることのできる三角形を全ていいなさい。

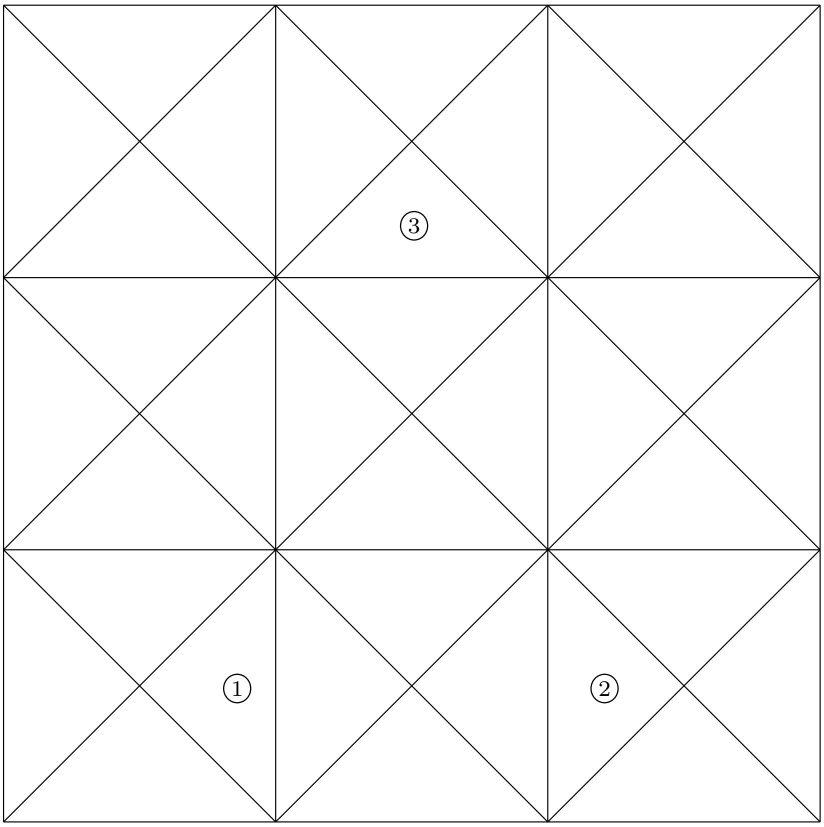
(2) △ABO を対称移動して重ね合わせることのできる三角形を全ていいなさい。そのときの対称の軸もいいなさい。

(3) △ABO を、点 O を回転の中心にして回転移動して △CDO に重ね合わせることにします。どちら周りで何度回転すればよいですか。

(4) △ABO を、点 B を回転の中心にして回転移動して △BCO に重ね合わせることにします。どちら周りで何度回転すればよいですか。

答えを見る

問 43. 次の図は、三角形のタイルで床を敷きつめたものです。以下の問に答えなさい。



(1) 三角形①を 1 回の回転移動で三角形②に重ね合わせることはできますか？できるとしたら、回転の中心をどこにして、どっち回りに何度回転すればよいですか。

(2) 三角形①を 1 回の対称移動で三角形②に重ね合わせることはできますか？できるとしたら、対称の軸をどこにすればよいですか。

(3) 三角形①を 1 回の平行移動で三角形②に重ね合わせることはできますか？できるとしたら、どちらの方向へどれだけ移動すればよいですか。

(4) 三角形①を 2 回の移動で三角形②に重ね合わせる方法を考えて、どうすればよいか説明してください。

(5) 三角形①を三角形③に重ね合わせる方法を考えて、どうすればよいか説明してください。

答えを見る

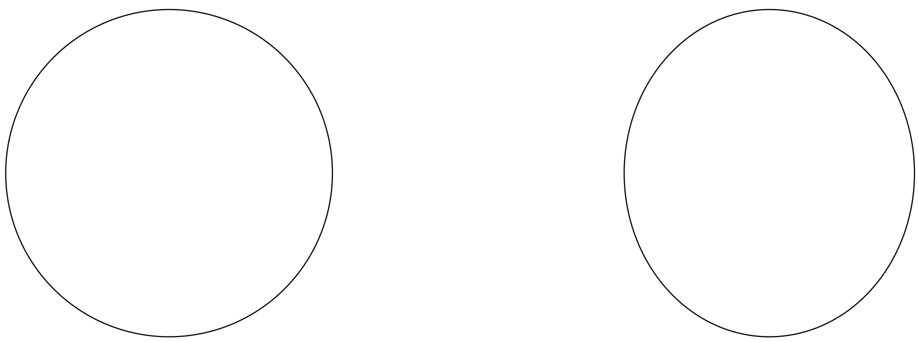
第4章

円とおうぎ型

4.1　そもそも円ってなに？ちゃんと知ってるかな？

あなたはきっと「円」と呼ばれている図形のことを知っていますね。でも、もし、あなたが「そもそも円って何なの？」と聞かれたらかれたら、どんなふうに答えますか？つまり、例えば「円」なんていうものを全然知らない人に、円とは何なのか教えるとしたら、何て教えてあげますか？

こういう質問をすると、かなり多くの中学生が、「丸い図形」とか「丸」などと、ボソッと答えます。これ、答えになってるんでしょうか。次の図を見てください。



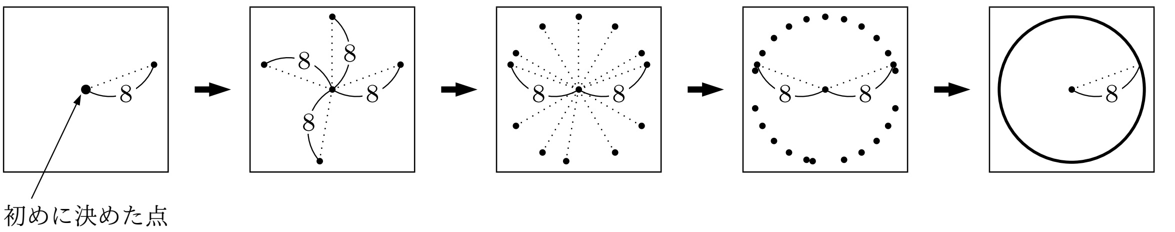
どっちも「丸い図形」です。左の図形は「円って呼んでよい気がしますが、右の図形は「円」って呼ぶの、かなり気がひけますよね。ですから、「円というのはね、丸い図形のことだよ。」なんて教えると、まずいんじゃぁないでしょうか。「丸い図形」では、かなりい

い加減ですよね。では何て教えてあげればよいのでしょう。だいいち、あなたは小学生のとき、学校の先生からなんて教わったんですか？思い出してみてください。まさか「丸い図形のことを円と呼びます。」なぁーんて教わってないですよね。

ではそろそろ、円とは何か、正確にあなたに教えることにしましょう。

平面の上に 1 つ点があるとします。この点までの距離が同じになっている点を、この平面の中で全部集めます。距離はあなたが好きに決めておいてください。そうすると、たくさん、キリがないほど点が集まって、最後にある曲線ができます。このようにしてできる曲線のことを「円」と呼ぶのです。

言っている意味、わかりましたか？念のため、図を使って説明しましょう。次の図を見てください。これは、初め 1 つの点を決め、その点からの距離が 8 になっている点をどんどんたくさん集めていくと、最後にある曲線ができていく様子を図にしたものです。



初めに決めた点から、距離が 8 の点を 1 つ打った。

初めに決めた点から、距離が 8 の点を 4 つ打った。

初めに決めた点から、距離が 8 の点をたくさん打った。

初めに決めた点から、距離が 8 の点をもっとたくさん打った。

初めに決めた点から、距離が 8 の点を全部打った。

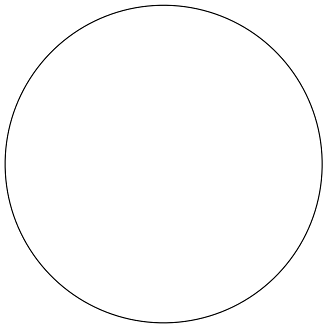
どういうことかわかってもらえたでしょうか。この図の中の一番右の図を見てください。初めに決めた点が真ん中にあり、その周りに点がびっしり集まって丸い形の曲線が出来上がっています。びっしりと集まった点たちはどれも、初めに打った点からの距離が 8 になっているのです。

もう一度繰り返しておきましょう。「円とは、ある点から距離の等しい点を全て集めてできる曲線のこと」なのです。そして、実は、初めに決めたある点のことを**中心**と呼び、考えることにした一定の距離のことを**半径**と呼ぶのです。

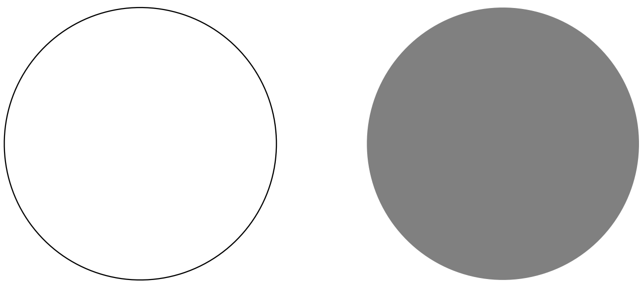
正しく意味を覚えよう：円とは

平面の上に、ある点が決められているとします。この点からの距離が等しくなっている点を、この平面の中で全部集めます。そうすると、ある曲線ができるわけです。このようにしてできる曲線のことを**円**と呼んでいます。また、初めに決めてあった点のことを、この円の**中心**と呼び、初めに決めた点から、集めた点たちまでの距離を、この円の**半径**と呼びます。

補足：円、円周、円板という言葉の使われ方について



さっき説明したように、「円」とは、「ある点からの距離が等しくなっているような点を全部集めるとできる曲線」なので、出来上がった曲線の内側にある点たちは、円の中には所属していないことになります。つまり、「円」は、ふちにできている曲線だけからできていて、その内側は「円」には含まれていないことになります。しかし、世の中では結構言葉が乱用されていて、内側まで全部含めて「円」呼んでいることがあります。



右の図を見てください。この図の左に描いてあるのは、内側の点たちは入っていない「円」だと思ってください。つまり、ふちにできている曲線だけを「円」と考えています。ですから、さっき「正しく意味を覚えよう：円とは」のところで説明したとおりの「円」です。それに対して、この図で右に描いてあるのは、内側の点たちも全部含めてできている「円」のつもりです。内側の点も全部入っているということを強調するために、右の「円では内側を灰色にしておきました。ですから右の「円」は、言葉を乱用して「円」と呼んでいる

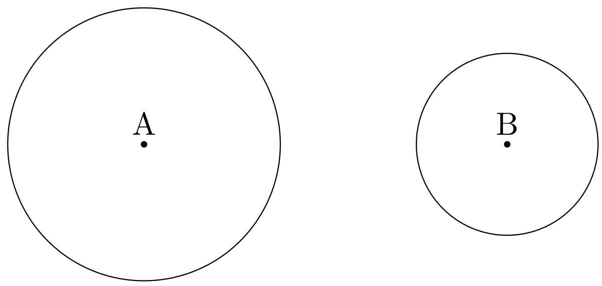
わけです。

「内側まで入っている円」を「内側まで入っていないふちだけの円」と区別して呼びたいときは、「内側まで入っている円」を**円板**と呼びます。また、「円のふちの所だけ」を**円周**と呼びます。

円の名前のつけ方

円は丸いので頂点がありません。頂点がある「多角形」では、頂点の名前を順番に並べて、その多角形の名前をつけましたね。例えば、頂点の名前が A、B、C となっている三角形だったら、「三角形 ABC」と呼んだわけです。円の場合は頂点がないので、このようなやり方で名前をつけるわけには行きません。そこで、中心の名前をそのまま円の名前として使うということがよく行われています。

右の図を見てください。例えば、この図で左に描いてある円では中心の名前が A ですから、この円を「円 A」と呼ぶことにするわけです。また、例えば、この図で右に描いてある円では中心の名前が B ですから、この円を「円 B」と呼ぶことにするわけです。

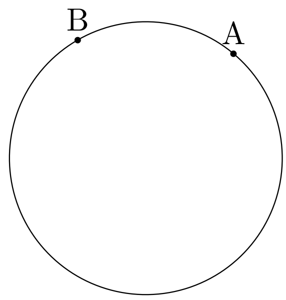


4.2　弧とか弦って何だっけ？

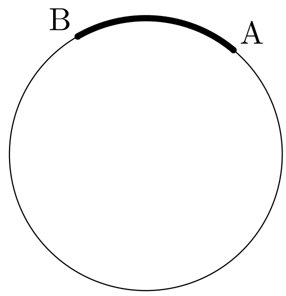
あなたはきっと、「弧」とか「弦」という言葉も聞いたことがありますよね。でも「弧」とか「弦」って何なのかちゃんと説明できますか？数学では、言葉の意味を正しく覚えるということはとても重要です。なぜなら、全ての話は言葉の意味から始まるからです。ですからここで、「弧」とか「弦」という言葉の意味をきちんと学ぶことにしましょう。

弧とは

右の図を見てください。まず円があるとします。そしてこれから、この円周の上を歩くことにします。（いいですか、円周の上を歩くのですよ。ですから円の内側を歩いてはいけません。円のふちの上だけを歩くのです。）スタートの点とゴールの点を決めて、円周の上に点を打つことにしましょう。この図では、スタートの点を A という名前にしてゴールの点を B にしました。



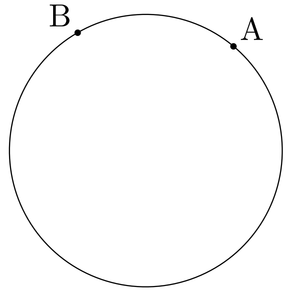
では、円周の上をスタートの点 A からゴールの点 B へ向けて歩くことにしましょう。右の図を見てください。円周の一部分が太く描かれていますね。これが歩いた跡です。わかりやすいように、円周の上を点 A から点 B へ向けて歩いた跡を太くしておいたのです。このような部分をこの円の「弧」と呼びます。つまり、円周の一部分を**弧**と呼んでいるのです。

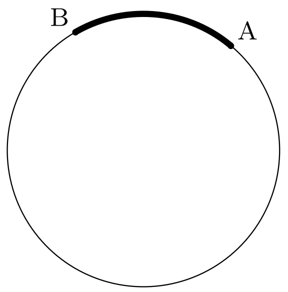


弧に名前を付けるときはスタートの点の名前とゴールの点の名前を使ったりします。例えばこの図の弧は、「弧 AB」と呼ばれたりするわけです。弧の両端の点の名前である A と B を使って、「弧 AB」と呼んだわけです。また、漢字を使って「弧 AB」と書くのがめんどうな時は、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ という記号で書くこともあります。

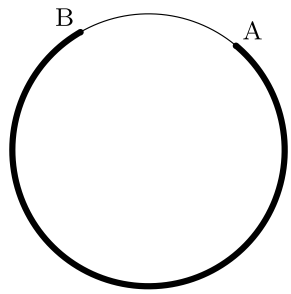
ここで念のため注意をしておきましょう。「弧 AB」とか $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ と書いてあるのを見たときに、時と場合によっては「どこなのかわからない」ことがあります。どういうことか説明することにしましょう。

まず、右の図のように、1 つ円があるとします。この円の円周の上には、初めから 2 つの点 A と B が打たれています。そして 2 人の人、P さんと Q さんに「弧 AB のところを太くなぞってください。」と頼んでみました。そうすると、次の図のようになったのです。



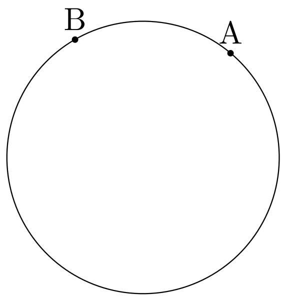


P さんのなぞった「弧 AB」



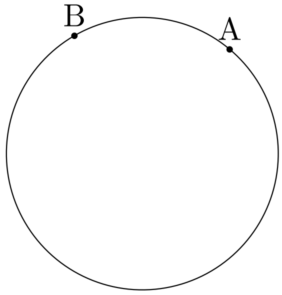
Q さんのなぞった「弧 AB」

P さんはこの図の左のようになぞり、Q さんはこの図の右のようになぞったのです。P さんと Q さんは違うところをなぞっているのです。では、正しくなぞれたのはどちらの人なのでしょうか。弧の名前は、弧の両端の点の名前を使ってつけるのですから、P さんが太くなぞったところの名前は弧 AB ですし、Q さんが太くなぞったところの名前も弧 AB ですね。ですから、どちら人も正しく「弧 AB」のところを太くなぞっているのです。でもこれ、困りますよね。「弧 AB のところを太くなぞって」と頼んだのに、2 人の人は違う所をなぞったのですから、お願いしたことがちゃんと伝わっていないのです。つまり、「弧 AB」というだけでは、いったい「弧 AB」ってどれなのか、ちゃんと伝わっていないのです。というわけで、P さんと Q さんは、自分たちにお願いした人に向かって「ねぇ、あなたの考えていた弧 AB って、どっちのことだったの？」ともう 1 度聞くしかなかったのです。

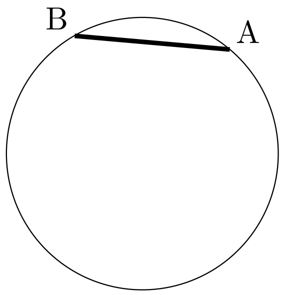


では右の図を見てください。この図では弧 AB ってどっちなんでしょうね。上側なんですかね。それとも下側なんですかね。そんなのどっちなのか決めようがないですよね。ですから、弧の話をするときは、図を描くときに、弧の部分を太く描いてわかるようにしておく癖をつけておくと良いのです。

弦とは



右の図を見てください。まず円があるとします。そしてこれから、この円板の上を歩くことにします。（いいですか、円板の上を歩くのですよ。ですから円の内側を歩いてよいのです。）ただし、スタートの点とゴールの点は円周の上にします。（いいですか、円周の上なのですから、スタートとゴールは、円のふちの上にあるんですよ。）ではスタートとゴールを決めて、円周の上に点を打つことにしましょう。右の図では、スタートの点を A という名前にしてゴールの点を B にしました。

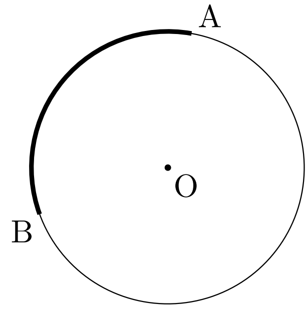


では、円板の上を、スタートの点 A からゴールの点 B へ向けて歩くことにしましょう。右の図を見てください。円板の上にまっすぐな線ができて、太く描かれていますね。これが歩いた跡です。わかりやすいように、円周の上を点 A から点 B へ向けて歩いた跡を太くしておきました。このような部分を、この円の「弦」と呼びます。つまり、円周の上にある 2 つの点をまっすぐ結んでできる線分を**弦**と呼んでいるのです。弦に名前を付けるときは、スタートの点の名前とゴールの点の名前を使ったりします。例えば、右の図の弦は、「弦 AB」と呼ばれたりするわけです。弦の両端の点の名前である A と B を使って、「弦 AB」と呼んだわけです。

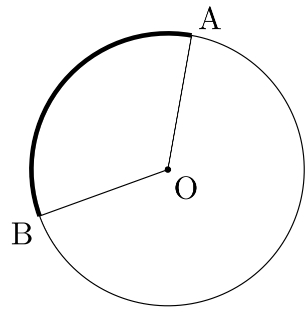
4.3　弧と中心角の間の深い関係

円周の上に弧を 1 つ決めると中心角と呼ばれる角が 1 つできるという話

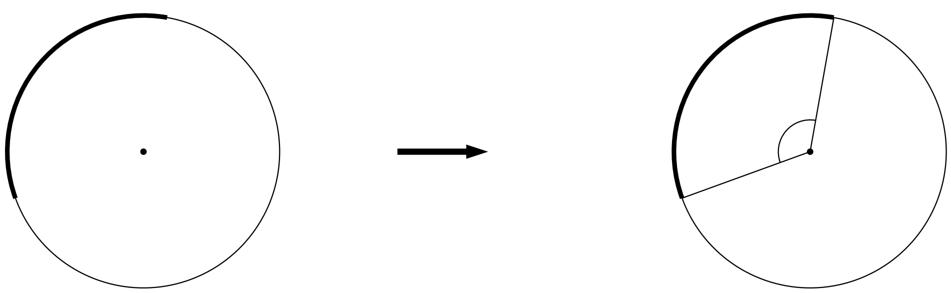
右の図を見てください。ある円があるとします。この円の中心の名前を O とします。この円 O の上には、1 つの「弧」が決められています。太く描いてあるところが「弧」です。この図を見ればわかるように、ここでは、この弧の名前は「弧 AB」にしました。



次は、「弧の両端の点」をそれぞれ、「円の中心」とまっすぐ結んでみましょう。すると右の図のようになります。円の中心のところに角ができているのがわかりますか？図をよく見てくださいね。角の名前は「角 AOB」ですよ。どこなのかわかりましたか？



ここまでのお話、わかってもらえてでしょうか。円の上に 1 つ「弧」を決めると、「弧の両端の点」と「円の中心」をまっすぐ結んで中心のところに角が 1 つできるというお話です。念のため、次の図に話をまとめておきます。



弧を 1 つ決める

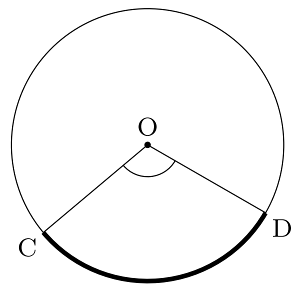
弧の両端と円の中心を
結ぶと中心のところに
角が 1 つできる

もう 1 度言っておきます。円の上に 1 つ弧を決めると、弧の両端の点と円の中心を結

んで、中心のところに角が 1 つできるのです。つまり、「弧」に「角」を対応させることができるのです。中心のところにできた角のことを**中心角**と呼びます。弧を決めると中心角ができるのですから、本当は詳しく、「弧・・に対応する中心角」と言うほうがよいでしょう。

ですから、例えば、右の図では、角 COD は弧 CO に対応する中心角ということです。

もちろん逆に、中心角を 1 つ決めると、弧が 1 つ決まるわけですから、この図では、「弧 CD は中心角 COD に対応する弧」ということもできます。

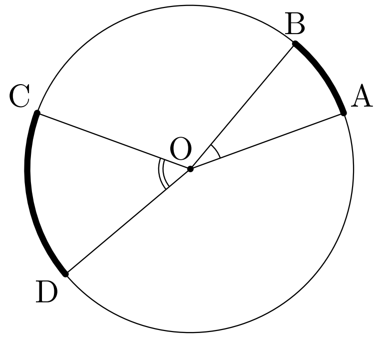


∠COD は $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に
対応する中心角

弧の長さと中心角の大きさには何か関係があるの？

右の図を見てください。円が 1 つ描いてあります。ここではこの円の中心の名前を O としましょう。ですから、この円は円 O と呼ばれることになります。

この円の上には、2 つの弧が描かれています。2 つの弧の名前をそれぞれ「弧 AB」、「弧 CD」にしておきました。また、この図には「弧 AB に対する中心角」と「弧 CD に対する中心角」を作り、マークもつけておきました。では図をもう 1 度よく見てください。ここであなたに質問です。



質問 1　弧 AB の長さと弧 CD の長さはどちらが長いと思いますか。

質問 2　「弧 AB に対する中心角」の大きさと「弧 CD に対する中心角」の大きさはどちらが大きいですか。

質問 3　これまでも学習してきたように、「弧」と「中心角」は対応しているのでしたね。では、弧の長さが長くなると、その弧に対応している中心角の大きさはどうなるのでしょうか。大きくなるのでしょうか、それとも小さくなるのでしょうか。

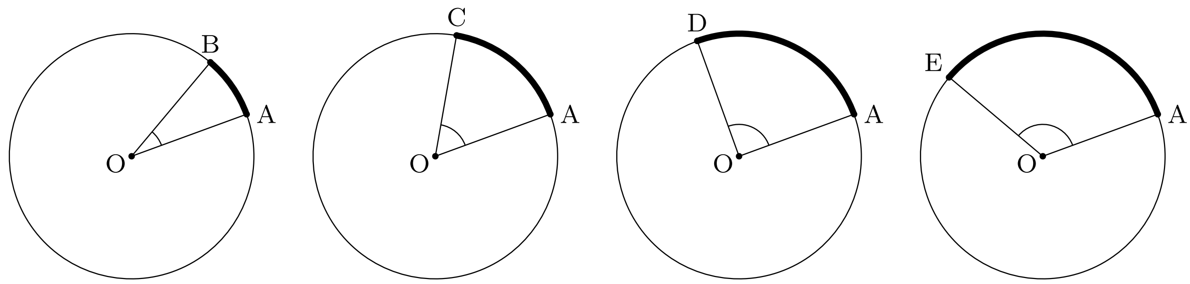
まだ質問したいことはあるのですが、質問を続ける前に、ここまでの質問の答えを言うことにします。

質問 1 の答え　この図をどうみても、弧 CD のほうが弧 AB より長いですよね。

質問 2 の答え　この図をどうみても、弧 CD に対する中心角のほうが弧 AB に対する中心角より大きいですよね。

質問 3 の答え　弧の長さが長くなると、その弧に対応している中心角は大きくなっていきますよね。

では、質問を続けます。次の図を見てください。



この図は、同じ円 O に、4 つの違う弧を描いたものです。太くなっている所が弧です。この図の一番左では、短めの弧 AB を描き、左から 2 番目ではさっきの弧より少し長い弧 AC を描き、左から 3 番目では、さらに長い弧 AD を描き、一番右では、またさらに長い弧 AE を描きました。またどの弧にも、その弧に対応する中心角を描き印を付けておきました。話を進める前に念のため注意しておきますが、4 つの円は全部同じ円ですよ。（大きさが同じ円が 4 つ描いてあると思ってもよいですが。) ではあなたに質問です。

質問 4　もう 1 度図を見てください。一番左の、弧 AB の長さをもとにして考えてみることにします。実はこの図では、弧 AC の長さは弧 AB の長さの 2 倍で、弧 AD の長さは弧 AB の長さの 3 倍で、弧 AE の長さは弧 AB の長さの 4 倍となるように描いてあります。(本当ですよ。この図は小さいので大変かもしれませんが、4 つの弧の長さを測ってみてくださいね。弧の長さを測るにはひもを使うとよいでしょう。）それでは、4 つのそれぞれの弧に対応している 4 つの中心角の大きさにはどんな関係があるのでしょうか。分度器を使って測ってから答えてもいいですよ。

では 5 分待ちます。質問 4 の答え、じっくり考えてくださいね。

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

はい、5 分たちました。考えはまとまりましたか？分度器で測ってみましたか？では答えを教えることにしましょう。

質問 4 の答え　実は、この図では、角 AOC の大きさは角 AOB の 2 倍、角 AOD の大きさは角 AOB の 3 倍、角 AOE の大きさは角 AOB の 4 倍になっているのです。（分度器を使った人、それぞれ何度になってましたか？この答えのとおりになってますよね。）つまり、弧の長さが 2 倍、3 倍、4 倍 ··· となっていくと、弧に対応している中心角の大きさも 2 倍、3 倍、4 倍 ··· となっていくのです。数学っぽくかっこうつけて言うと、「弧の長さと、弧に対応している中心角の大きさは、比例している」のです。

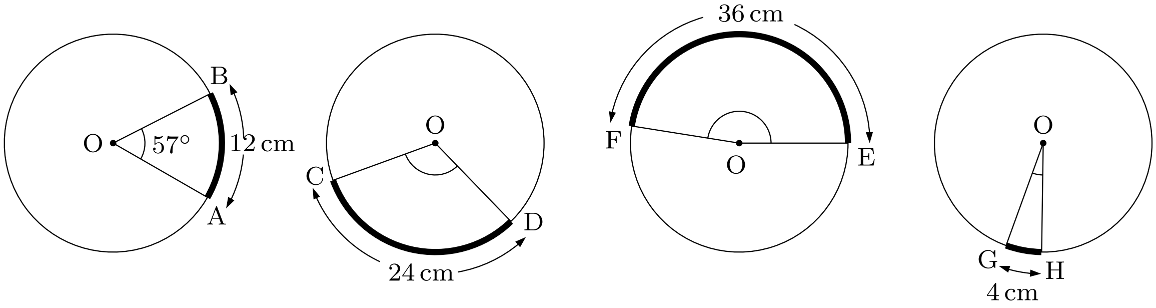
それではここで、質問 1 から質問 4 までを考えてわかったことをまとめておきましょう。

重要な事実：弧の長さと中心角の関係

ある円があるとします。この円の「弧」を 1 つ決めるとその弧に対応する「中心角」が 1 つ決まり、逆に、この円の「中心角」を 1 つ決めるとその中心角に対応する「弧」が 1 つ決まります。このとき、「弧の長さ」と「中心角の大きさ」は比例しています。つまり、「弧の長さ」が 2 倍、3 倍、4 倍 ··· となっていくと、弧に対応している「中心角の大きさ」も 2 倍、3 倍、4 倍 ··· となっていき、逆に、「中心角の大きさ」が 2 倍、3 倍、4 倍 ··· となっていくと、中心角に対応している「弧の長さ」も 2 倍、3 倍、4 倍 ··· となっていくのです。

例題 21　次の図を見てください。この図はある円 O に、長さの違う 4 つの弧と、それぞれの弧に対応する中心角を描いてみたものです。弧の長さはそれぞれ、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ は 12 cm、$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$

は 24 cm、$\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ は 36 cm、$\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ は 19 cm です。また、この図で一番左に出てくる、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさは 57° です。そのほかの弧に対する中心角の大きさはまだわかっていません。



(1) $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に対する中心角の大きさを求めなさい。

(2) $\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ に対する中心角の大きさを求めなさい。

(3) $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ に対する中心角の大きさを求めなさい。

解答

弧の長さと中心角の大きさは比例しているのですよね。だから、弧の長さが 2 倍になれば中心角の大きさも 2 倍になるし、弧の長さが 3 倍になれば中心角の大きさも 3 倍になるし、弧の長さが $\dfrac{1}{3}$ 倍になれば中心角の大きさも $\dfrac{1}{3}$ 倍になるわけですね。

(1) 一番左と比べましょう。

$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さは 24 cm で、これは $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さである 12 cm の 2 倍です。

ということは、

$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に対する中心角の大きさも、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさの 2 倍です。

このように考えると、

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさは 57° ですから、$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に対する中心角の大きさは 114° ですね。

(2) 一番左と比べましょう。

$\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ の長さは 36 cm で、これは $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さである 12 cm の 3 倍です。

ということは、

$\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ に対する中心角の大きさも、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさの 3 倍です。

このように考えると、

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさは $57°$ ですから、$\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ に対する中心角の大きさは $171°$ ですね。

(3) 一番左と比べましょう。

$\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さは 4 cm で、これは $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さである 12 cm の $\dfrac{1}{3}$ 倍です。

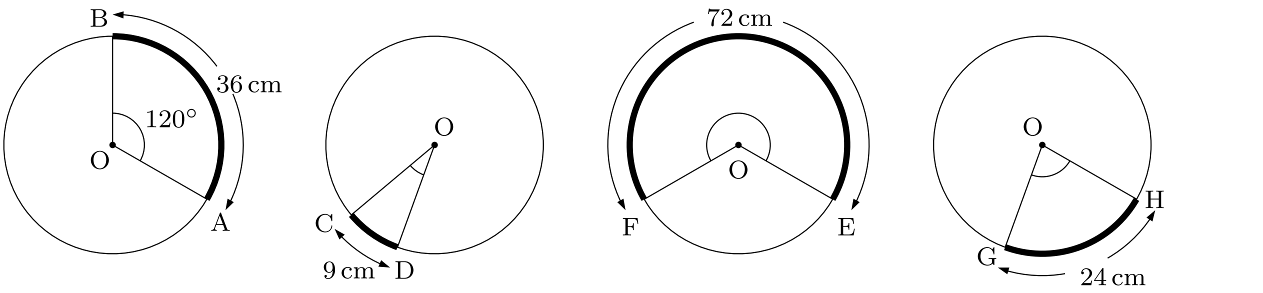
ということは、

$\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ に対する中心角の大きさも、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさの $\dfrac{1}{3}$ 倍です。

このように考えると、

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさは $57°$ ですから、$\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ に対する中心角の大きさは $19°$ ですね。

問 44. 次の図を見てください。この図はある円 O に、長さの違う 4 つの弧と、それぞれの弧に対応する中心角を描いてみたものです。弧の長さはそれぞれ、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ は 36 cm、$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ は 9 cm、$\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ は 72 cm、$\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ は 24 cm です。また、この図で一番左に出てくる、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさは $120°$ です。そのほかの弧に対する中心角の大きさはまだわかっていません。



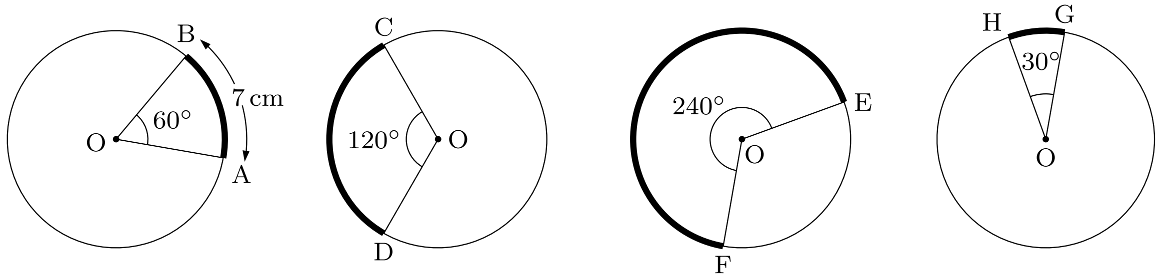
(1) $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に対する中心角の大きさを求めなさい。

(2) $\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ に対する中心角の大きさを求めなさい。

(3) $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ に対する中心角の大きさを求めなさい。

答えを見る

例題 22　次の図を見てください。この図はある円 O に、長さの違う 4 つの弧と、それぞれの弧に対応する中心角を描いてみたものです。中心角の大きさは、ぞれぞれ、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさが 60°、$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に対する中心角の大きさが 120°、$\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ に対する中心角の大きさが 240°、$\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ に対する中心角の大きさが 30° です。また、この図で一番左に出てくる $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さは 7 cm です。ほかの弧の長さはまだわかっていません。



(1)　$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さを求めなさい。　　(2)　$\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ の長さを求めなさい。

(3)　$\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さを求めなさい。

解答

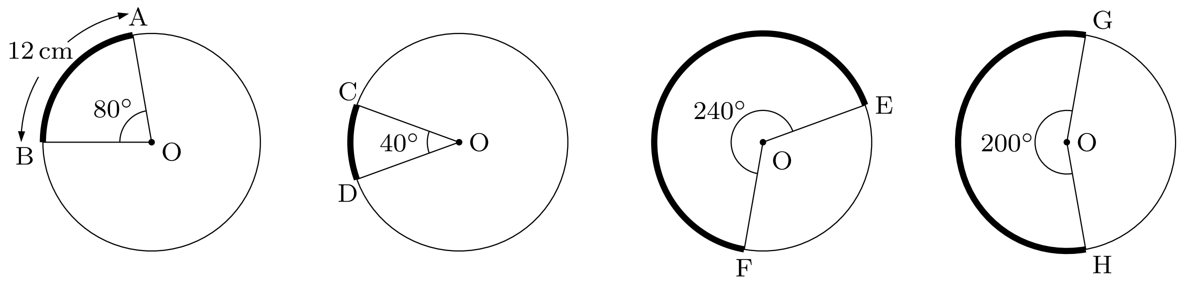
中心角の大きさと弧の長さは比例しているのですよね。だから、中心角の大きさが 2 倍になれば弧の長さも 2 倍になるし、中心角の大きさが 3 倍になれば弧の長さも 3 倍になるし、中心角の大きさが $\frac{1}{2}$ 倍になれば弧の長さも $\frac{1}{2}$ 倍になるわけですね。

(1) 一番左と比べましょう。$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に対する中心角は 120° です。これは、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角である 60° の 2 倍です。ですから弧の長さも 2 倍になるわけです。だから、$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さは　$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の 2 倍の 14 cm ということになりますね。

(2) 一番左と比べましょう。$\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ に対する中心角は 240° です。これは、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角である 60° の 4 倍です。ですから弧の長さも 4 倍になるわけです。だから、$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さは　$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の 4 倍の 28 cm ということになりますね。

(3) 一番左と比べましょう。$\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ に対する中心角は 30° です。これは、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角である 60° の $\frac{1}{2}$ 倍です。ですから弧の長さも $\frac{1}{2}$ 倍になるわけです。だから、$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さは　$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の $\frac{1}{2}$ 倍の 3.5 cm ということになりますね。

問 45. 次の図を見てください。この図はある円 O に、長さの違う 4 つの弧と、それぞれの弧に対応する中心角を描いてみたものです。中心角の大きさは、ぞれぞれ、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさが 80°、$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に対する中心角の大きさが 40°、$\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ に対する中心角の大きさが 240°、$\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ に対する中心角の大きさが 200° です。また、この図で一番左に出てくる $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さは 12 cm です。ほかの弧の長さはまだわかっていません。



(1) $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さを求めなさい。
(2) $\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ の長さを求めなさい。
(3) $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さを求めなさい。

答えを見る

4.4　円と直線があると何が起こる？

ここでは、2 つのものの「位置関係」について考えることにします。「位置関係を考える」というのはどういうことかというと、自分から見ると相手はどっちにいるとか、相手からみると自分はどっちにいるのか考えるということです。例えば、自分からみると相手は「東のほうへ 3 m 離れた所にいる」とか、相手から見る自分は「相手の右のほうに 6 m 離れた所にいる」といったことを考えたりするのです。場合によっては、もっと単純に考えることもあります。例えば、自分と相手は「同じ所にいる」とか「離れた所にいる」ということを気にするのです。ただ、大きさや広がりのあるものについての位置関係を考える場合、「同じ所にいる」とか「離れた所にいる」といっているだけではすまないことがあります。どういうことかというと、「一部分重なっている」とか「接触している」とか「離れている」ということが起こるのです。では、これから、「円」と「直線」があるとき、

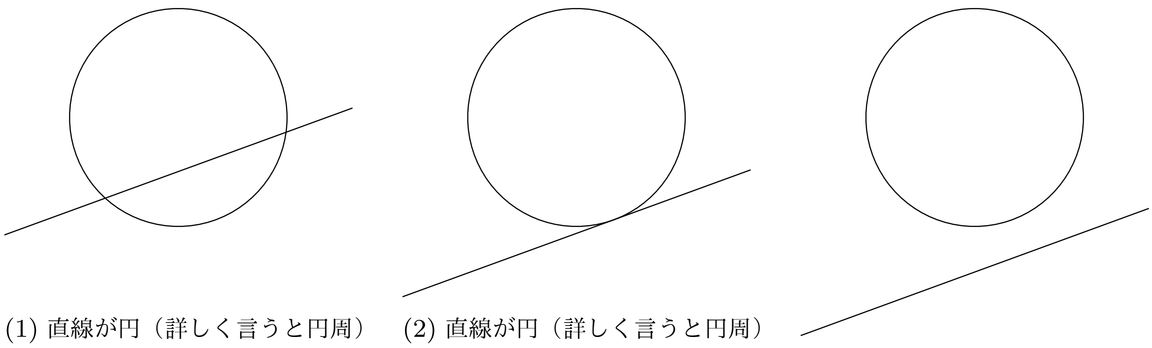
この 2 つのものの位置関係について考えることにしましょう。「円」と「直線」があると、2 つのものの位置関係は次の 3 通りに分類して考えることができます。

(1) 直線が円（詳しく言うと円周）を 2 ヶ所つらぬいている場合

(2) 直線が円（詳しく言うと円周) と 1 ヶ所で接触している場合

(3) 直線が円から離れている場合

どういうことか説明しましょう。次の図を見てください。



(1) 直線が円（詳しく言うと円周）を 2 ヶ所つらぬいている　(2) 直線が円（詳しく言うと円周）と 1 ヶ所で接触している　(3) 直線が円から離れている

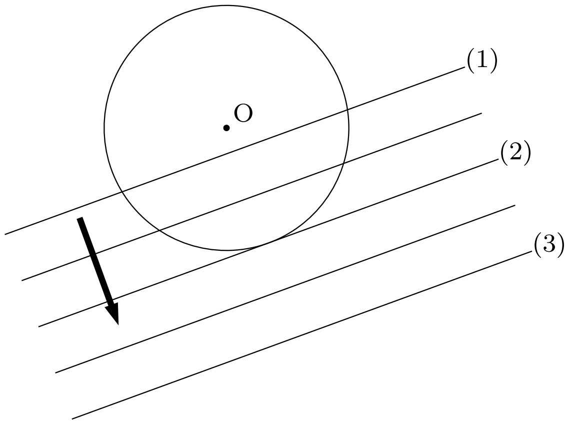
この図で一番左、つまり (1) は「円」と「直線」の 1 部が重なっている場合で、「円」と「直線」は 2 つの点で交わっています。「交わる」というのは「片方のものが、もう片方のものをつらぬいている」という意味です。交わる点を**交点**と呼びます。

この図の真ん中、つまり (2) は、「円」と「直線」が接触している場合です。「接触している」というのは、「片方のものが、もう片方のものに、かすっている」という意味です。数学では、「接触している」という代わりに**接する**ということがあります。また、接触している点のことを**接点**と呼びます。この場合、「円」から見ると、「直線」は「円に接している」ので、「この直線はこの円の**接線**になっている」ということがあります。つまり、「円の接線」とは、その円に接している直線のことです。

この図で一番右、つまり (3) は「円」と「直線」が離れている場合です。

ここまで見てきたことをもう少し詳しく考えて見ることにます。

右の図を見てください。この図は、直線が向きを変えずに矢印のほうへだんだん進んで動いていく所を表しています。初め、直線は (1) の位置にあります。このとき、直線は円と 2 ヶ所で交わっています。では矢印の方向へ直線が少しずつ動いていくのを想像してみることにしましょう。当分の間は、直線は円と 2 ヵ所で交わったままです。しかしそのうち、直線は (2) の位置にきて、直線は円と 1 ヶ所で接しているだけになります。これが、円と直線が接している状態です。直線がここからちょっとでも矢印の方向へ動くと、もう直線は円と全く接触しなくなります。つまり、直線は円と離れてしまうのです。このように考えれば、円と直線の位置関係は「2 点で交わっている」、「1 点で接している」、「離れている」の 3 通り以外には無いということがはっきりするでしょう。

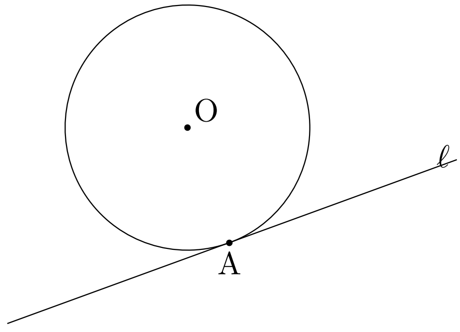


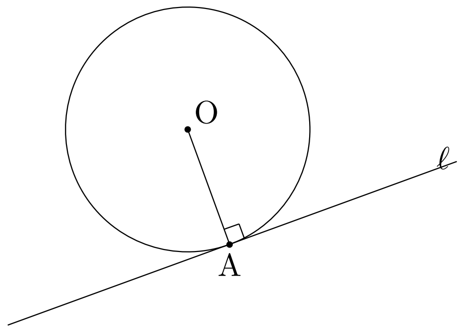
直線が矢印のほうへだんだん進むと・・・

4.5　円の接線の持っている重要な性質

ここでは円と直線が接している場合のことを考えることにします。

では右の図を見てください。これは円と直線が接している図です。ここでは、円の名前は円 O とし、接線の名前は ℓ にしました。また、接点の名前を A としました。さて、円の接線には、何か面白い性質はあるでしょうか。実は、ある、大切な所に 90° が隠れているのです。このことを考えるために、円の中心と接点を結んで見ることにしましょう。





そうすると右の図のようになりますね。どこに 90° が隠れていたかわかりましたか？もうおわかりだと思いますが、念のため直角マークをつけておきました。「円の中心 O と接点 A を結んでできた線」は、「この円の半径を表す線」の 1 つですが、この図を見ればわかるように、「円の中心と接点を結んでできる円の半径」は、接線と垂直になっているのです。

重要な事実：円の接線の性質

円と、その円の接線があるとします。この円の中心と、接線を結んで、この円の半径を表す線分を作ります。そうすると、「円の中心と接点を結んでできる、この円の半径を表す線分」と、「円の接線」は必ず垂直になっているのです。

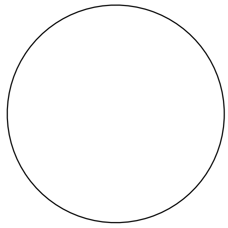
4.6　円は思いっきり対称な図形である

さて、ここで「線対称」という言葉と「点対称」という言葉を思い出してください。たしか、「ある線を折り目にして折ると、ぴったり重なる図形」を「線対称な図形」というのでしたね。また、「ある点を中心にして 180° 回転しても、もととぴったり重なる図形」のことを「点対称な図形」というのでしたね。（大丈夫ですよね。前に詳しく学習しましたよね。忘れてしまった人は、このテキストで「対称な図形」の所を探して、しっかり復習してください。良くわからないまま先に進むとすごく大変ですよ。）では、円のことを考えることにしましょう。

円はどこから見ても、かなりバランスがとれた形をしているように見えます。ですからきっと、円は「ナントカ対称な図形」の仲間なのでしょう。

ではまず、円はどこかを折り目にして折ってみると、ぴったり重なるのかどうか考えてみましょう。

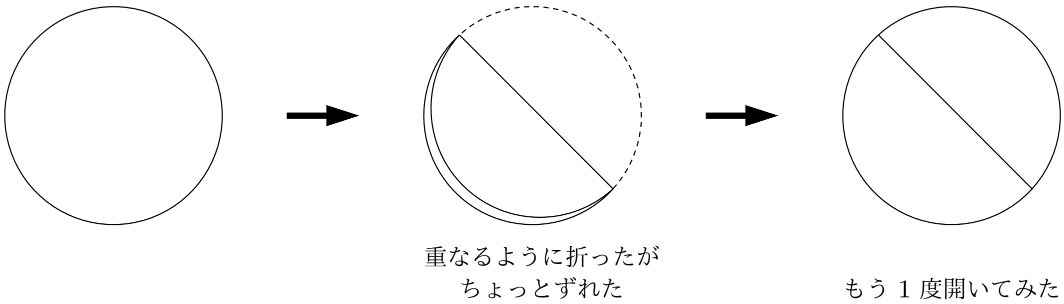
右の図を見てください。円が 1 つ描かれています。まぁ、どう見ても、うまく、ちゃんと折れば、ぴったり重なりそうですよね。でもいい加減に折ると、ぴったり重ならないんですよ。



次の図を見てください。2 人の人、A さんと B さんに、さっきの円を折ってもらい、さらにもう 1 度開いてもらいました。

まず A さんです。

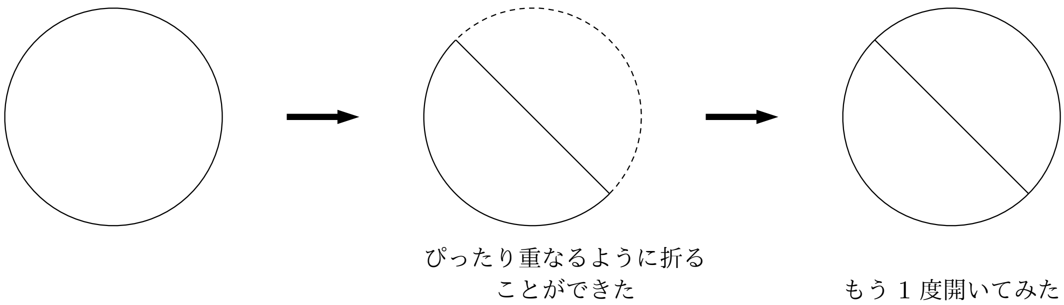
A さんがさっきの円を折ってみた



A さんは少し不器用なようです。それともいい加減なのでしょうか。ぴったり重なるように折ったつもりなのですが、少しずれてしまいました。その時、だれかが、「A さんって、折るのへただよね。」といいました。それを聞いた A さん、「そんなことないよ、ちゃんと折ったけどぴったり重ならないんだよ。つまり円は、だれがどんなにがんばっても、ぴったり重なるように折ることはできないのさ。」と反論しました。もしかすると、A さんの言うとおりなのでしょうか。あなた、どう思いますか？

次は B さんです。

B さんがさっきの円を折ってみた



おー、ちゃんとぴったり重なっているではありませんか。やっぱり、A さんの折り方が下手だったんですね。

このテキストを読んでいるあなた、あなたも円を用意して、本当にぴったり重なるように折ることができるのかやってみてください。数学を身につけるためには、他の人の話を聞いているだけではダメですよ。自分の手を使って、本当にやってみることもとても大切なのです。まぁ、でも、B さんのおかげで、「円はうまい所を折り目にして折ると、ぴったり重なる」ということが確かめられました。でも A さんの折り目と B さんの折り目は何が違うのでしょう。もう 1 度さっきの 2 人の図を見てください。どちらの図にも、一番右に、「もう 1 度開いてみた」図がありますね。そして、折り目の線も描いてあります。ぱっと見る限り、A さんのつけた折り目と B さんのつけた折り目は同じように見えます。しかし、A さんは失敗し、B さんは成功しました。だから 2 人のつけた折り目の線には何か違いがあるはずです。さて、いったい何が違うのでしょう。では 5 分待ちます。じっくり考えてください。「ここが決定的に違ってているんだ！」という答え、待ってます。

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

はい、5 分たちました。「決定的な違い、見つかりましたか？では、決定的な違いをあなたに教えることにしましょう。実は・・・、えーと、念のため聞いておきますが、あなた、ちゃんと自分で考えてありますよね。自分でもちゃんと考えた人にだけに答えを教えます。ちゃんと考えなかった人は、この先を読んではいけません。実は 、A さんの折り目の線は円の中心を通っていませんが、B さんの折り目の線は円の中心を通っているのです。円の中心を通っているかいないかが決定的な違いなのです。円の中心を通るような折り目の線で円を折ると、ぴったり重なるのです。どうですか？あなたの考えと同じでしたか。

ところで、「うまい所に折り目の線をつけて折ってみると、ぴったり重なる図形」のことを「線対称な図形」というのでしたね。ですから、「円は線対称な図形の仲間」なので

す。また、「ぴったり重なるように折るときの折り目の線」のことを「対称軸」というのでしたね。ですから、「円の対称軸はその円の中心を通る線」ということになります。念のため、次にまとめておきましょう。

重要な事実：円は線対称な図形の仲間である

> 円は、中心を通るような線を折り目にして折ると、ぴったり重なります。ですから、円は線対称な図形の仲間です。ぴったり重なるように折ったときの折り目の線は、必ず中心を通っています。中心を通るような線はどれも対称軸になっています。

今言ったように、「円をぴったり重なるように折るときの折り目の線は必ず円の中心を通る」ということは、しっかり覚えておくべき重要な事実です。このことを利用すると、中心の場所がわかっていない円でも、中心の場所を発見することができるのです。もう、どうすればよいか、想像つきましたか？ぴったり重なるように、2 回折ってみればいいんですよ。もちろん、1 回目と 2 回目は違う向きに折るんですよ。そうすると、2 本折り目の線がつきますよね。2 本とも、中心を通っているはずなんですよね。だとしたら、この 2 本の折り目の線が交わった所が円の中心ですね。

　では、話を進めることにしましょう。さっき、「円は線対称な図形の仲間である」ということを発見しました。ところで「対称」といっても、他の種類の「対称」がありましたね。そうです、中学校では「線対称」のほかに「点対称」というのも学ぶのですよね。ですから、今度は、「円は点対称な図形の仲間なのか違うのか」ということを考えることにしましょう。ところで、そもそも「点対称ってなんでしたっけ。まさか、「忘れた」なんていいませんよね。そういう人はこの先を読んではいけません。すぐに復習してください。ちゃんと知っている人だけ、先に進むことにしましょう。たしか、「うまい所に画びょうをさして、くるっと 180° 回転しても、もととぴったり重なる図形」のことを「点対称な図形」というのでしたね。では、円はどうなのでしょう。どこか、うまい所に画びょうをさして、くるっと 180° 回転させると、もととぴったり重なるのでしょうか。もう、くどい説明はやめておきましょう。重なりますよね。では、念のため、あなたに質問です。

質問　円は、ある場所に画びょうをさして、くるっと 180° 回転させると、もととぴったり重なるのですが、どこに画びょうを差せばよいのでしょうか。はっきり場所を言ってください。

質問の答え　答えはもちろん、「円の中心」ですね。つまり、円の「対称の中心」は「円の中心」なのです。「対称の中心」なんて言葉が出てきましたが、覚えていますよね。「画びょうをさす、うまい所」のことですよ。

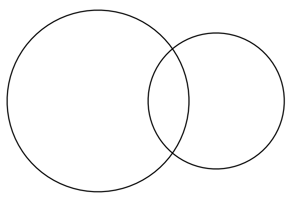
では、ここまで考えたことをまとめておきましょう。

重要な事実：円は点対称な図形の仲間である

円は、その円の中心に画びょうをさして、くるっと 180° 回転させると、もととぴったり重なります。ですから、円は点対称な図形の仲間です。対称の中心はもちろん、その円の中心です。

これまで見てきたように、円は線対称な図形の仲間ですし、また、点対称な図形の仲間でもあるのです。

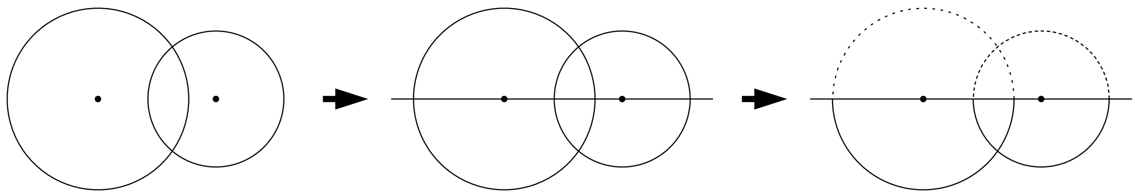
4.7　交わっている 2 つの円があってもまだまだ線対称



右の図を見てください。これは 2 つの円が交わっている所を描いた図です。前に、「円は線対称な図形の仲間である」ということを学びました。では、右の図のような 2 つの円が合わさってできる図形はどうでしょう。これも線対称になっているでしょうか。つまり、どこかを折り目にして折ると、ぴったり重なるのでしょうか？

たしか、1 つの円だったら、円の中心を通る線で折ればぴったり重なるのでしたね。しかし今は 2 つの円があるわけです。もしこの、「2 つの円を合体させた図形」が線対称だとすれば、もしかすると、うまい線を折り目にして折ったとき、大きい円は大きい円でぴったり重なり、小さい円も小さい円でぴったり重なるのかもしれません。だとしたら「うまい線」は、大きい円と小さい円の中心を通っていなくてはいけませんね。次の図を見てく

ださい。

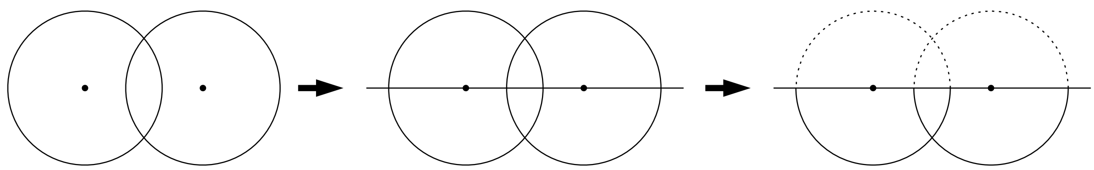


2 つの円の中心を通る直線を
折り目にして折る。

大きい円は大きい円で、小さい
円は小さい円でぴったり重なった。

この図は、2 つの円の中心を両方とも通る直線を折り目にして折ると、円は 2 つともぴったり重なってしまうことを表した図です。このように、うまい線を折り目にして折ると、「2 つ円が合体した図形」はぴったりと重なるのです、ですから、「2 つ円が合体した図形」は線対称な図形の仲間なのです。対称の軸は「2 つの円の中心を両方とも通る直線」ですね。

では、もう 1 度さっきの、2 つの円が交わっている図を見てください。さっきの図では、2 つの円の大きさは違っていました。では、もし、2 つの円の大きさが同じだったらどうなのでしょう。次の図を見てください。

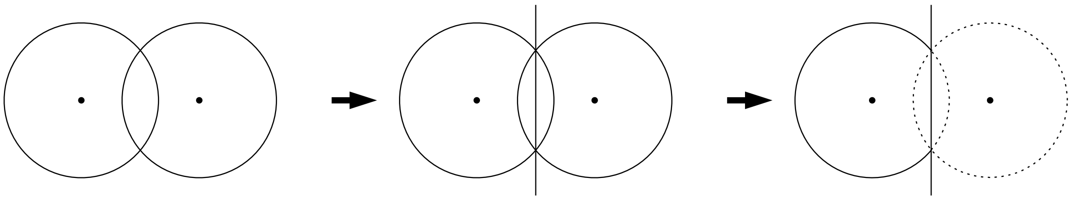


2 つの円の中心を通る直線を
折り目にして折る

どちらの円もぴったり重なった

やはり、2 つの円の中心を両方とも通る直線を折り目にして折ると、ぴったり重なります。ですから、「大きさの同じ 2 つの円を合体させた図形」は、もちろん線対称な図形の仲間です。そして、この図では、対称の軸はもちろん「2 つの円の中心を通る直線」です。

ところで、2 つの円の大きさが同じなら、これとは違う折り方をしても、ぴったり重なるような気がしませんか？ 2 つの円は、何も自分自身と重ならなくてもよいですよね。相手の円と重なるように折ってもよいわけです。どういうことかわかりましたか？次の図を見てください。

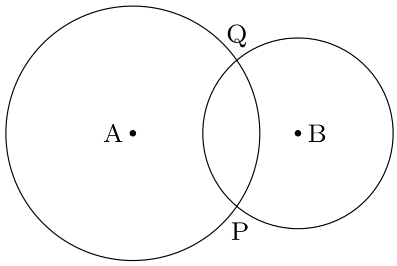


2 つの円の交点を通る直線を折り目にして折る。

右の円は左の円にぴったり重なった。

この図でわかるように、2 つの円の交点を通る直線で折っても、ぴったり重なるのです。これは、2 つの円の大きさが同じだからです。2 つの円の大きさが違っているときは、2 つの円の交点を通る直線で折ってもぴったり重なることはありません。

例題 23　右の図は、2 つの大きさの違う円が交わっている所を描いたものです。大きい円の中心の名前を A、小さい円の中心の名前を B としました。また、2 つの円の交点の名前を P、Q としました。



(1)　この図形はある直線を折り目として折るとぴったり重なります。どんな直線で折れば良いですか。

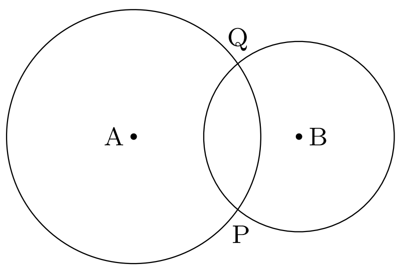
(2)　(1) で見つけた直線で折ったとき、線分 AQ と重なる線分はどれですか。

解答

(1) この例題の前までしっかり読んだ人はもうおわかりですね。A と B を通る直線で折ればぴったり重なりますね。

(2) 線分 AQ と重なるのは、もちろん線分 AP ですね。

問 46.　右の図は、2 つの大きさの違う円が交わっている所を描いたものです。大きい円の中心の名前を A、小さい円の中心の名前を B としました。また、2 つの円の交点の名前を P、Q としました。この図形は、A と B を通る直線で折るとぴったり重なることは、もうおわかり



だと思います。では、以下の問に答えてください。

(1) A と B を通る直線で折ったとき、線分 BQ と重なる線分はどれですか。

(2) まず、A と B を結び、線分 AB を作ってください。次に、P と Q を結び、線分 PQ を作ってください。そして、線分 AB と線分 PQ の交点の名前を R にしてください。では問題です。A と B を通る直線で折ったとき、線分 PR と重なる線分はどれですか。

(3) A と B を通る直線で折ったとき、∠PAR と重なる角はどれですか。

(4) A と B を通る直線で折ったとき、∠PRA と重なる角はどれですか。

(5) 今の所、∠PRA の大きさや、∠QRA の大きさがが何度なのかわかっていませんよね。ところであなたが (1) から (4) を解いていくうちに描きたした図を見ると、P、R、Q はまっすぐ並んでいるはずです。ということは、∠PRA の大きさと ∠QRA の大きさをたすと何度になるはずですか。

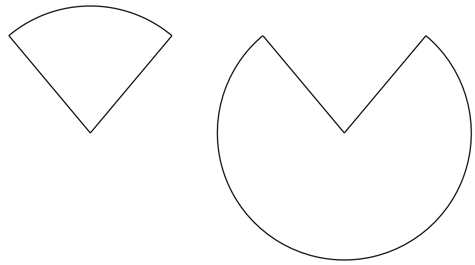
(6) (4) の答えがわかった人は、∠PRA と ∠QRA の大きさは同じであることがわかったと思います。また (5) の答えがわかった人は、∠PRA の大きさと ∠QRA の大きさをたすと 180° になることがわかったと思います。だとしたら、∠PRA と ∠QRA の大きさはそれぞれ何度のはずですか。

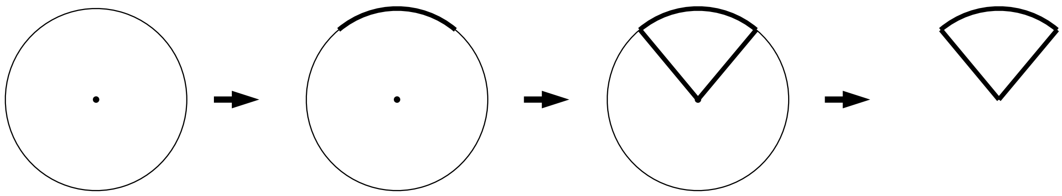
答えを見る

4.8　そもそもおうぎ型ってなに？ちゃんと知ってるかな？

「おうぎ型」って知ってますよね。でも、そもそもどういう図形を「おうぎ型」って呼んでいるのか、ちゃんと知ってますか。前から言っていますが、数学では「言葉の意味」を正確に理解しておくことがとても大切です。そこでこれから、「そもそもおうぎ型とは何なのか」ということを説明していくことにします。

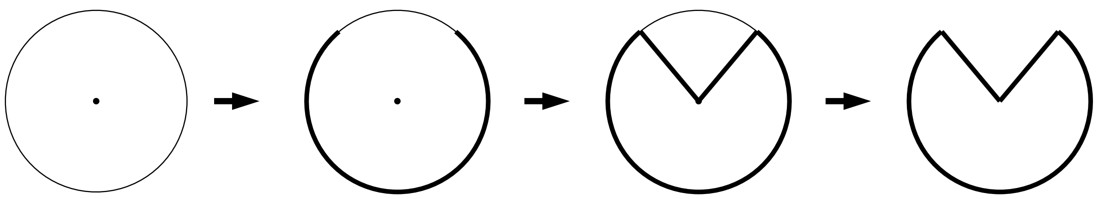
では、右の図を見てください。ここには 2 つの図形が描かれています。この 2 つの図形は円の 1 部を切り取ってできた図形です。どのようにして切り取ったのかきちんと説明することしましょう。次の図を見てください。





円を用意する　　弧を 1 つ決める　　弧の両端と円の中心を結ぶ　　「弧」と「半径を表す 2 本の線」で囲まれた部分を切り取る

この図のように、まず円を用意します。次に円周の上に 1 つ弧を決めます。そして、弧の両端の 2 つの点をそれぞれ円の中心と結びます。そうすると、「弧と半径を表す 2 本の線で囲まれている図形」ができます。最後に、「弧と半径を表す 2 本の線で囲まれている図形」を切り取ります。このようにしてできる図形を「おうぎ型」といいます。念のため、次の図も見てください。今と同じようにして「おうぎ型」の作り方を説明した図です。今度は、弧をかなり長くして「おうぎ型」を作っています。



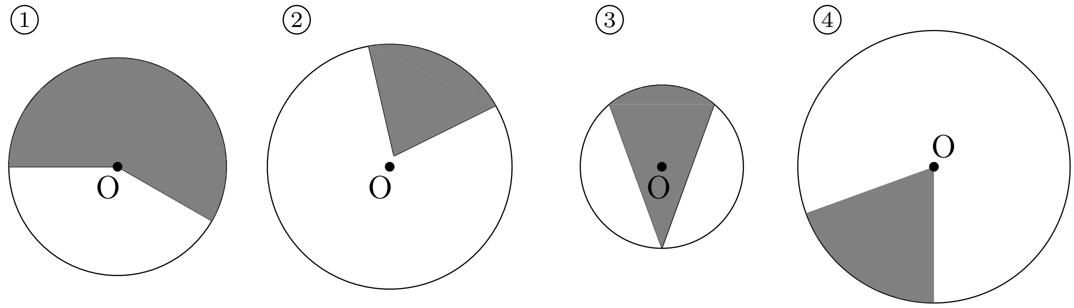
円を用意する　　弧を 1 つ決める　　弧の両端と円の中心を結ぶ　　「弧」と「半径を表す 2 本の線」で囲まれた部分を切り取る

前より弧の長さを長くしましたが、作り方は一緒です。まず円を用意し、次に円周の上に 1 つ弧を決め、そして、弧の両端の 2 つの点をそれぞれ円の中心と結んだのです。ですから、この図形も「おうぎ型」なのです。

ここまでの話、わかってもらえてでしょうか。もう 1 度言うと、円周の上に弧を 1 つ決め、弧の両端の 2 つの点と中心を結ぶと、『「弧」と「半径を表す 2 本の線」で囲まれた図

形』ができるわけですが、この図形のことを**おうぎ型**と呼んでいるのです。

問 47. 以下の図の丸い図形は円です。また点 O は円の中心です。灰色に塗られている部分についての質問です。おうぎ型と呼んでも良いのはどれですか。番号で答えなさい。

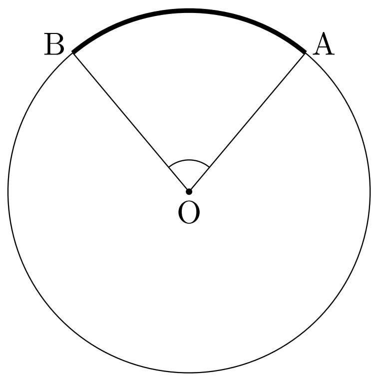


答えを見る

では話を進めます。前に、「弧と中心角は対応している」という話をしました。覚えていますか？忘れてしまった人はすぐに、このテキストで復習してください。ちゃんと覚えている人だけ、先に進むことにしましょう。

おうぎ型の中心角ってどこのこと？

さっき学んだ「おうぎ型」の作り方を思い出してみると、おうぎ型を作るためには、まず「弧」を 1 つ決める必要がありましたね。ところで、「弧」には「その弧に対応する中心角」というものがあるのでしたね。



右の図を見てください。太く描かれているところが「弧」ですね。この図では弧の両端の点を円の中心を結んであります。そうすると、中心のところに「角」ができるわけです。わかりやすくするため、この図では、角ができたところにマークをつけておきました。前に学んだことを思い出すと、マークを付けた角が、この弧に対する中心角なのでしたね。覚えていますか？ところで、この図を見ると、「おうぎ型」ができていますね。太く書かれている「弧」と「弧の両端の点を中心と結んでできた 2 本の線」で囲ま

れた部分のことですよ。この「おうぎ型」のとがった所にできている「角」は 「初めに決めた弧に対する中心角」なのですが、言葉を流用して、「このおうぎ型の中心角」といってしまうことがあります。つまり、今見てもらっている図では、「$\angle$AOB は $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角」なのですが、言葉を流用して、「$\angle$AOB はおうぎ型 AOB の中心角」ということもあるのです。

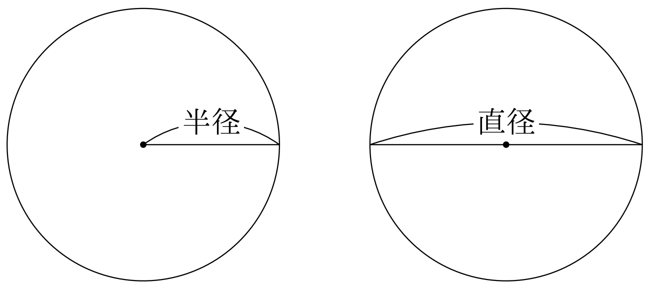
4.9　円周率ってそもそも何？

あなたは「円周率」という言葉を聞いたことがありますよね。でも「円周率」って何なのかちゃんと知ってますか？もし、「円周率」という言葉を知らない小さい子が、あなたに「ねぇ、円周率って何なの？」と聞いてきたら何て教えてあげますか？まさか、「円周率ってね、3.14 のことだよ」なんて教えたりしないですよね。もしかしてあなた、「えー3.14 のことじゃぁなっかたの？」なんて言ってませんよね。

こんなことを言われると、今度は、「あー、そうだ、円周率って、3.1415$\cdots$ って、ずうっと続くんだ。だから、3.14 ぐらいの数だよって教えればいいんだ」なぁんて思ったりしましたか？それもダメです。これでは、「円周率」という言葉の意味を全然教えていないのです。大体、どうして「円周率」っていう名前がついているのでしょう。そこの所、ちゃんと悩んでくださいね。

本当は、小学校の授業できちんと習っているはずです。しかし、忘れている人がとても多いようです。ですからここでもう 1 度、「円周率」という言葉の意味をおさらいします。

「円」といっても色々な大きさのものがありますね。そして、円の大きさは、半径とか直径で表すことができます。



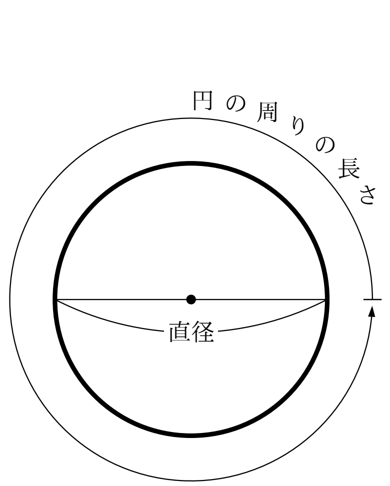
右の図を見てください。中心から円周の上にある点までの距離を半径というのでしたね。また円の幅を直径というのでした。直径を表す線分は、中心を通るまっぐな線で円周の上にある 2 つの点を結ぶとできます。ですから、直径は半径の 2 倍

になっています。半径が大きくなれば円は大きくなります。また、もちろん、直径が大きくなれば、円も大きくなります。ですから、半径や直径は円の大きさの目安になるというわけです。

ここで気にしたいのは、円の周りの長さです。昔から、円の形をしているもの、例えば円形の柱などは建物を作るときによく使われてきました。また、建物自体が円形ということもあります。建物のように大きなものでなくても、身の回りには円の形をしたものがたくさんあります。たとえば、今では自動車や自転車のタイヤなどがありますね。こういうものを作ったり使ったりするとき、周りの長さがどれだけなのかを知るのは大切なことなのです。なぜなら、例えば自動車や自転車を作る人は、タイヤが 1 回転したらどれだけ車や自転車が前に進むことができるのか知っておく必要があるからです。

半径や直径を測るのは割と簡単です。半径や直径はまっすぐな線だからです。しかし、曲がったものの長さを測るのは結構難しいのです。そこで昔の人は、円の半径や直径と、円の周りの長さには何か関係があるのか調べました。そうすると驚くことがわかりました。円には色々な大きさのものがあるわけですが、どの円でも「円の周りの長さ」は「円の直径」の大体 3 倍だったのです。そしてさらに詳しく調べてみたところ、**どんな円でも「円の周りの長さ」と「円の直径」はきっちり正確に同じ倍率になっている**ことがわかったのです。つまり「円周の長さ」が「円の直径」の何倍なのかという倍率は、どの円でも同じだったのです。この倍率のことを**円周率**と呼んでいます。つまり、円周率とは「円周の長さ」の「円の直径」に対する倍率のことなのです。

ここまで学んだように、どんな円でも「円周の長さ」と「円の直径」の倍率は全く同じになっているわけですが、「はっきりいって、正確には何倍なの？」ということは簡単にはわかりませんでした。さっきも言ったように、かなり昔から「大体 3 倍」と言うことはわかっていました。しかし、その後、様々な人が正確な倍率を知ろうと努力を重ねました。そして、円周率は 3.141592 $\cdots$ と永遠に続いている数であることがわかりました。「色々な図形



どんな円でも、「円の周りの長さ」の
「円の直径」に対する倍率は同じ

に関する知識」をうまく使うこと、「巧妙な計算法」が発明されたこと、さらには「コンピュータの登場」によって、今では円周率は小数点以下 10 兆けたまで調べられているといわれています。

いま言ったったように、円周率の値は $3.141592\cdots$ というように、小数点以下永遠に続いています。ですから、「円周率の値はいくつなの？」と聞かれたとき、答えを言う人は、「円周率の値は、$3.141592653589793238462643383279\cdots$」と永遠に答えを言い続けることになります。これでは大変なので、昔の人が、円周率を π という文字で表すことに決めました。（前に、数学では数の代わりに文字を使うということを学びましたね。数学で使う文字は、値が変化する数を表していることもありますが、π という文字は $3.141592\cdots$ という決まった数を表しています。）

4.10　円の周りの長さを計算するには

「円周率」という言葉の意味がちゃんとわかっている人にとっては、「円の直径」に「円周率」をかければ、「円の周りの長さ」を求めることができるということは、当たり前ですよね。

問 48. 以下の文の空欄に正しい言葉を記入しなさい。

どんな円でも、「円の周りの長さ」が「円の直径」の何倍になっているのか調べると、同じ倍率になっていることがわかります。この倍率のことを $\boxed{\qquad}$ といいます。

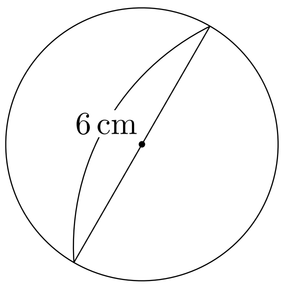
円の周りの長さは、どんな円でも、円の直径の $\boxed{\qquad}$ 倍なのですから、円の直径に $\boxed{\qquad}$ をかければ、円の周りの長さを求めることができます。

答えを見る

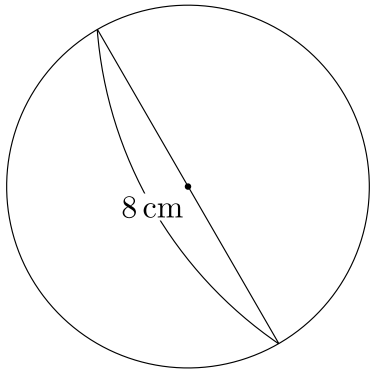
問 49. 次の円の周りの長さを計算しなさい。

ただし、円周率の値は、本当は 3.14159265358979323846264338327950288... と永遠に続くのですが、この問題では円周率の値は、3.14 を使ってください。

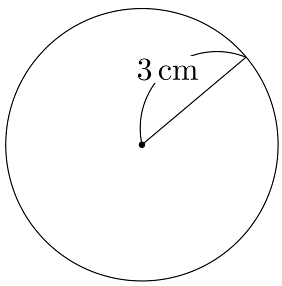
(1) 直径が 6 cm の円



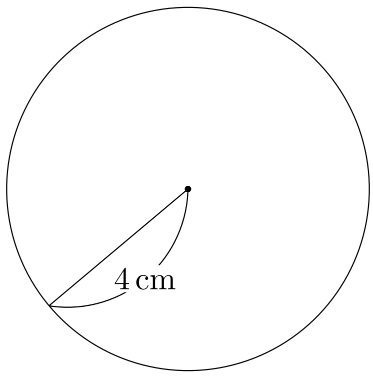
(2) 直径が 8 cm の円



(3) 半径が 3 cm の円



(4) 半径が 4 cm の円



答えを見る

問 50. 次の円の周りの長さを計算しなさい。

ただし、円周率の値は、本当は 3.14159265358979323846264338327950288... と永遠に続くのですが、この問題では円周率の値は、3.14 を使ってください。

(1) 直径が 10 cm の円　　(2) 直径が 2 cm の円

(3) 半径が 8 cm の円　　(4) 半径が 10 cm の円

答えを見る

問 51. 次の円の周りの長さを計算しなさい。

ただし、円周率の値は、本当は 3.14159265358979323846264338327 9⋯ と永遠に続くのですが、この問題では円周率は π を使ってください。

(1) 直径が 5 cm の円　　(2) 直径が 7 cm の円

(3) 半径が 6 cm の円　　(4) 半径が 11 cm の円

答えを見る

問 52. 半径が r の円があるとします。

(1) この円の直径を求めなさい。

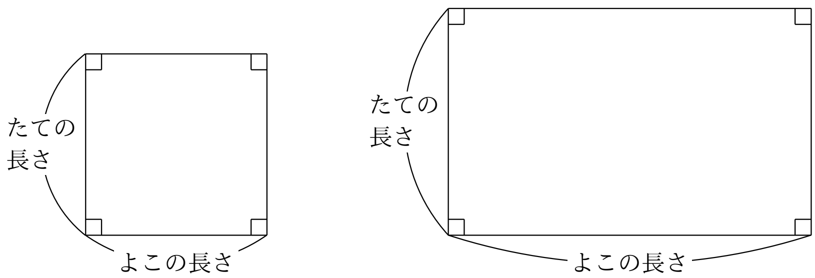
(2) たしか、円の周りの長さは、直径に円周率をかければ求められるのでしたね。それでは、この円の周りの長さを求めてください。ただし、円周率は π を使いなさい。

答えを見る

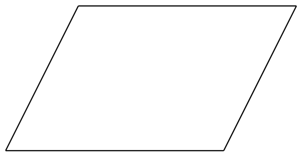
4.11　円の面積を計算するには

まっすぐな線で囲まれている図形の面積は、割と簡単に求めることができます。しかし、曲がった線で囲まれている図形の面積を求めることは難しいのです。

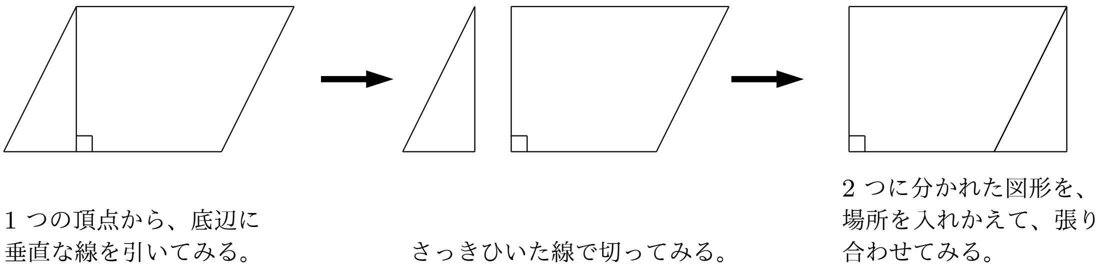
次の図を見てください。



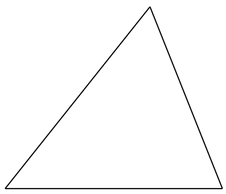
この図の左にあるのは「正方形」で、右にあるのは「長方形」です。どちらも、「たての長さ × よこの長さ」を計算すれば、面積を求めることができるのでしたね。



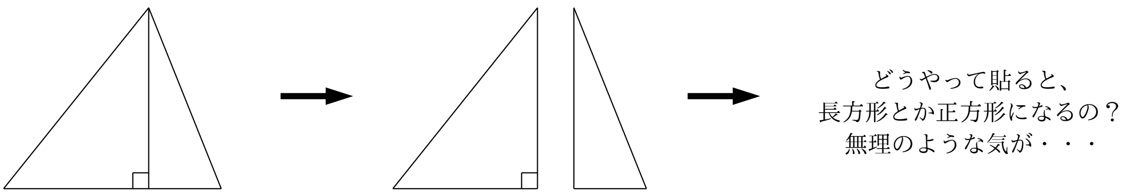
では、右の図を見てください。これは、「平行四辺形」です。まっすぐな線で囲まれている図形ですが、「正方形」や「長方形」とは違い、「平行四辺形」の面積は「たての長さ × よこの長さ」のように計算することはできません。しかし、次の図を見てください。



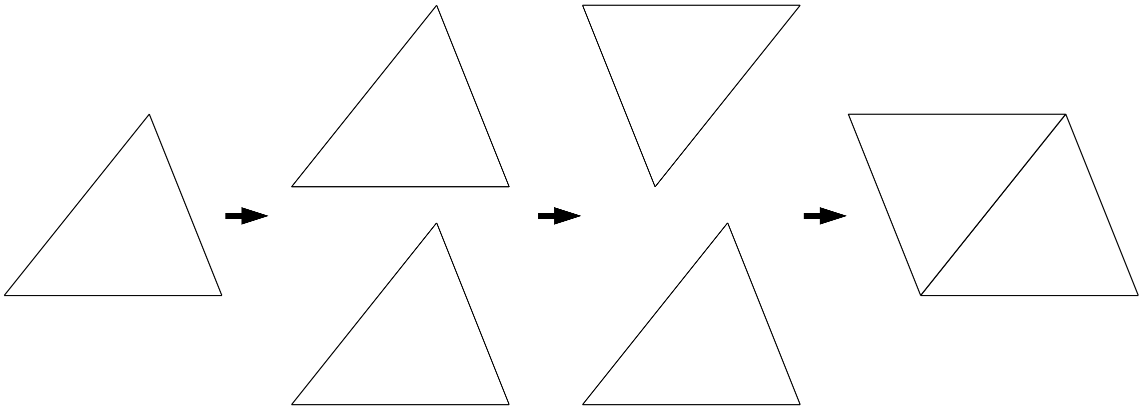
どうですか？この図のようにして、平行四辺形を切ったり貼ったりすると、最後には長方形になってしまいました。しかも、面積はもちろん全く変わっていません。ですから、最後にできた長方形の面積を求めればよいのです。



では、右の図を見てください。今度は三角形について考えてみましょう。三角形も、うまく切ったり貼ったりすれば、最後には「正方形」や「長方形」になるのでしょうか。実はそんなにうまくは行きません。次の図を見てください。



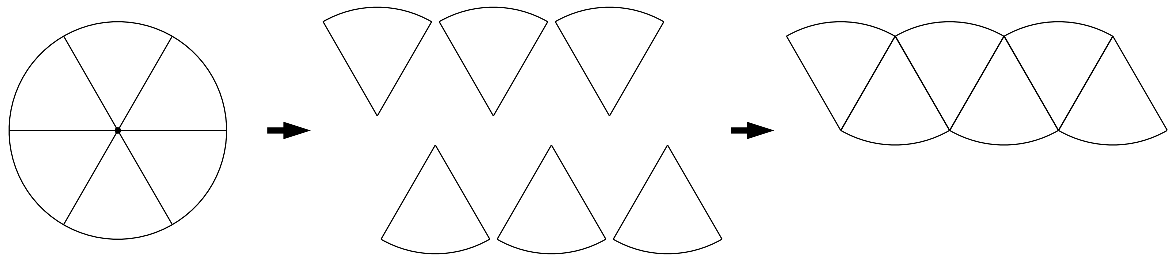
この図では、さっきの平行四辺形のまねをして、ある頂点から向かい合う辺へ向けて垂直な線を描き、その線で三角形を切り、正方形や長方形になるように貼り合わせることをたくらんだのですが、どうもうまく行きません。切り方が悪いのでしょうか？それとも、2 つの部品に分かれるように切るではなく、3 つの部品に分かれるように切ればよいのでしょうか？んー、難しそうです。そこで考え方を変えることにします。次の図を見てください。



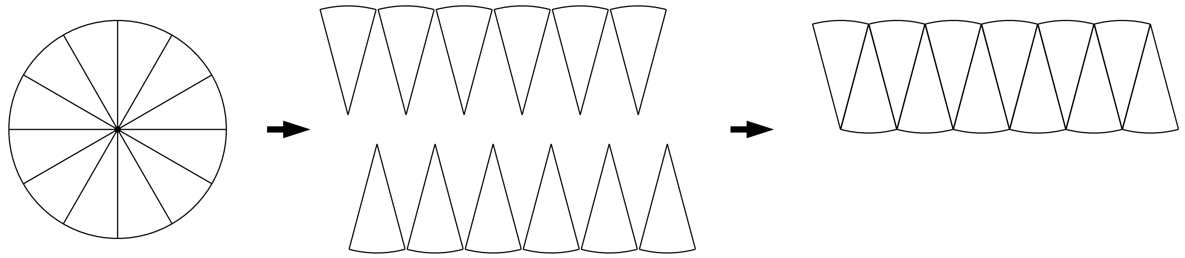
同じ三角形を準備する。　片方の三角形をひっくり返す。　2 枚の三角形を貼ると、平行四辺形ができる。

この図について説明しましょう。まず、全く同じ三角形をもう 1 枚準備します。（つまり、最初からあった三角形のコピーを作ります。) 次に、片方の三角形をひっくり返しておきます。（この図では上にある三角形をひっくり返しました。) 最後に、2 枚の三角形を貼り合わせます。そうすると、この図の一番右にあるように、平行四辺形ができますね。この平行四辺形の面積は、もちろん、初めにあった三角形の面積の 2 倍ですよね。ところで、平行四辺形の面積の求め方はさっき学んだばかりですね。（いま考えている三角形の面積の話の前で解決していますね。）だったら、三角形の面積の求め方も解決ではありませんか。（どうすればよいかもうお分かりだと思います。）

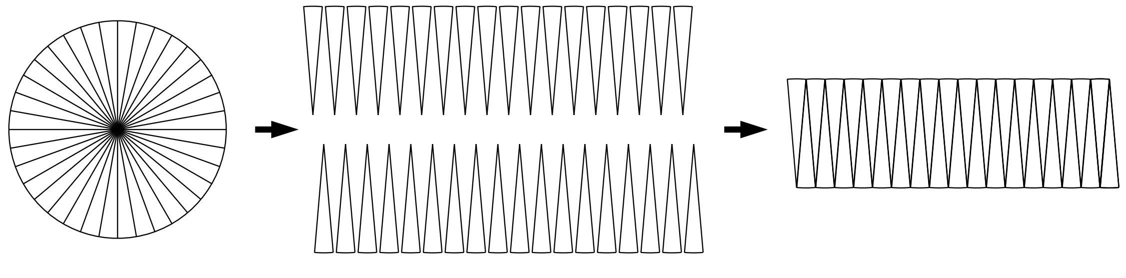
これまで見て来たように、まっすぐな線で囲まれている図形の面積は、いくつかの工夫をすると、最後には「正方形」や「長方形」の面積を求める話につながっていきます。ですから、割と気楽に面積の計算ができるのです。しかし、曲がった線で囲まれている図形の面積を求めることは難しいのです。「円」はもちろん曲がった線で囲まれている図形ですから、面積を求めることは簡単ではありません。ところが昔の人は次のようなことに気付きました。、徹底的に細かく切って分け、うまく貼りなおせば円も長方形にできるというのです。つまり、「曲がっているところも、どんどん徹底的に細かく切っていけば、どんどんまっすぐになっていくじゃん」と考えたのです。どういうことかわかりますか？それでは説明することにしましょう。次の図を見てください。これは、円を 6 つのおうぎ型に分けてから、違うやり方で貼りなおしているところを表しています。



最後にできた図形は、周りがもこもこしていて、とても「長方形」とはいえませんね。でもなんとなく四角形に近づいた感じもしますね。では次の図を見てください。今度は、がんばって円を 12 個のおうぎ型に分けてから、さっきのように貼ってみました。



最後にできた図形は、やはりまだ周りがもこもこしていて、「長方形」とはいえませんね。でもさっきより四角形に近づいたという気がしませんか？では次の図を見てください。今度は、もっともっとがんばって円を 36 個のおうぎ型に分けてから、さっきのように貼ってみました。



最後にできた図形をじっくり観察すると、やはり、周りはほんの少しもこもこしています。ですがが、「ほとんどまっすぐ」になっています。1 つ 1 つのおうぎ型の弧の部分は、ほんの少し曲がっているのですが、かなり多くのおうぎ型に分けられてため、まっすぐな線と見分けができなくなってきています。ですから、この図の 1 番右にある、36 個のおうぎ型を合体させた図形もほとんど四角形と見分けがつかなくなっています。

今、がんばって、円を 36 個のおうぎ型に分けてみました。では、さらに、もっとがんばって、円を 100 個、1000 個、10000 個、100000 個 $\cdots$ と分けて行くことを想像してみ

ましょう。つまり、徹底的にたくさんのおうぎ形に分けてから、さっきのようにして張り合わせるのです。おうぎ型の個数を多くすればするほど、1 つ 1 つのおうぎ型の弧の部分はどんどんまっすぐになっていきます。そうすると、合体させてできる図形はどんどん「長方形」に近づくのではないでしょうか。そしてこのとき、「もともとの円の面積」と「おうぎ型に分けてから合体させた後にできる長方形の面積」は変わらないはずですよね。ですから、円を徹底的に多数のおうぎ型に切り分けてから違うやり方で貼りなおすことにより、円の面積を求める話は長方形の面積を求める話につながっていくのです。

問 53. 半径が 6 cm の円を 12 個のおうぎ型にわけ、この問の前に学んだように貼り合わせることにします。まず、 紙とコンパスと分度器と定規とはさみとテープを用意してください。

(1) 半径が 6 の円を紙にかき、はさみで円を切り取りなさい。

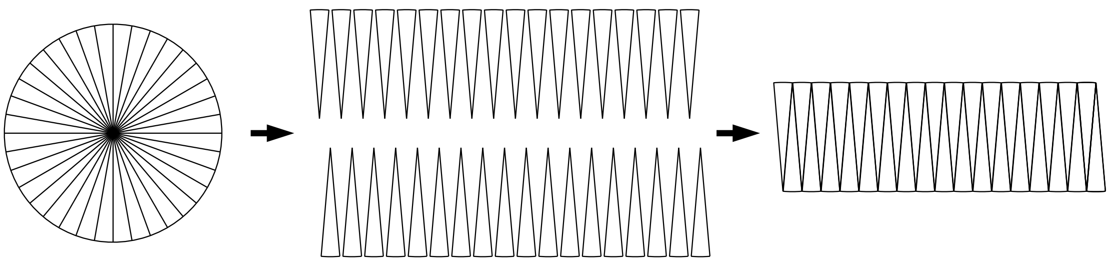
(2) 円を 12 個のおうぎ型に切り分けなさい。

(3) 12 個のおうぎ型を、この例題の前に学んだように貼り、長方形っぽい図形を作りなさい。

答えを見る

それでは、「円をたくさんのおうぎ型に切り分け、違うやり方で貼り直してできる長方形っぽい図形」の「たての長さ」と「よこの長さ」はどうなっているのでしょうか。次の例題で研究することにしましょう。

例題 24　次の図は、半径が 6 cm の円を 36 個の同じおうぎ型にわけ、この例題の前に学んだように貼り合わせることしているところを表しています。



(1)　この図で一番左に描かれている円を見てください。本当におうぎ型が 36 個あるの

か数えてください。

(2) この図で真ん中に描かれている図を見てください。ここには 36 個のおうぎ型が上の段と下の段に分けて描いてあります。上の段には何個のおうぎ型が描いてありますか。数えてください。また、下の段には何個のおうぎ型が描いてありますか。数えてください。

(3) この図で真ん中に描かれている図を見てください。上の段に描いてあるおうぎ型たちは、最初の円ではどこにありましたか。この図の一番左の図を見て、もともとどこにあったのか考え、もとあった場所に斜線をつけてください。

(4) この図の真ん中の図で、上の段にあるおうぎ型の弧を全部鉛筆でなぞってください。

(5) この図の一番左を見て、(4) であなたがなぞったたくさんの弧は、もとの円ではどこにあったのか考え、もとあった場所を鉛筆でなぞってください。

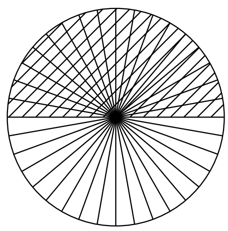
(6) (5) で、あなたは一番左の円の図で、元あった場所をなぞりましたね。あなたがなぞってできた曲線の長さを求めてください。

解答

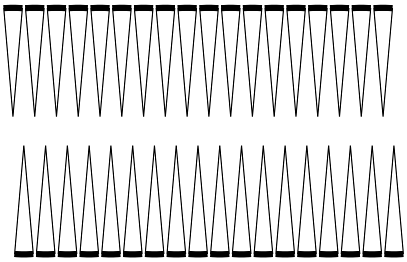
(1) ちゃんと数えた人は、本当に 36 個のおうぎ型に分けてあるのがわかったと思います。

(2) ちゃんと数えた人は、上の段にも下の段にも 18 個のおうぎ型があるのがわかったと思います。

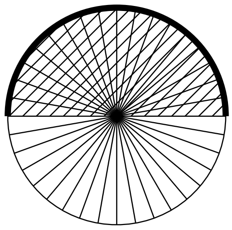
(3) 色々な答えが考えられるのですが、一番わかりやすい答えをいうことにします。右の図を見てください。真ん中の図で上の段にあったおうぎ型たちは、右の図で斜線をつけた所にあったと考えることができます。つまり、真ん中の図の上の段にある 18 個のおうぎ型は、もとの円では、上半分の所にあったものと思うことができます。



(4) 右の図を見てください。全部弧をなぞって太く描いておきました。



(5) 右の図を見てください。真ん中の図の上の段にあるおうぎ型たちの弧があった場所を、もとの円で太くなぞっておきました。

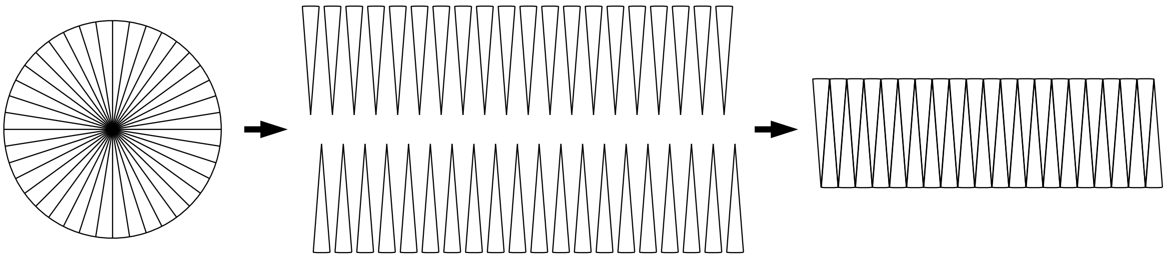


(6) (5) でなぞった曲線の長さはは、円の周りの長さの半分ですよね。ところで、円の周りの長さは、円の直径に円周率をかければ求められますね。(円周率という言葉の意味を思い出せば、これは当たり前のことですね。)

では、まず円の周りの長さを計算することにしましょう。この円は半径が 6 cm なので直径は 12 cm です。ですから、この円の周りの長さは、直径である 12 cm に円周率 π をかけて 12π cm となるわけです。（円周率としておよその値である 3.14 を使う人は、直径である 12 cm におよその円周率 3.14 をかけるので円の周りの長さは、およそ 37.68 cm となります。）

では、次に太くなぞった曲線の長さを求めることにします。円の周りの長さを半分にすればよいのでしたね。ですから、円の周りの長さである 12π cm を半分にして 6π cm となります。（円周率としておよその値である 3.14 を使う人は、円の周りの長さであるおよそ 37.68 cm を半分にして 18.84 cm となります。）

問 54. 次の図は、半径が 4 cm の円を 40 個の同じおうぎ型にわけ、さっきの例題の前に学んだように貼り合わせることしているところを表しています。



(1) この図で一番左に描かれている円を見てください。本当におうぎ型が 40 個あるのか数えてください。

(2) この図で真ん中に描かれている図を見てください。ここには 40 個のおうぎ型が上の段と下の段に分けて描いてあります。上の段には何個のおうぎ型が描いてありますか。数えてください。また、下の段には何個のおうぎ型が描いてありますか。数えてください。

(3) この図で真ん中に描かれている図を見てください。上の段に描いてあるおうぎ型たちは、最初の円ではどこにありましたか。この図の一番左の図を見て、もともとどこにあったのか考え、もとあった場所に斜線をつけてください。

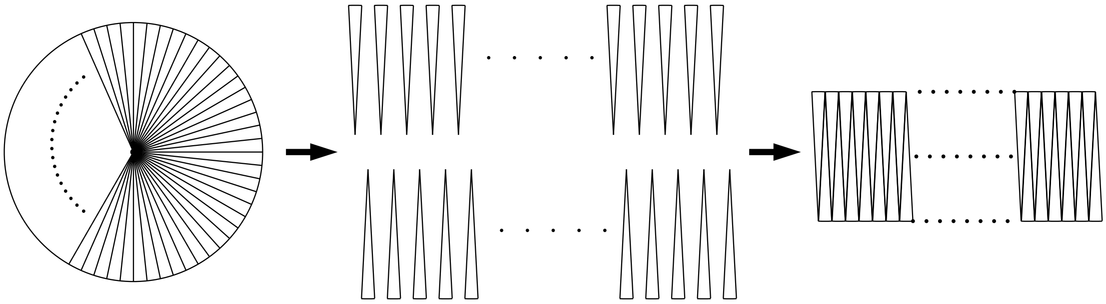
(4) この図の真ん中の図で、上の段にあるおうぎ型の弧を全部鉛筆でなぞってください。

(5) この図の一番左を見て、(4) であなたがなぞったたくさんの弧は、もとの円ではどこにあったのか考え、もとあった場所を鉛筆でなぞってください。

(6) (5) で、あなたは一番左の円の図で、元あった場所をなぞりましたね。あなたがなぞってできた曲線の長さを求めてください。

答えを見る

例題 25　次の図は、半径が 6 cm の円を思いっきり細かく、たくさんの同じおうぎ型にわけ、さっきの例題の前に学んだように貼り合わせることしているところを表しています。



(1)　この図で真ん中に描かれている図を見てください。上の段に描いてあるおうぎ型たちは、最初の円ではどこにありましたか。この図の一番左の図を見て、もともとどこにあったのか考え、もとあった場所に斜線をつけてください。

(2)　この図の真ん中の図で、上の段にあるおうぎ型の弧を全部鉛筆でなぞってください。

(3)　この図の一番左を見て、(2) であなたがなぞったたくさんの弧は、もとの円ではどこにあったのか考え、もとあった場所を鉛筆でなぞってください。

(4)　(3) で、あなたは一番左の円の図で、元あった場所をなぞりましたね。あなたがなぞってできた曲線の長さを求めてください。

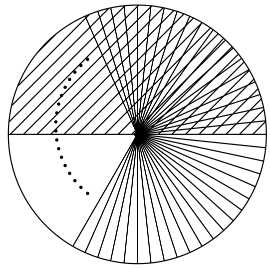
(5)　この例題では、半径が 6 cm の円を思いっきり細かく、たくさんの同じおうぎ型にわけ、さっきの例題の前に学んだように貼り合わせることをしているわけですが、分け方をもっともっと徹底的に細かくしていくと、最後に貼り合わせてできる図形はどんどん限りなく長方形に近づいていきますね。この長方形の「たての長さ」と「横の長さ」を求めなさい。

(6)　(5) で考えた長方形の面積を求めなさい。

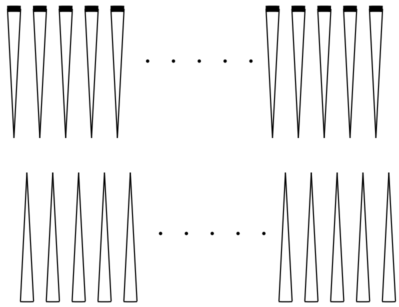
(7)　(5) で考えた長方形の面積ともともとの円の面積は同じですよね。だったら、もともとの円の面積はどれだけですか。

解答

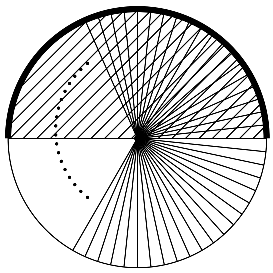
(1) 例題 24 や問 54 をしっかり考えた人はもうおわかりですね。真ん中の図の上の段のおうぎ型たちは、例えば、右の図で斜線をつけた場所 (つまり上半分のところ) にあったと思うことができます。



(2) 例題 24 や問 54 をしっかり考えた人はもうおわかりですね。真ん中の図で上の段にあるおうぎ型の弧は、右の図の太く描かれたところにあったと思うことができます。



(3) 例題 24 や問 54 をしっかり考えた人はもうおわかりですね。(2) であなたがなぞったたくさんの弧は、もとの円では右の図の太く描かれた場所にあったと思うことができます。



(4) 例題 24 や問 54 をしっかり考えた人はもうおわかりですね。円の周りの長さの半分ですよね。

この円の半径は 6 cm です。円の直径は円の半径の 2 倍ですから、12 cm ですね。円の周りの長さは、円周率の意味を思い出すと、円の直径に円周率をかけると求められるってわかりますよね。ですから、この円の周りの長さは、

$$12 \times \pi = 12\pi\,(\mathrm{cm})$$

ですね。

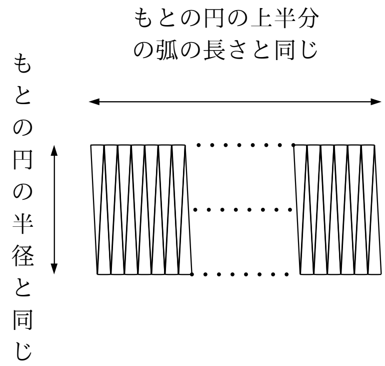
ということは、さっき太くなぞってできた曲線の長さは、

$$12\pi \div 2 = 6\pi\,(\mathrm{cm})$$

ですね。

(5) 右の図を見てください。

例題 24 や問 54 をしっかり考えた人はもうおわかりだと思います。円をいくつのおうぎ型に分けたとしても、「真ん中の図の上の段にあるおうぎ型たちの弧」が、「もとの円」のどこにあるのか考えると、「もとの円の上半分の弧」の所にあるわけですよね。



ですから、ばらばらになったおうぎ型を合体させてできる図形の「よこの長さ」は、「もとの円の上半分の弧の長さ」に等しいですね。ということは、おうぎ型を合体させてできているこの長方形ぽいものの「よこの長さ」は 6π cm ですね。

また、おうぎ型を合体させてできているこの長方形ぽいものの「たての長さ」は「もとの円の半径」に等しくなってますよね。ですから、「たての長さ」は 6 cm ですね。

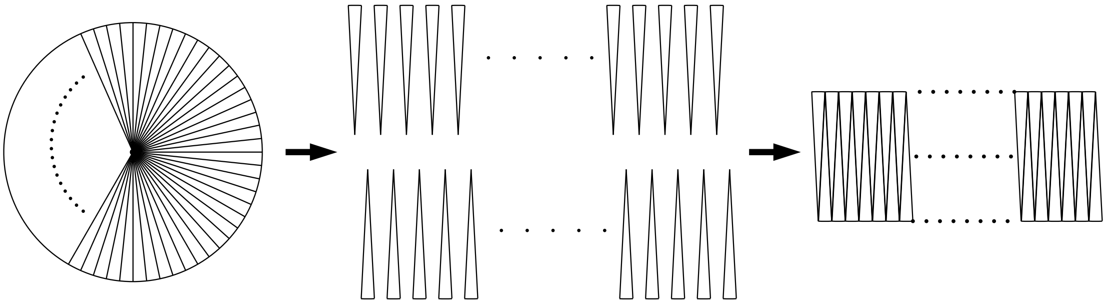
(6) (5) で考えた長方形の「よこの長さ」と「たての長さ」がわかりましたね。長方形の面積は「よこの長さ」と「たての長さ」をかければ求められるのですから、この長方形の面積は、

$$6\pi \times 6 = 36\pi\,(\mathrm{cm}^2)$$

ですね。

(7) (6）で長方形の面積がちゃんと求められた人は、自信を持って、円の面積を答えることができますね。答えはもちろん $36\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ ですね。

問 55.　次の図は、半径が 8 cm の円を思いっきり細かく、たくさんの同じおうぎ型にわけ、前に学んだように貼り合わせることしているところを表しています。



(1) この図で真ん中に描かれている図を見てください。上の段に描いてあるおうぎ型たちは、最初の円ではどこにありましたか。この図の一番左の図を見て、もともとどこにあったのか考え、もとあった場所に斜線をつけてください。

(2) この図の真ん中の図で、上の段にあるおうぎ型の弧を全部鉛筆でなぞってください。

(3) この図の一番左を見て、(2) であなたがなぞったたくさんの弧は、もとの円ではどこにあったのか考え、もとあった場所を鉛筆でなぞってください。

(4) (3) で、あなたは一番左の円の図で、元あった場所をなぞりましたね。あなたがなぞってできた曲線の長さを求めてください。

(5) この例題では、半径が 6 cm の円を思いっきり細かく、たくさんの同じおうぎ型にわけ、さっきの例題の前に学んだように貼り合わせることをしているわけですが、分け方をもっともっと徹底的に細かくしていくと、最後に貼り合わせてできる図形はどんどん限りなく長方形に近づいていきますね。この長方形の「たての長さ」と「横の長さ」を求めなさい。

(6) (5) で考えた長方形の面積を求めなさい。

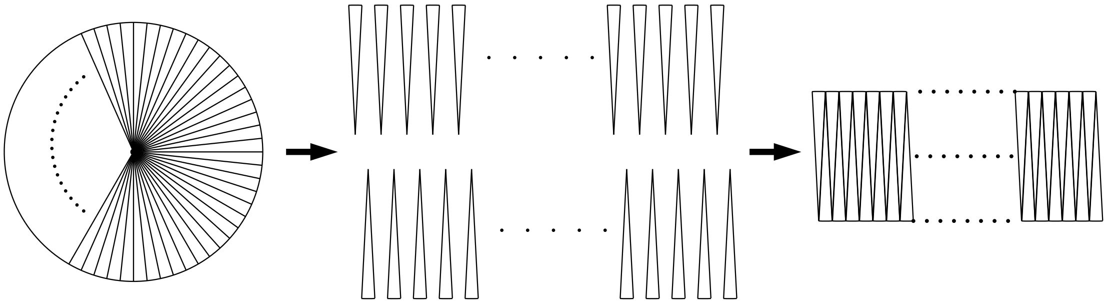
(7) (5) で考えた長方形の面積ともともとの円の面積は同じですよね。だったら、もともとの円の面積はどれだけですか。

答えを見る

ここまできちんと理解できた人は、いよいよ円の面積を求める公式をあなたの力で作ることにしましょう。次の例題を解くと、あなたの力で「円の面積を求める公式」を作るこ

とができるのです。

例題 26　次の図は、半径が r cm の円を思いっきり細かく、たくさんの同じおうぎ型にわけ、前に学んだように貼り合わせることしているところを表しています。



(1)　この図で真ん中に描かれている図を見てください。上の段に描いてあるおうぎ型たちは、最初の円ではどこにありましたか。この図の一番左の図を見て、もともとどこにあったのか考え、もとあった場所に斜線をつけてください。

(2)　この図の真ん中の図で、上の段にあるおうぎ型の弧を全部鉛筆でなぞってください。

(3)　この図の一番左を見て、(2) であなたがなぞったたくさんの弧は、もとの円ではどこにあったのか考え、もとあった場所を鉛筆でなぞってください。

(4)　(3) で、あなたは一番左の円の図で、元あった場所をなぞりましたね。あなたがなぞってできた曲線の長さを求めてください。

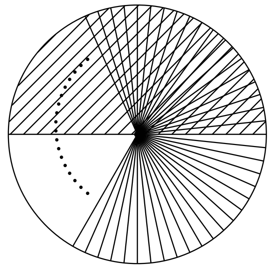
(5)　この例題では、半径が 6 cm の円を思いっきり細かく、たくさんの同じおうぎ型にわけ、前に学んだように貼り合わせることをしているわけですが、分け方をもっともっと徹底的に細かくしていくと、最後に貼り合わせてできる図形はどんどん限りなく長方形に近づいていきますね。この長方形の「たての長さ」と「横の長さ」を求めなさい。

(6)　(5) で考えた長方形の面積を求めなさい。

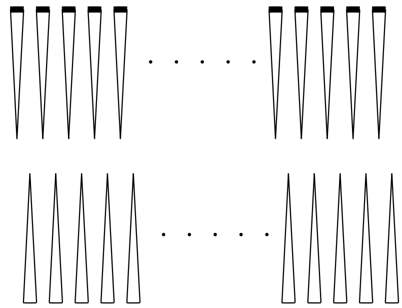
(7)　(5) で考えた長方形の面積ともともとの円の面積は同じですよね。だったら、もともとの円の面積はどれだけですか。

解答

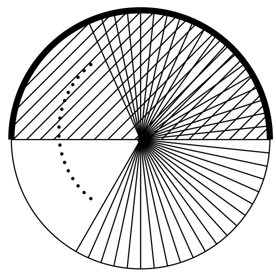
(1) 例題 24 や問 54 をしっかり考えた人はもうおわかりですね。真ん中の図の上の段のおうぎ型たちは、例えば、右の図で斜線をつけた場所 (つまり上半分のところ) にあったと思うことができます。



(2) 例題 24 や問 54 をしっかり考えた人はもうおわかりですね。真ん中の図で上の段にあるおうぎ型の弧は、右の図の太く描かれたところにあったと思うことができます。



(3) 例題 24 や問 54 をしっかり考えた人はもうおわかりですね。(2) であなたがなぞったたくさんの弧は、もとの円では右の図の太く描かれた場所にあったと思うことができます。



(4) 例題 24 や問 54 をしっかり考えた人はもうおわかりですね。円の周りの長さの半分ですよね。

この円の半径は r です。円の直径は円の半径の 2 倍ですから、$2r$ ですね。

円の周りの長さは、円周率の意味を思い出すと、円の直径に円周率をかけると求められるってわかりますよね。ですから、この円の周りの長さは、

$$2\ \mathrm{r}\ \times \pi = 2\pi r$$

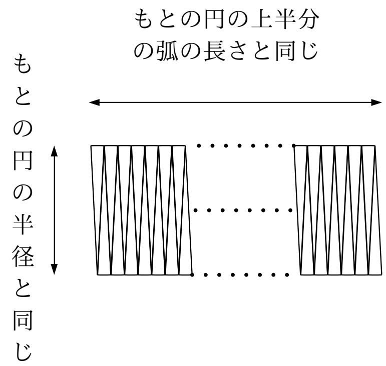
ですね。

ということは、さっき太くなぞってできた曲線の長さは、

$$2\pi r \div 2 = \pi r$$

ですね。

(5) 右の図を見てください。



例題 24 や問 54 をしっかり考えた人はもうおわかりだと思います。円をいくつのおうぎ型に分けたとしても、「真ん中の図の上の段にあるおうぎ型たちの弧」が、「もとの円」のどこにあるのか考えると、「もとの円の上半分の弧」の所にあるわけですよね。

ですから、ばらばらになったおうぎ型を合体させてできる図形の「よこの長さ」は、「もとの円の上半分の弧の長さ」に等しいですね。ということは、おうぎ型を合体させてできているこの長方形ぽいものの「よこの長さ」は πr ですね。

また、おうぎ型を合体させてできているこの長方形ぽいものの「たての長さ」は「もとの円の半径」に等しくなってますよね。ですから、「たての長さ」は r ですね。

(6) (5) で考えた長方形の「よこの長さ」と「たての長さ」がわかりましたね。長方形の面積は「よこの長さ」と「たての長さ」をかければ求められるのですから、この長方形の面積は、

$$6\pi \times 6 = 36\pi\,(\mathrm{cm}^2)$$

ですね。

(7) (5）で長方形の面積がちゃんと求められた人は、自信を持って、円の面積を答えることができますね。答えはもちろん $\pi r \times r = \pi r^2$ ですね。

つまり「円の面積は、円周率に半径を 2 回かけると求めることができる」ということがわかったのです。

それでは、例題 26 を解いてみてわかったことを、次にまとめておきます。

重要な事実：円の面積ってどうやって求めるの

> 円の面積は、「円周率」かける「半径」かける「半径」を計算すると求めることができます。

ここまで、まっすぐな線ではなく曲がった線で囲まれている図形である円の面積をはどうやって求めるのか考えてきました。簡単に振り返ってみることにしましょう。昔の人のすばらしい知恵のおかげで、円もがんばって切ったり貼ったりすると、最後には長方形に変えることができるということを知りました。円を徹底的に細かく、たくさんのおうぎ型に分ければ分けるほど、貼り合わせてできる図形はどんどん長方形に近づくのでしたね。ですから結局、「たての長さ」かける「よこの長さ」として面積を求める話につながっていったのです。そして最後には、円の面積は「円周率」かける「半径」かける「半径」を計算すると求めることができるということを発見したのです。

　数学では、一度発見された正しいことは色々な問題を解くときに自由に使うことができます。ですから、昔の人のおかげであなたは、「さっきの重要な事実に書いてあること」を「覚えて当てはめる」という方法でも円の面積を計算できるのです。では、「覚えて当てはめる」という方法で問題を解いて見ることにしましょう。

例題 27　半径が 5 の円の面積を求めなさい。ただし、円周率は、π を使いなさい。

解答

　さっき学んだ重要な事実によると、円の面積は、「円周率」かける「半径」かける「半径」を計算すると求めることができるのでしたね。ですから、半径が 5 の円の面積は、

$$\pi \times 5 \times 5 = 25\pi$$

となりますね。

問 56. 次の円の面積を求めなさい。ただし、円周率は、π を使いなさい。

(1) 半径が 7 cm の円　　(2) 半径が 3 cm の円

(3) 半径が 10 の円　　(4) 半径が 1 の円

(5) 半径が $\dfrac{3}{2}$ の円　　(6) 半径が 2.5 の円

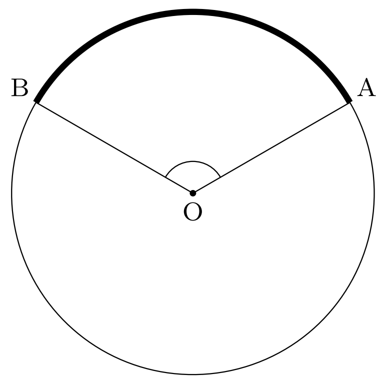
答えを見る

4.12　おうぎ型の中心角の大きさと弧の長さは比例しているという話

以前、198 ページから始まる 4.3 で、「弧と中心角の深い関係」について学びました。覚えていますか？忘れてしまった人は今すぐ復習してくださいね。では、覚えている人だけ、先に進むことにしましょう。たしか、「弧」と「中心角」は対応しているのでしたね。そして、「弧の長さ」と「中心角の大きさ」は比例しているのでした。

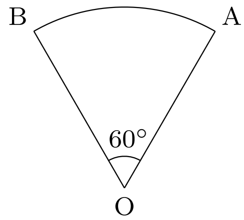
また、215 ページから始まる 4.8 では、「おうぎ型の中心角」とはどこの角のことなのかを学びました。覚えていますか？忘れてしまった人は今すぐ復習してくださいね。では、覚えている人だけ、先に進むことにしましょう。たしか、「おうぎ型のふちになっている弧」に対する中心角を、そのおうぎ型の中心角と呼ぶことにしたのですね。

では右の図を見てください。この図で、「弧 AB の長さ」と「弧 AB に対する中心角」は比例しているわけです。「おうぎ型」を主役にして言い直すと、「おうぎ型 AOB のふちになっている弧 AB の長さ」と「おうぎ型 AOB の中心角 ∠AOB」は比例しているということになります。つまり、おうぎ型のふちになっている弧の長さ」が 2 倍、3 倍、4 倍 $\cdots$ となっていけば「おうぎ型の中心角」も 2 倍、3 倍、4 倍 $\cdots$ となっていきますし、逆に「おうぎ型の中心角」が 2 倍、3 倍、4 倍 $\cdots$ となっていけばおうぎ型のふちになっている弧の長さ」も 2 倍、3 倍、4 倍 $\cdots$ となっていくわけです。

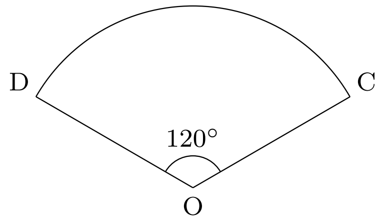


$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角 ∠AOB は、
おうぎ型 AOB の中心角でもある

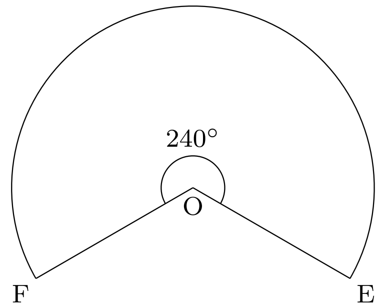
例題 28　おうぎ型 AOB があるとします。おうぎ型 AOB の半径は今は秘密にしておきますが、おうぎ型 AOB の中心角は 60° です。次の問に答えなさい。



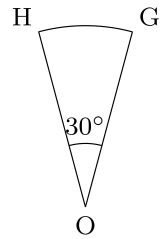
(1)　右の図は、半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 COD です。おうぎ型 COD の中心角は 120° です。おうぎ型 COD のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さは、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さの何倍ですか。



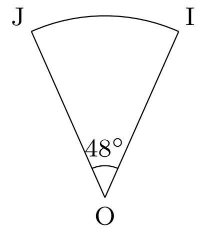
(2)　右の図は、半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 EOF です。おうぎ型 EOF の中心角は 240° です。おうぎ型 EOF のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ の長さは、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さの何倍ですか。



(3)　右の図は、半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 GOH です。おうぎ型 GOH の中心角は 30° です。おうぎ型 GOH のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さは、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さの何倍ですか。

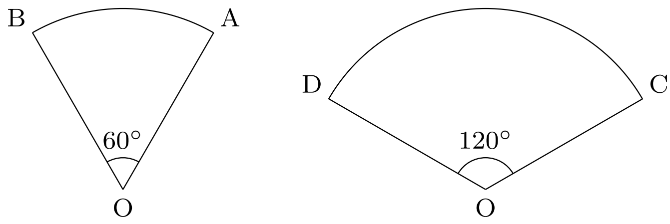


(4)　右の図は、半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 IOJ です。おうぎ型 IOJ の中心角は 48° です。おうぎ型 IOJ のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{IJ}}$ の長さは、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さの何倍ですか。



解答

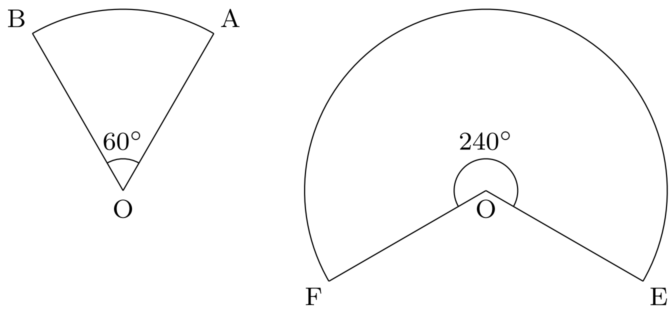
「おうぎ型の中心角のおおきさ」と「おうぎ型の（ふちになっている) 弧の長さ」は比例しているのでしたね。



(1) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 COD を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。

おうぎ型 COD の中心角は 120° でおうぎ型 AOB の中心角は 60° です。ということは、おうぎ型 COD の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の 2 倍です。

ですから、おうぎ型 COD の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの 2 倍になります。

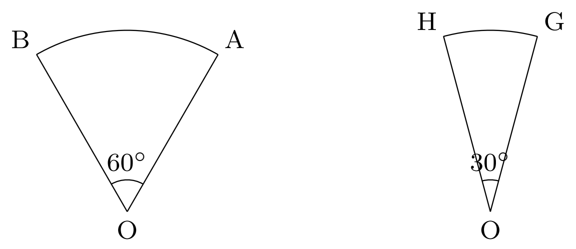


(2) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 EOF を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。

おうぎ型 EOF の中心角は 240° でおうぎ型 AOB の中心角は 60° です。ということは、おうぎ型 EOF の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の 4 倍です。

ですから、おうぎ型 COD の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの 4 倍になります。

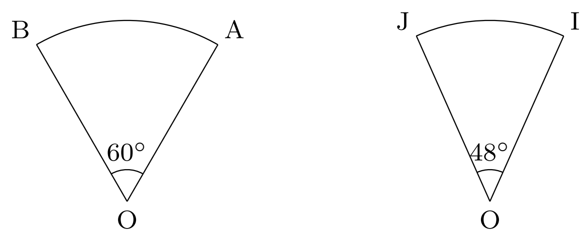
(3) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 GOH を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



おうぎ型 GOH の中心角は 30° でおうぎ型 AOB の中心角は 60° です。ということは、おうぎ型 GOH の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の $\dfrac{1}{2}$ 倍です。

すから、おうぎ型 GOH の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの $\dfrac{1}{2}$ 倍になります。

(4) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 GOH を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



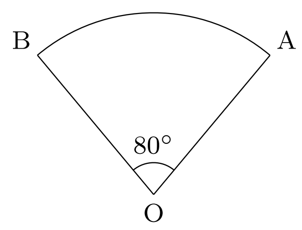
おうぎ型 IOJ の中心角は 48° でおうぎ型 AOB の中心角は 60° です。ところで 48 って 60 の何倍なのでしょうか。こんなことを悩んでしまったときは、とりあえず分数を使って、$\dfrac{48}{60}$ 倍って考えればよいですよね。（大丈夫ですよねぇ。）そして、心を落ち着けて $\dfrac{48}{60}$ を約分するとよいですよね。では $\dfrac{48}{60}$ を約分してみます。すると例えば、

$$\frac{48}{60} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

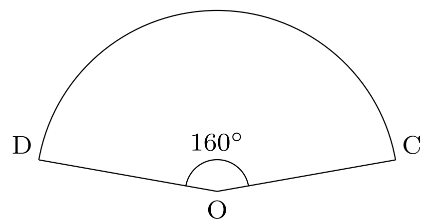
ってできますよね。つまり、おうぎ型 IOJ の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の $\dfrac{4}{5}$ 倍です。

ですから、おうぎ型 IOJ の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの $\dfrac{4}{5}$ 倍になります。

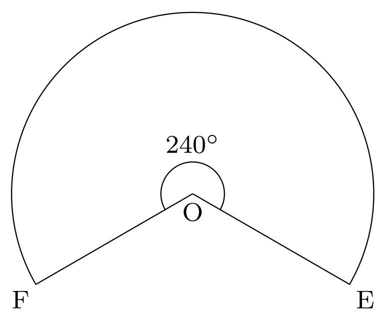
問 57. おうぎ型 AOB があるとします。おうぎ型 AOB の半径は今は秘密にしておきますが、おうぎ型 AOB の中心角は 80° です。次の問に答えなさい。



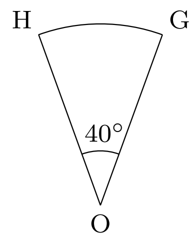
(1) 右の図は半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 COD です。おうぎ型 COD の中心角は 160° です。おうぎ型 COD のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さは、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さの何倍ですか。



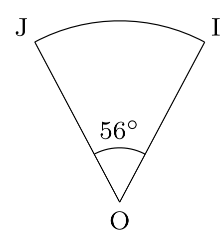
(2) 右の図は半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 EOF です。おうぎ型 EOF の中心角は 240° です。おうぎ型 EOF のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ の長さは、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さの何倍ですか。



(3) 右の図は半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 GOH です。おうぎ型 GOH の中心角は 40° です。おうぎ型 GOH のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さは、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さの何倍ですか。

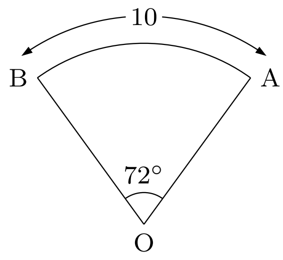


(4) 右の図は半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 IOJ です。おうぎ型 IOJ の中心角は 56° です。おうぎ型 IOJ のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{IJ}}$ の長さは、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さの何倍ですか。

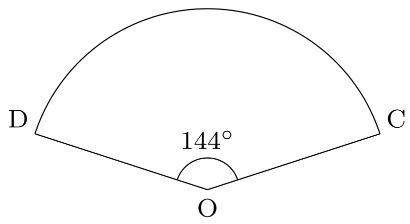


答えを見る

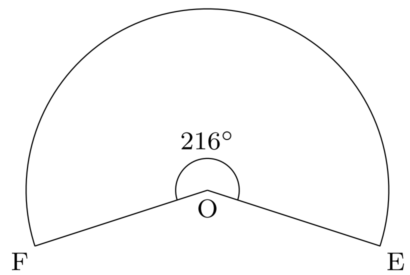
例題 29　おうぎ型 AOB があるとします。おうぎ型 AOB の半径は今は秘密にしておきますが、おうぎ型 AOB の中心角は 72° です。また、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さは 10 です。次の問に答えなさい。



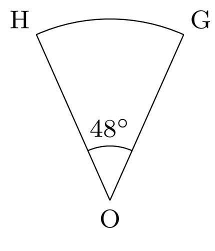
(1)　右の図は半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 COD です。おうぎ型 COD の中心角は 144° です。おうぎ型 COD のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さを求めなさい。



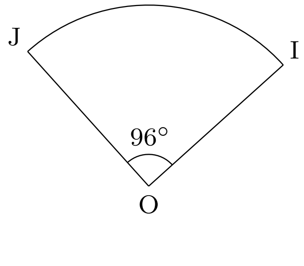
(2)　右の図は半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 EOF です。おうぎ型 EOF の中心角は 216° です。おうぎ型 EOF のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ の長さ $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さを求めなさい。



(3)　右の図は半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 GOH です。おうぎ型 GOH の中心角は 30° です。おうぎ型 GOH のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さを求めなさい。



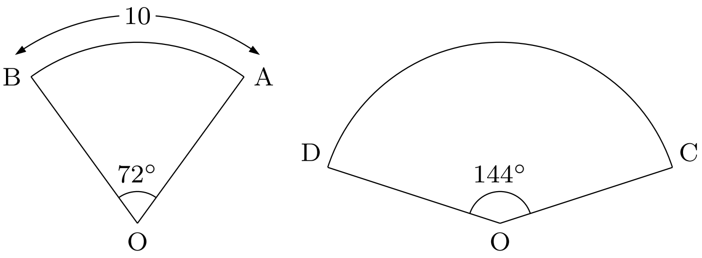
(4)　右の図は半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 IOJ です。おうぎ型 IOJ の中心角は 96° です。おうぎ型 IOJ のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{IJ}}$ の長さ $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さを求めなさい。



解答

おうぎ型の中心角とおうぎ型の（ふちになっている) 弧の長さは比例しているのでしたね。

(1) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 COD を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。

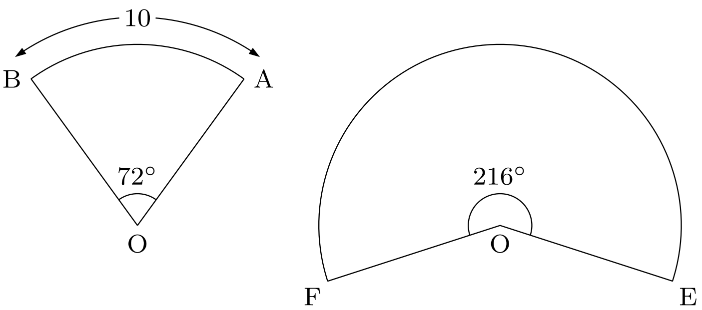


おうぎ型 COD の中心角は 144° でおうぎ型 AOB の中心角は 72° です。ということは、おうぎ型 COD の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の 2 倍です。

ですから、おうぎ型 COD の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの 2 倍になります。

今、おうぎ型 AOB の弧の長さは 10 ですからこれを 2 倍すると、おうぎ型 COD の弧の長さは 20 であるということがわかりますね。

(2) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 EOF を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



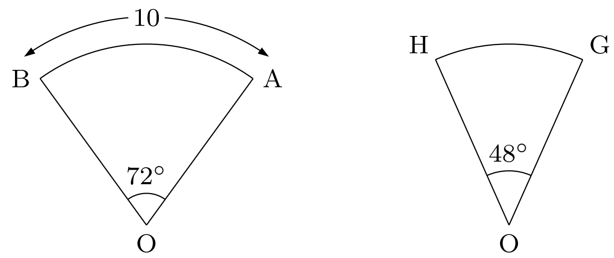
おうぎ型 EOF の中心角は 216° でおうぎ型 AOB の中心角は 72° です。というこ

とは、おうぎ型 EOF の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の 3 倍です。

ですから、おうぎ型 COD の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの 3 倍になります。

今、おうぎ型 AOB の弧の長さは 10 ですからこれを 3 倍すると、おうぎ型 COD の弧の長さは 30 であるということがわかりますね。

(3) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 GOH を並べておきました。この 2 つのおうぎ型



は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。

おうぎ型 GOH の中心角は 48° でおうぎ型 AOB の中心角は 72° です。ところで 48 って 72 の何倍なのでしょうか。こんなことを悩んでしまったときは、とりあえず分数を使って、$\dfrac{48}{72}$ 倍って考えればよいですよね。(大丈夫ですよねぇ。) そして、心を落ち着けて $\dfrac{48}{72}$ を約分するとよいですよね。では $\dfrac{48}{72}$ を約分してみます。すると例えば、

$$\frac{48}{72} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

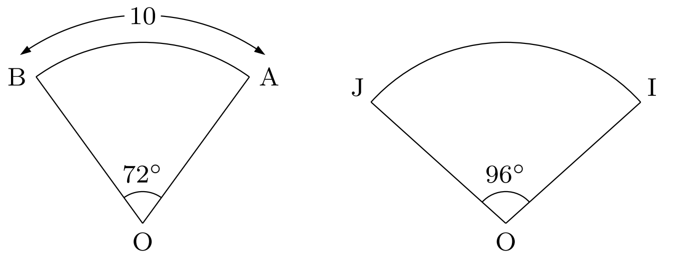
ってできますよね。ということは、おうぎ型 GOH の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の $\dfrac{2}{3}$ 倍です。

ですから、おうぎ型 GOH の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの $\dfrac{2}{3}$ 倍になります。

今、おうぎ型 AOB の弧の長さは 10 ですからこれを $\dfrac{2}{3}$ 倍すると、おうぎ型 COD

の弧の長さは $\dfrac{20}{3}$ であるということがわかりますね。

(4) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 GOH を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



おうぎ型 IOJ の中心角は 96° でおうぎ型 AOB の中心角は 72° です。ところで 96 って 72 の何倍なのでしょうか。こんなことを悩んでしまったときは、とりあえず分数を使って、$\dfrac{96}{72}$ 倍って考えればよいですよね。(大丈夫ですよねぇ。) そして、心を落ち着けて $\dfrac{96}{72}$ を約分するとよいですよね。では $\dfrac{96}{72}$ を約分してみます。すると例えば、

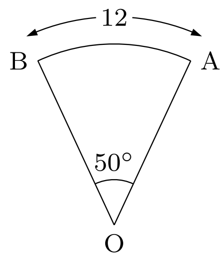
$$\frac{96}{72}=\frac{48}{36}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$$

ってできますよね。ということは、おうぎ型 IOJ の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の $\dfrac{4}{3}$ 倍です。

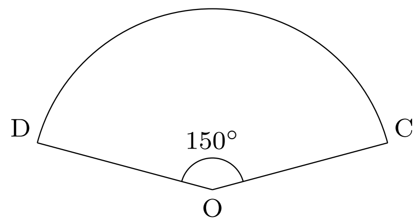
ですから、おうぎ型 IOJ の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの $\dfrac{4}{3}$ 倍になります。

今、おうぎ型 AOB の弧の長さは 10 ですからこれを $\dfrac{4}{3}$ 倍すると、おうぎ型 COD の弧の長さは $\dfrac{40}{3}$ であるということがわかりますね。

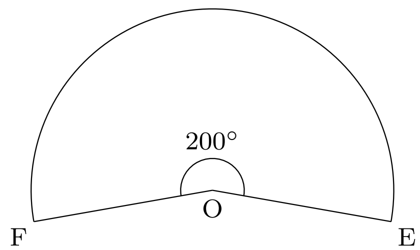
問 58. おうぎ型 AOB があるとします。おうぎ型 AOB の半径は今は秘密にしておきますが、おうぎ型 AOB の中心角は 50° です。また、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さは 12 です。次の問に答えなさい。



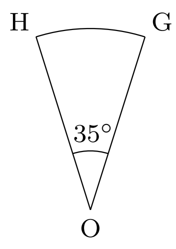
(1) 右の図は半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 COD です。おうぎ型 COD の中心角は 150° です。おうぎ型 COD のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さを求めなさい。



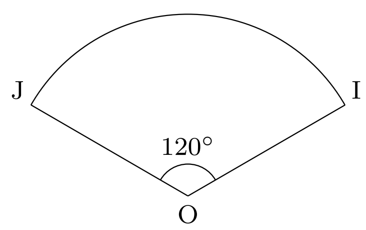
(2) 右の図は半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 EOF です。おうぎ型 EOF の中心角は 200° です。おうぎ型 EOF のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ の長さ $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さを求めなさい。



(3) 右の図は半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 GOH です。おうぎ型 GOH の中心角は 35° です。おうぎ型 GOH のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さを求めなさい。

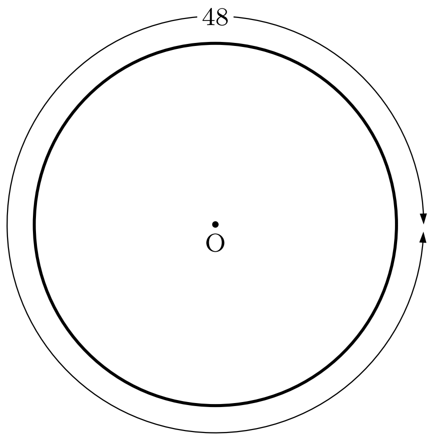


(4) 右の図は半径がおうぎ型 AOB と同じになっているおうぎ型 IOJ です。おうぎ型 IOJ の中心角は 120° です。おうぎ型 IOJ のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{IJ}}$ の長さ $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さを求めなさい。

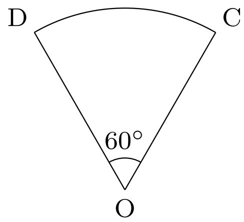


答えを見る

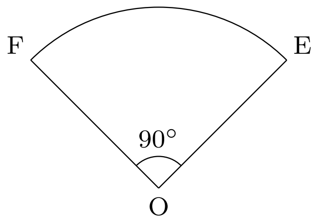
例題 30　円 O があるとします。円 O の半径は今は秘密にしておきますが、円周の長さは 48 です。次の問に答えなさい。



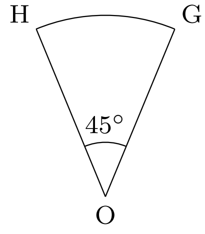
(1)　右の図は半径が円 O と同じになっているおうぎ型 COD です。おうぎ型 COD の中心角は 60° です。おうぎ型 COD のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さを求めなさい。



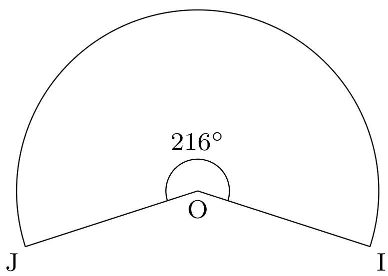
(2)　右の図は半径が円 O と同じになっているおうぎ型 EOF です。おうぎ型 EOF の中心角は 90° です。おうぎ型 EOF のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ の長さ $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さを求めなさい。



(3)　右の図は半径が円 AOB と同じになっているおうぎ型 GOH です。おうぎ型 GOH の中心角は 45° です。おうぎ型 GOH のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さを求めなさい。



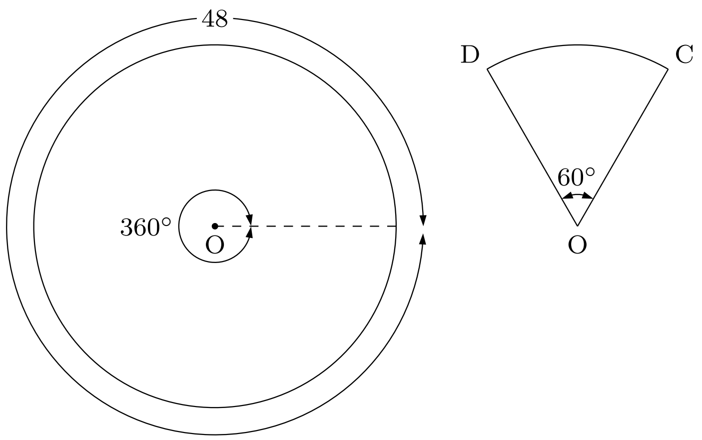
(4)　右の図は半径が円 O と同じになっているおうぎ型 IOJ です。おうぎ型 IOJ の中心角は 216° です。おうぎ型 IOJ のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{IJ}}$ の長さ $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さを求めなさい。



解答

おうぎ型の中心角とおうぎ型の（ふちになっている）弧の長さは比例しているのでしたね。また円は、中心角が 360° ですね。

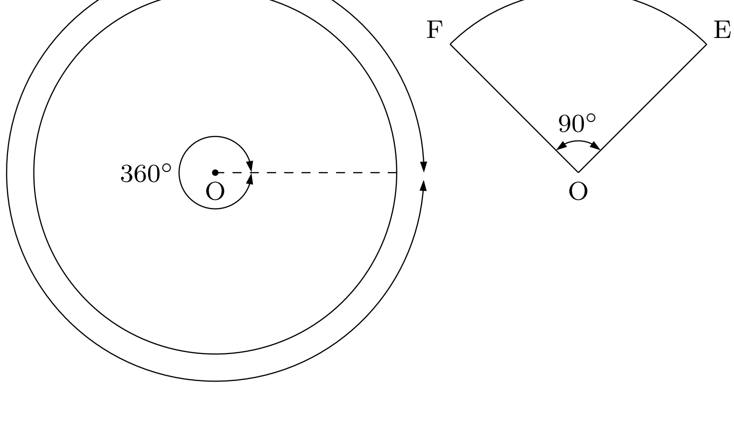
(1) 右の図を見てください。比べやすいように、円 O とおうぎ型 COD を並べておきました。この円とおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



おうぎ型 COD の中心角は 60° で円 O の中心角は 360° です。ということは、おうぎ型 COD の中心角は円 O の中心角の $\dfrac{1}{6}$ 倍です。（暗算で計算しちゃったんですけど大丈夫でしたか？）

ですから、おうぎ型 COD の弧の長さも、円 O の周りの長さの $\dfrac{1}{6}$ 倍になります。今、おうぎ型 AOB の弧の長さは 48 ですからこれを $\dfrac{1}{6}$ 倍すると、おうぎ型 COD の弧の長さは 8 であるということがわかりますね。

(2) 右の図を見てください。比べやすいように、円 O とおうぎ型 EOF を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と

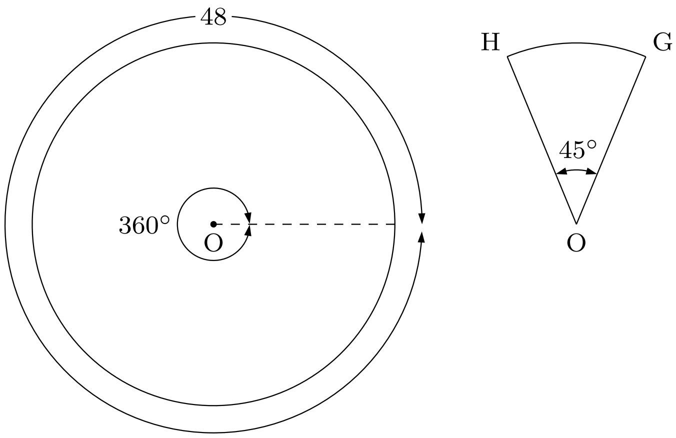


弧の長さは比例しているのですよね。

おうぎ型 EOF の中心角は 90° で円 O の中心角は 360° です。ということは、おうぎ型 EOF の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の $\dfrac{1}{4}$ 倍です。(暗算で計算しちゃったんですけど大丈夫でしたか？)

ですから、おうぎ型 COD の弧の長さも、円 O の周りの長さの $\dfrac{1}{4}$ 倍になります。今、円 O の周りの長さは 48 ですからこれを $\dfrac{1}{4}$ 倍すると、おうぎ型 EOF の弧の長さは 12 であるということがわかりますね。

(3) 右の図を見てください。比べやすいように、円 O とおうぎ型 GOH を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



おうぎ型 GOH の中心角は 45° で円 O の中心角は 360° です。ということは、おうぎ型 GOH の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の $\dfrac{1}{8}$ 倍です。(暗算で計算しちゃったんですけど大丈夫でしたか？) 暗算でなんて無理という人は、とりあえず分数を使って、$\dfrac{45}{360}$ 倍って考えればよいですよね。(大丈夫ですよねぇ。) そして、心を落ち着けて $\dfrac{45}{360}$ を約分するとよいですよね。では $\dfrac{45}{360}$ を約分してみます。すると例えば、、

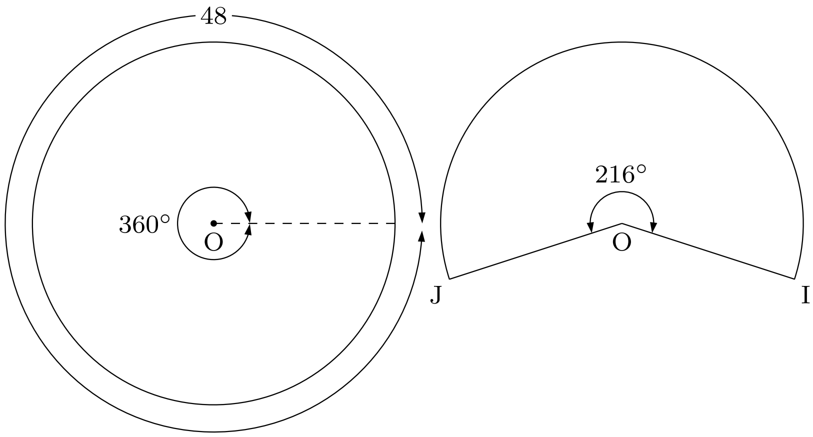
$$\frac{45}{360} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

ってできますよね。これで、おうぎ型 GOH の中心角は円 O の中心角の $\dfrac{1}{8}$ 倍であることがわかりました。ですから、おうぎ型 GOH の弧の長さも、円 O の周りの

長さの $\dfrac{1}{8}$ 倍になります。

今、円 O の周りの長さは 48 ですからこれを $\dfrac{1}{8}$ 倍すると、おうぎ型 GOH の弧の長さは 6 であるということがわかりますね。

(4) 右の図を見てください。比べやすいように、円 O とおうぎ型 IOJ を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



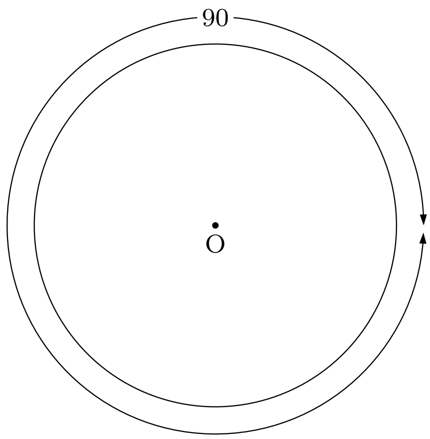
おうぎ型 IOJ の中心角は 216° で円 O の中心角は 360° です。ところで 216 って 360 の何倍なのでしょうか。こんなことを悩んでしまったときは、とりあえず分数を使って、$\dfrac{216}{360}$ 倍って考えればよいですよね。(大丈夫ですよねぇ。) そして、心を落ち着けて $\dfrac{216}{360}$ を約分するとよいですよね。では $\dfrac{216}{360}$ を約分してみます。すると例えば、

$$\frac{216}{360}=\frac{108}{180}=\frac{54}{90}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

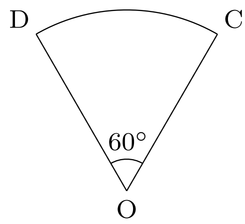
ってできますよね。ということは、おうぎ型 IOJ の中心角は円 O の中心角の $\dfrac{3}{5}$ 倍です。ですから、おうぎ型 IOJ の弧の長さも、円 O の周りの長さの $\dfrac{3}{5}$ 倍になります。

今、円 O の周りの長さは 48 ですからこれを $\dfrac{3}{5}$ 倍すると、おうぎ型 IOJ の弧の長さは $\dfrac{144}{5}$ であるということがわかりますね。

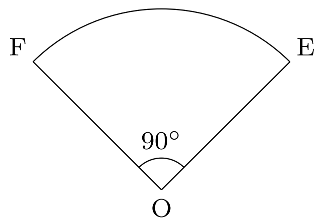
問 59. 円 O があるとします。円 O の半径は今は秘密にしておきますが、円周の長さは 90 です。次の問に答えなさい。



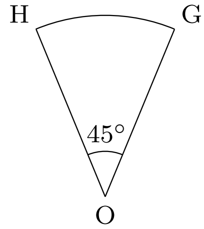
(1) 右の図は半径が円 O と同じになっているおうぎ型 COD です。おうぎ型 COD の中心角は 60° です。おうぎ型 COD のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さを求めなさい。



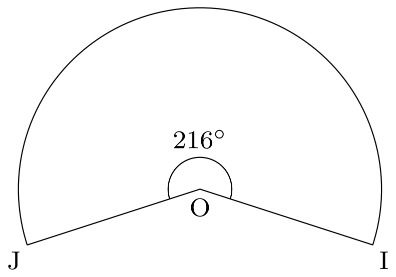
(2) 右の図は半径が円 O と同じになっているおうぎ型 EOF です。おうぎ型 EOF の中心角は 90° です。おうぎ型 EOF のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ の長さを求めなさい。



(3) 右の図は半径が円 AOB と同じになっているおうぎ型 GOH です。おうぎ型 GOH の中心角は 45° です。おうぎ型 GOH のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さを求めなさい。



(4) 右の図は半径が円 O と同じになっているおうぎ型 IOJ です。おうぎ型 IOJ の中心角は 216° です。おうぎ型 IOJ のふちになっている $\overset{\frown}{\mathrm{IJ}}$ の長さ $\overset{\frown}{\mathrm{IJ}}$ の長さを求めなさい。

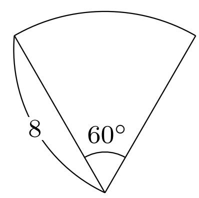


答えを見る

4.13　おうぎ型の弧の長さを計算するには

さっきまで、おうぎ型の弧と中心角の大きさはは比例しているということを学んできましたね。そして、半径の同じ円とおうぎ型があるとき、円の周りの長さとおうぎ型の中心角から、おうぎ型の弧の長さを計算する練習も最後にしました。おうぎ型の中心角が円の中心角である 360° の何分のいくつになっているのかがわかればよいのでしたね。なぜなら、おうぎ型の弧の長さも円の周りの長さの「その数」倍になるからですよね。このことさえ納得できれば、おうぎ型の弧の長さは簡単に求めることができます。

例題 31　右の図を見てください。これは半径が 8 で、中心角が 60° のおうぎ型です。以下の問を順番に解くことにより、このおうぎ型の弧の長さを求めようと思います。



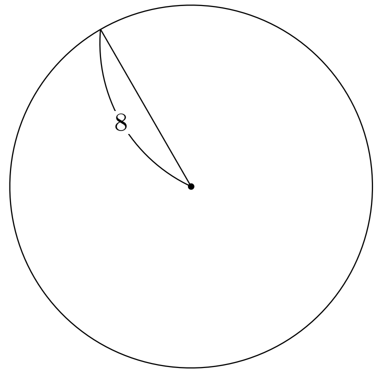
(1) このおうぎ型と同じ半径の円を描きなさい。そして、その円の円周の長さを求めなさい。

(2) (1) で描いた円とこの例題のおうぎ型を見比べてください。おうぎ型の中心角は円の中心角の何分のいくつですか。

(3) このおうぎ型の弧の長さを求めなさい。

解答

(1) この例題のおうぎ型の半径は 8 ですから、半径が 8 の円を描けばよいのですね。すると右のようになります。



では、今描いた円の周りの長さを求めることにしましょう。円周率という言葉の意味を知っている人は、「円周率」と「直径」をかければ「円周の長さ」が求められるってすぐにわかりますよね。この円の半径は 8 ですから直径は 16 ですね。ということは、円周の長さは 16π ですよね。

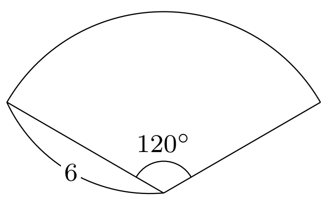
(2) おうぎ型の中心角は 60° で、円の中心角は 360° ですね。ということは、おうぎ型の中心角は円の中心角の $\dfrac{1}{6}$ ですよね。(暗算で計算しちゃったんですが、大丈夫でしたか？暗算だと困るって人はとりあえず $\dfrac{60}{360}$ って考えから約分すればいいんですよ。わかりますよね。)

(3) さっき、おうぎ型の中心角は円の中心角の $\dfrac{1}{6}$ であることがわかりました。ということは、おうぎ型の弧の長さも円周の $\dfrac{1}{6}$ ですよね。円周の長さは (1) で 16π と求められています。ですから、おうぎ型の弧の長さは、

$$16\pi \times \frac{1}{6} = \frac{8\pi}{3}$$

ですね。

問 60. 右の図を見てください。これは半径が 6 で、中心角が 120° のおうぎ型です。以下の問を順番に解くことにより、このおうぎ型の弧の長さを求めようと思います。



(1) このおうぎ型と同じ半径の円を描きなさい。そして、その円の円周の長さを求めなさい。

(2) (1) で描いた円とこの問のおうぎ型を見比べてください。おうぎ型の中心角は円の中心角の何分のいくつですか。

(3) このおうぎ型の弧の長さを求めなさい。

答えを見る

問 61. 以下のおうぎ型の弧の長さを求めなさい。

(1) 半径が 5、中心角が 60° のおうぎ型

(2) 半径が 7、中心角が 45° のおうぎ型

(3) 半径が 6、中心角が 240° のおうぎ型

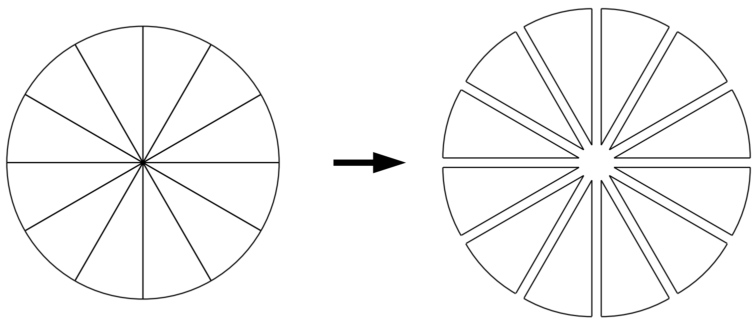
(4) 半径が 8、中心角が 108° のおうぎ型

答えを見る

4.14 おうぎ型の面積を計算するには

ここでは、おうぎ型の面積のことを考えることにします。

次の図を見てください。



これは円を 12 個の同じおうぎ型に分けているところを表しています。ではあなたに質問です。

質問 1 おうぎ型 1 つの面積は、もともとの円の面積と比べるとどれだけですか。

質問 2　おうぎ型 1 つの中心角は、もともとの円の中心角 (つまり 360°) と比べるとどれだけですか。

では 3 分待ちます。考えてください。

・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・

はい 3 分たちました。では答えです。

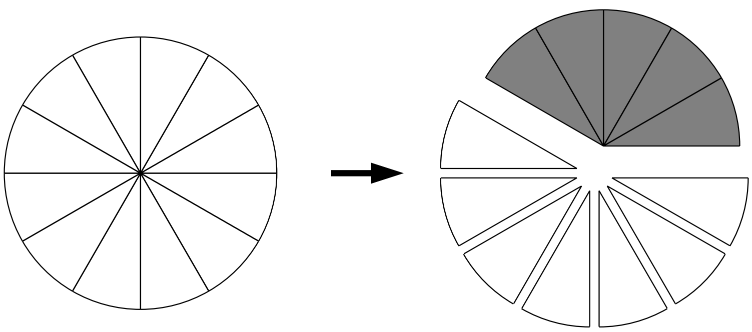
質問 1 の答え　円を 12 個の同じおうぎ型に分けたのですから、おうぎ型 1 つの面積は、もともとの円の $\frac{1}{12}$ ですね。

質問 2 の答え　円を 12 個の同じおうぎ型に分けたのですから、おうぎ型 1 つの中心角は、もともとの円の中心角 (つまり 360°) の $\frac{1}{12}$ ですね。

質問 1 と質問 2 を考えた人は、円を 12 個の同じおうぎ型に分けると、おうぎ型の面積も中心角も、もとの円の $\frac{1}{12}$ になることがわかったと思います。

では質問を続けます。

次の図を見てください。



この図の灰色のおうぎ型は、円を 12 個の同じおうぎ型に分けてから 5 個合体させて作ったものです。

質問 3　おうぎ型を 5 つ合体させてできるおうぎ型の面積は、もともとの円の面積と比べるとどれだけですか。

質問 4　おうぎ型を 5 つ合体させてできるおうぎ型の中心角は、もともとの円の中心角（つまり 360°）と比べるとどれだけですか。

では 3 分待ちます。考えてください。

・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・

・・・

はい 3 分たちました。では答えです。

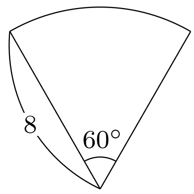
質問 3 の答え　円を等しく 12 個のおうぎ型に分けたうちの 5 個分ですから、面積はもともとの円の $\frac{5}{12}$ ですね。

質問 4 の答え　：円を等しく 12 個のおうぎ型に分けたうちの 5 個分ですから、中心角はもともとの円の中心角 (つまり 360°) の $\frac{5}{12}$ ですね。

質問 3 と質問 4 を考えた人は、円を 12 個の同じおうぎ型に分け、5 個合体させたおうぎ型を作ると、そのおうぎ型の面積も中心角も、もとの円の $\frac{5}{12}$ になることがわかったと思います。

ここまでの話、わかってもらえてでしょうか。まとめとおきます。

おうぎ型は円を分割して作ることができます。そして、おうぎ型の中心角がもとの円の中心角 (つまり 360°) の $\frac{1}{12}$ になればおうぎ型の面積ももとの円の $\frac{1}{12}$ になり、おうぎ型の中心角がもとの円の中心角 (つまり 360°) の $\frac{5}{12}$ になればおうぎ型の面積ももとの円の $\frac{5}{12}$ になるわけです。この様に、おうぎ型の中心角と面積は、もとの円と比べると、全く同じ動きをするのです。数学っぽくいうと、おうぎ型の中心角と面積は比例するのです。このことがしっかり理解できていると、円の面積とおうぎ型の中心角からおうぎ型の面積を計算することができるわけです。つまり、おうぎ型の中心角をもとにして、そのおうぎ型はもとの円の何分のいくつになっているのかを調べればよいということです。それではこの考えを使って、例題を解いてみることにしましょう。



例題 32　右の図を見てください。これは半径が 8 で、中心角が 60° のおうぎ型です。以下の問を順番に解くことにより、このおうぎ型の面積を求めようと思います。

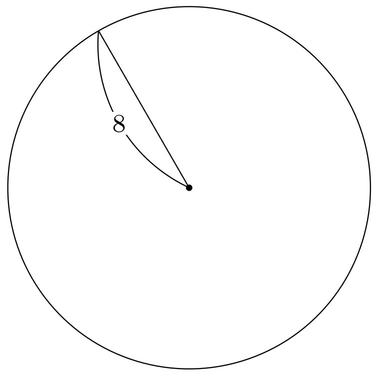
(1)　このおうぎ型と同じ半径の円を描きなさい。そして、その円の面積を求めなさい。

(2)　(1) で描いた円とこの例題のおうぎ型を見比べてください。おうぎ型の中心角は円の中心角の何分のいくつですか。

(3)　このおうぎ型の面積を求めなさい。

解答

(1) この例題のおうぎ型の半径は 8 ですから、半径が 8 の円を描けばよいのですね。すると右のようになります。



では、今描いた円の面積を求めることにしましょう。前に、「円周率」かける「半径」かける「半径」を計算すれば円の面積を求めることができるということを学習しましたね。この円の半径は 8 です。ということは、円の面積は

$$\pi \times 8 \times 8 = 64\pi$$

ですよね。

(2) おうぎ型の中心角は 60° で、円の中心角は 360° ですね。ということは、おうぎ型の中心角は円の中心角の $\dfrac{1}{6}$ ですよね。(暗算で計算しちゃったんですが、大丈夫でしたか？暗算だと困るって人はとりあえず $\dfrac{60}{360}$ って考えればいいんですよ。わかりますよね。)

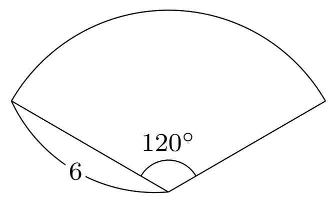
(3) さっき、おうぎ型の中心角は円の中心角の $\dfrac{1}{6}$ であることがわかりました。ということは、おうぎ型の面積も円の面積の $\dfrac{1}{6}$ ですよね。円の面積は (1) で 64π と求め

られています。ですから、おうぎ型の面積は、

$$64\pi \times \frac{1}{6} = \frac{32\pi}{3}$$

ですね。

問 62.　右の図を見てください。これは半径が 6 で、中心角が 120° のおうぎ型です。以下の問を順番に解くことにより、このおうぎ型の面積を求めようと思います。



(1) このおうぎ型と同じ半径の円を描きなさい。そして、その円の円周の長さを求めなさい。

(2) (1) で描いた円とこの例題のおうぎ型を見比べてください。おうぎ型の中心角は円の中心角の何分のいくつですか。

(3) このおうぎ型の面積を求めなさい。

答えを見る

問 63.　以下のおうぎ型の面積を求めなさい。

(1) 半径が 5、中心角が 60° のおうぎ型

(2) 半径が 7、中心角が 45° のおうぎ型

(3) 半径が 6、中心角が 240° のおうぎ型

(4) 半径が 8、中心角が 108° のおうぎ型

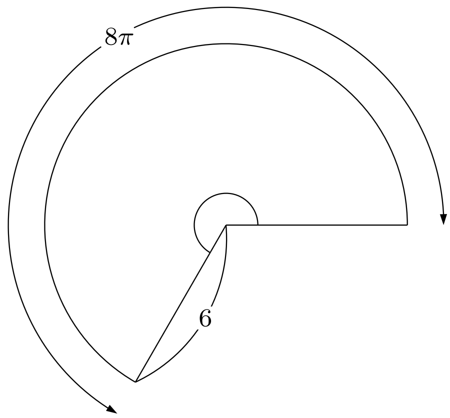
答えを見る

4.15　半径や弧の長さから、中心角を逆算してみよう

おうぎ型は円の中心を通るまっすぐな線で円を分割して作ることができまるのでしたね。（ピザを切って分けることを想像してみるとをわかりますよね。）そして、おうぎ型の中心角が円の中心角（つまり 360°）の「ナントカぶんのナントカ」であれば、おうぎ型の弧の長さも円の周りの長さの「ナントカぶんのナントカ」であるということを学びました。

つまりおうぎ型の中心角が円のおうぎ型の中心角とこの長さは比例しているのでした。このことが理解できていれば、おうぎ型の半径と弧の長さから、おうぎ型の中心角を逆算することができます。おうぎ型の弧の長さが、円の周りの長さの「何分のいくつ」になっているのか調べればよいからです。この考えを使って例題を解いてみることにしましょう。

例題 33　右の図を見てください。これは半径 が 6 で、弧の長さが 8π のおうぎ型です。以下の問を順番に解くことにより、このおうぎ型の中心角を求めようと思います。



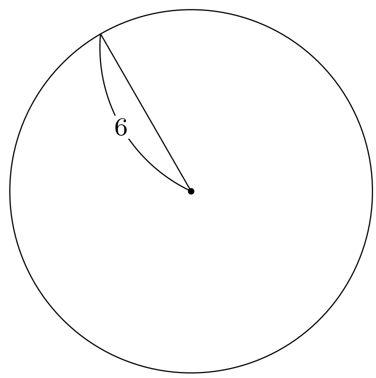
(1)　このおうぎ型と同じ半径の円を描きなさい。そして、その円の周りの長さを求めなさい。

(2)　(1) で描いた円とこの例題のおうぎ型を見比べてください。おうぎ型の弧の長さは円の周りの長さの何分のいくつですか。

(3)　このおうぎ型の中心角を求めなさい。

解答

(1) この例題のおうぎ型の半径は 6 ですから、半径が 6 の円を描けばよいのですね。すると右のようになります。



では、今描いた円の周りの長さを求めることにしましょう。円周率という言葉の意味を知っている人は、「円周率」と「直径」をかければ「円周の長さ」が求められるってすぐにわかりますよね。この円の半径は 6 ですから直径は 12 ですね。ということは、円周の長さは 12π ですよね。

(2) おうぎ型の弧の長さは 8π で、円の周りの長さは (1) で求めたように 12π ですね。ということは、おうぎ型の弧の長さは円の周りの長さの何分のいくつなのかという

と、とりあえず $\dfrac{8\pi}{12\pi}$ ですね。さらに約分していくと、

$$\frac{8\pi}{12\pi} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

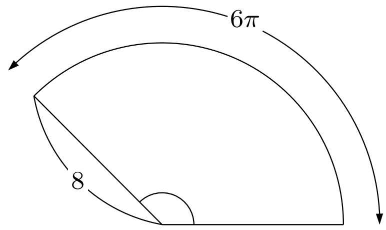
ですよね。

(3) さっき、おうぎ型の周りの長さは円の周りの長さの $\dfrac{2}{3}$ であることがわかりました。ということは、おうぎ型の中心角も円の中心角 (つまり $360°$) の $\dfrac{2}{3}$ ですよね。ですから、おうぎ型の中心角は、

$$360° \times \frac{2}{3} = 240°$$

ですね。

問 64. 右の図を見てください。これは半径 が 8 で、弧の長さが 6π のおうぎ型です。以下の問を順番に解くことにより、このおうぎ型の中心角を求めようと思います。



(1) このおうぎ型と同じ半径の円を描きなさい。
そして、その円の周りの長さを求めなさい。

(2) (1) で描いた円とこの問のおうぎ型を見比べてください。おうぎ型の弧の長さは円の周りの長さの何分のいくつですか。

(3) このおうぎ型の中心角を求めなさい。

答えを見る

問 65. 以下のおうぎ型の中心角を求めなさい。

(1) 半径が 5、弧の長さが 6π のおうぎ型

(2) 半径が 8、弧の長さが 10π のおうぎ型

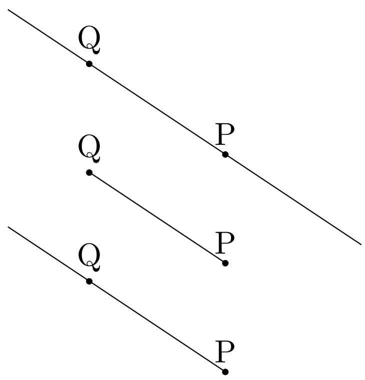
(3) 半径が 6、弧の長さが 4π のおうぎ型

(4) 半径が 9、弧の長さが 5π のおうぎ型

答えを見る

問の解答

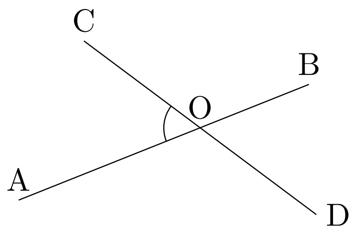
問 1. 右の図を見て、次の文の空欄に正しい言葉や記号を書きなさい。



2 つの点 P と Q を通る直線を $\boxed{\text{直線 PQ}}$ といいます。この直線で、特に P から Q までの部分だけを考えると、これは $\boxed{\text{線分 PQ}}$ と呼ばれます。また、この直線で、P からスタートして、Q の方向へまっすぐ果てしなく伸びている部分は $\boxed{\text{半直線 PQ}}$ と呼ばれます。

本文へ戻る

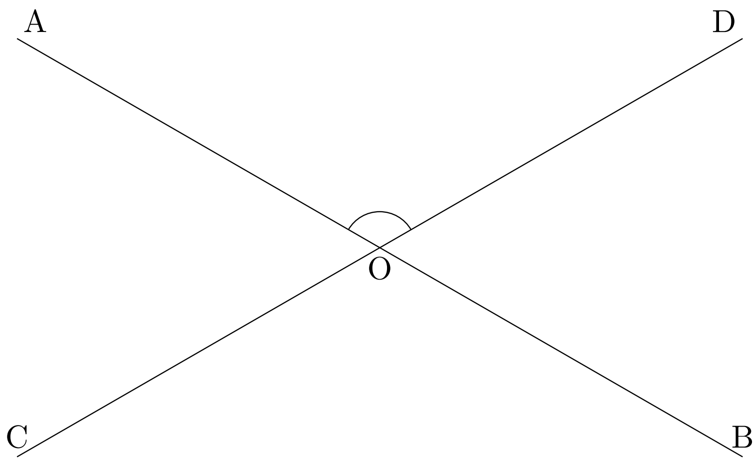
問 2. 右の図で、マークの付いている角の名前は 角 AOC です。（角 COA でも良い）



また、この角を記号で書くと ∠AOC となります。（∠COA でも良い）

本文へ戻る

問 3.



この図でマークの付いている角の大きさを分度器で測ってみてください。120° になっているはずです。というわけで、

$$\angle \mathrm{AOD} = 120^\circ$$

とか

$$\angle \mathrm{DOA} = 120^\circ$$

と答えれば良いのです。

本文へ戻る

問 4. 25 ページの**さっきの質問の答え**に説明されている手順にしたがって図を描いてください。

本文へ戻る

問 5. 28 ページの**さっきの質問の答え**に説明されている手順にしたがって図を描いてください。

本文へ戻る

問 6.

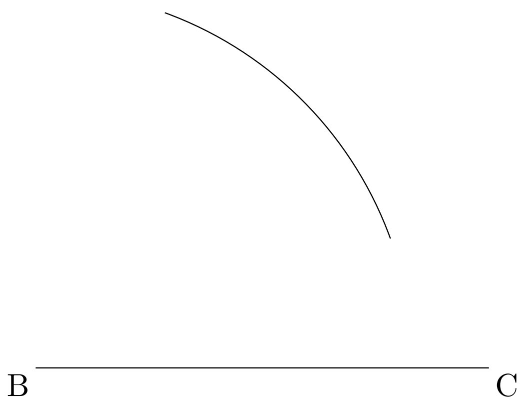
(1) 75° (2) 110°

本文へ戻る

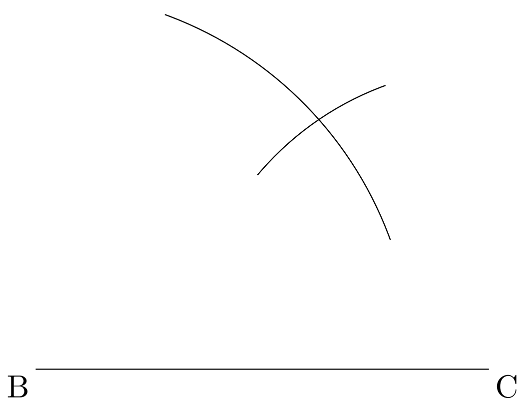
問 7. 例えば次のような手順で AB$= 5\,\mathrm{cm}$、BC$= 6\,\mathrm{cm}$、CA$= 4\,\mathrm{cm}$ である $\triangle$ABC を描いていくことができます。

手順 1　定規を使って「長さ 6 cm の辺 BC」を描きます。

手順 2　コンパスの幅を正確に 5 cm に開き、コンパスの針を点 B にさします。そしてコンパスの幅が変わらないように気をつけて、くるりと回転させ、曲線を描きます。

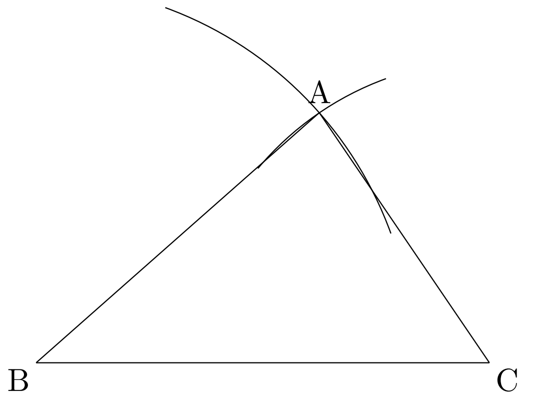


手順 3　コンパスの幅を正確に 4 cm に開き、コンパスの針を点 C にさします。そしてコンパスの幅が変わらないように気をつけて、くるりと回転させ、曲線を描きます。



手順 4　コンパスで描いた 2 つの曲線が交わる点を A とします。そして A と B を定規を使って結び、辺 AB を作ります。（A から B までの長さは 5 cm になっていますよ

ね。）また、A と C を定規を使って結び、辺 AC を作ります。（A から C までの長さは 4 cm になっていますよね。）

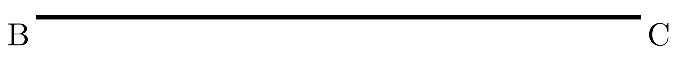


これで AB= 5 cm、BC= 6 cm、CA= 4 cm である △ABC の完成です。

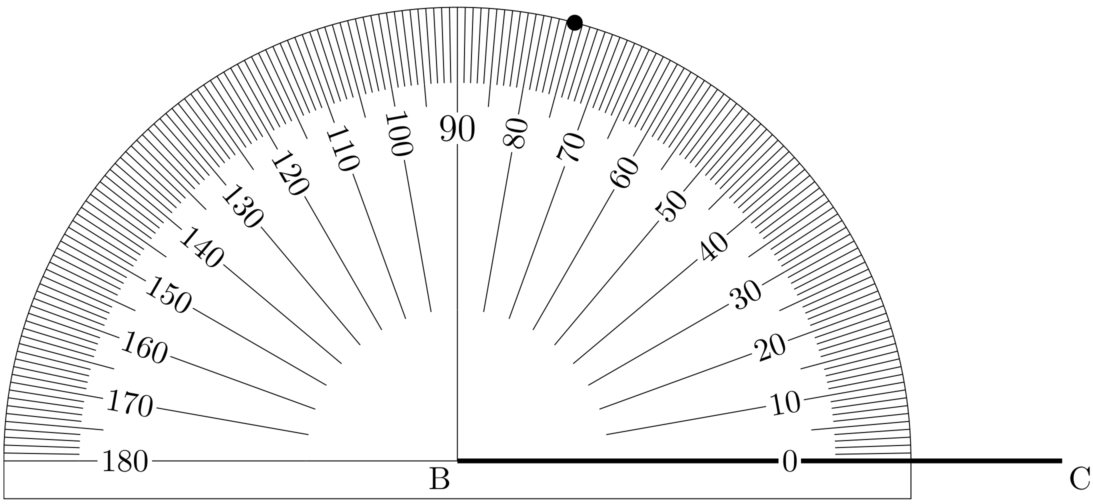
本文へ戻る

問 8. 例えば次のような手順で AB= 5 cm、BC= 8 cm、$\angle B = 75^\circ$ である △ABC を描いていくことができます。

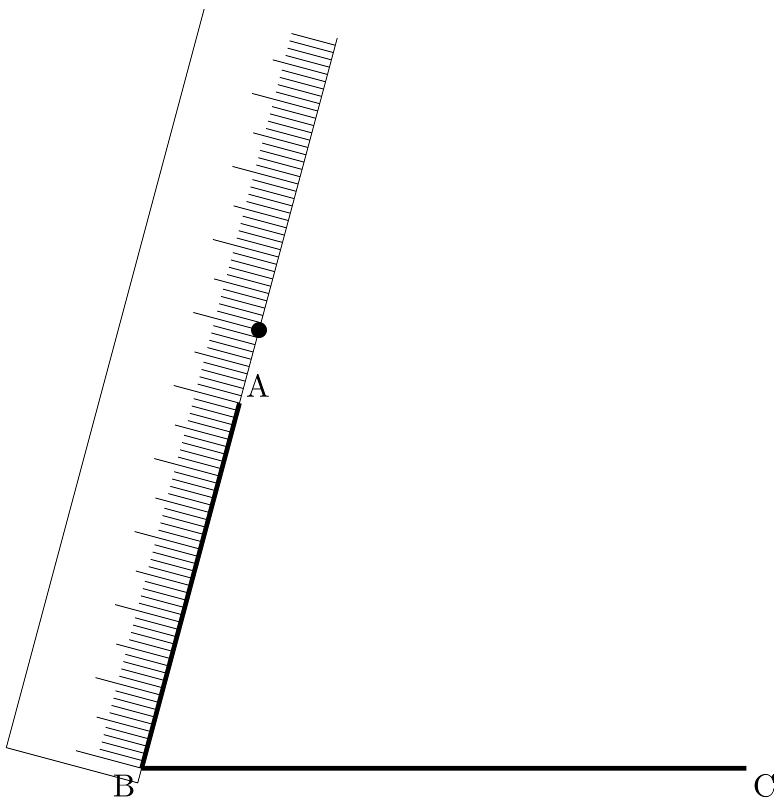
手順 1 定規を使って「長さ 6 cm の辺 BC」を描きます。



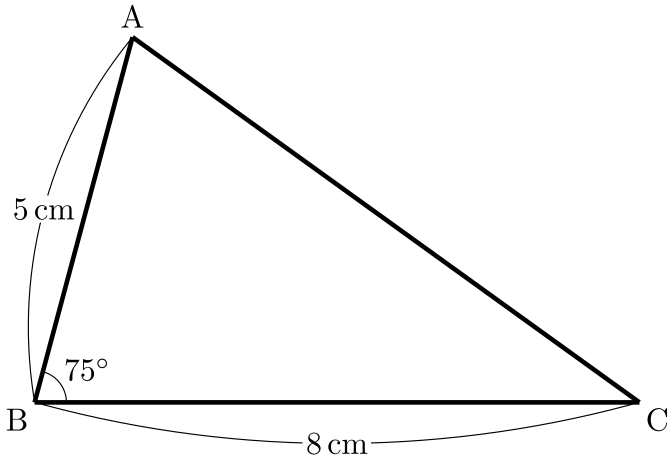
手順 2　分度器を使い、∠B が 75° になるような方向を見つけて点を打っておきます。



手順 3　定規を使い、B から手順 2 で見つけた点の方向へ線をひいて「長さ 5 cm の辺 AB」を作ります。



手順 4　最後に長さのわかっていない辺をつければ出来上がりです。もちろん、A と C を定規でまっすぐ結べばよいわけです。



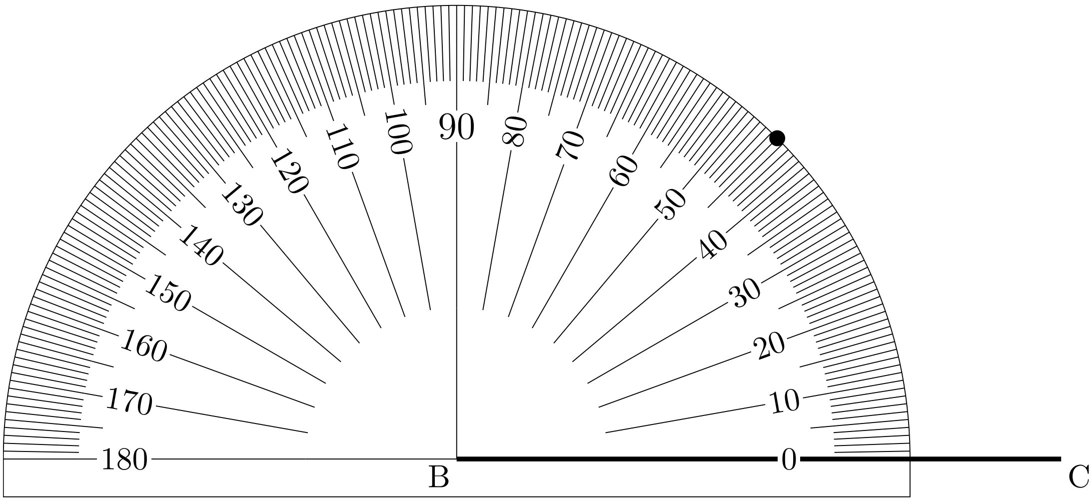
これで AB$=5\,\mathrm{cm}$、BC$=8\,\mathrm{cm}$、$\angle\mathrm{B}=75^\circ$ の $\triangle\mathrm{ABC}$ の完成です。

本文へ戻る

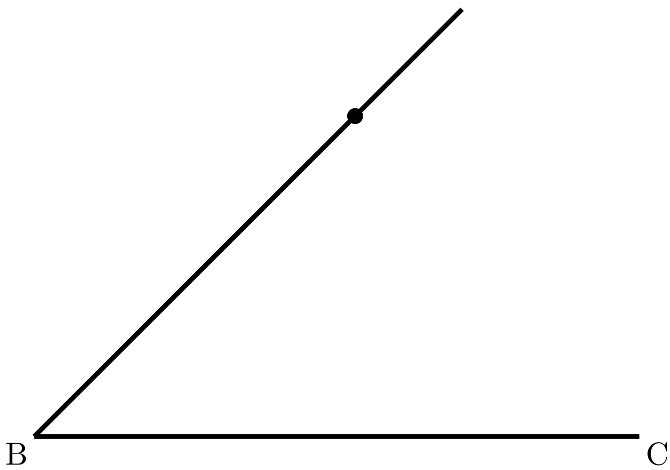
問 9. 例えば次のような手順で BC$=8\,\mathrm{cm}$、辺 BC の両端の角の大きさが、$\angle\mathrm{B}=45^\circ$、$\angle\mathrm{B}=60^\circ$ である $\triangle\mathrm{ABC}$ を描いていくことができます。

手順 1　$8\,\mathrm{cm}$ の辺 BC を定規で描きます。

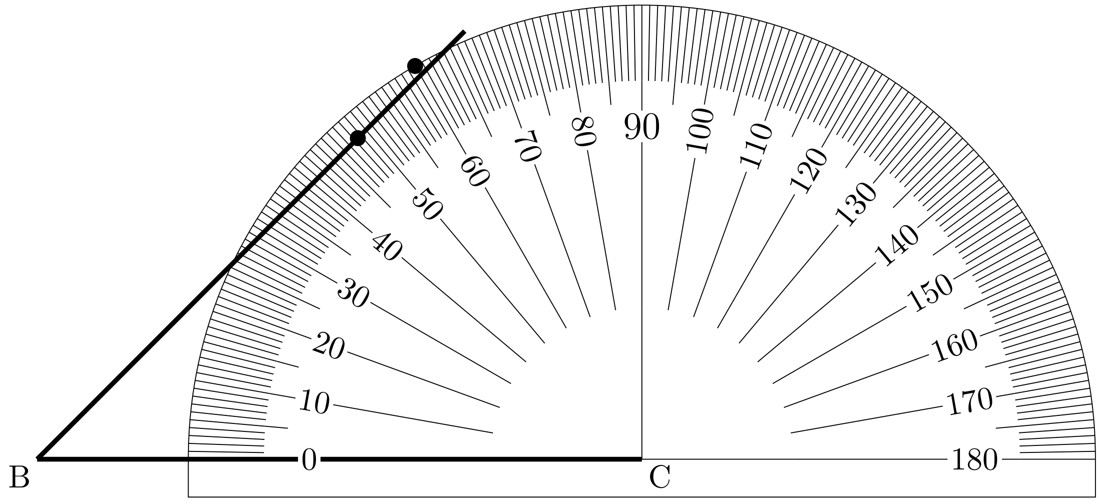
手順 2　分度器を使い、∠B が 45° になるような方向を見つけて点を打っておきます。



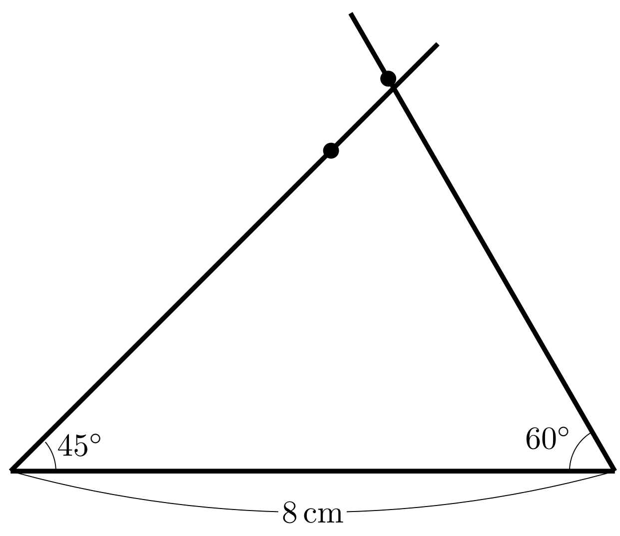
手順 3　45° の角を描くための印がついたので、定規を使って ∠B の大きさが 45° になるように、線を長めに描いておきます。



手順 4　分度器を使い、∠C が 60° になるような方向を見つけて点を打っておきます。



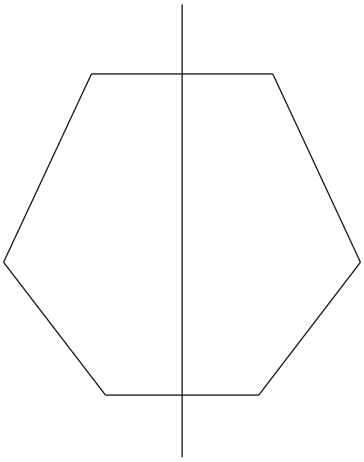
手順 5　60° の角を描くための印がついたので、定規を使って ∠C の大きさが 60° になるように、線を長めに描いておきます。

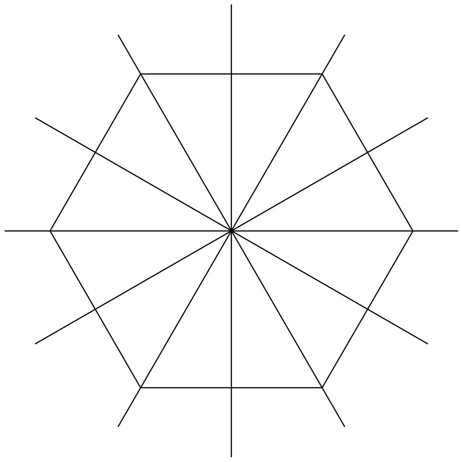


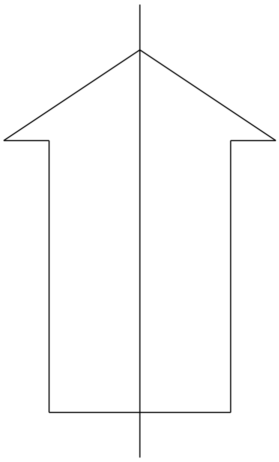
これで「BC= 8 cm、辺 BC の両端の角の大きさが ∠B = 45°、∠B = 60° である△ABC」の出来上がりです。

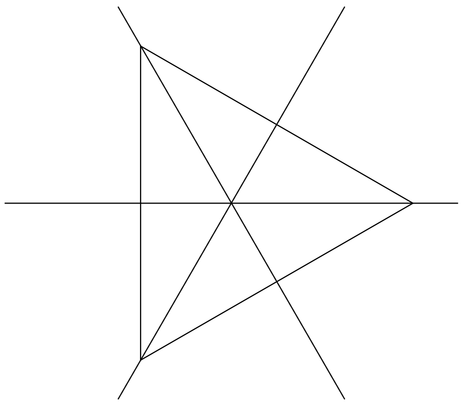
本文へ戻る

問 **10.** 対称の軸は以下のとおり



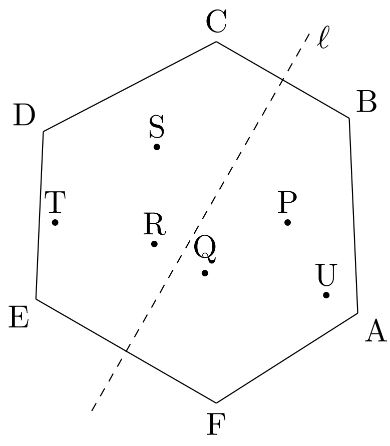






本文へ戻る

問 **11.**



(1) 点 D に対応する点は点 A です。

(2) 点 A に対応する点は点 D です。

(3) 点 F に対応する点は点 E です。

(4) 点 E に対応する点は点 F です。

(5) 点 B に対応する点は点 C です。

(6) 点 C に対応する点は点 B です。

(7) 点 P に対応する点は点 S です。

(8) 点 R に対応する点はこの図では描かれていません。

(9) 点 T に対応する点はこの図では描かれていません。

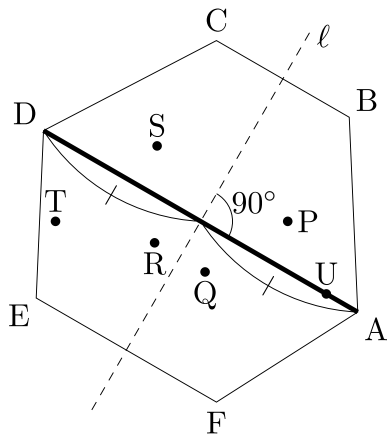
(10) 点 S に対応する点は点 P です。

(11) 点 U に対応する点はこの図では描かれていません。

(12) 点 Q に対応する点は点 R です。

本文へ戻る

問 12.



(1) 点 A と対称な点は D です。

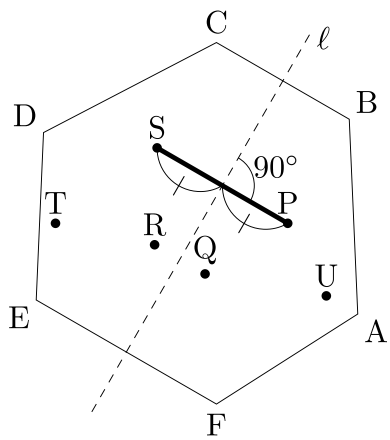
(2) 右の図に、「点 A と、点 A に対称な点を結んでできる線分」は右図の線分 AD です。

(3) (2) で描いた線分（つまり線分 AD）と対称の軸 ℓ が交わってできる 4 つの角の大きさはどれも 90° です。

(4) 「 (2) で描いた線分（つまり線分 AD）と対称の軸 ℓ が交わってできる点から A までの距離」と、「 (2) で描いた線分（つまり線分 AD）と対称の軸 ℓ が交わってできる点から点 A に対称な点（つまり D）までの距離」は同じです。

本文へ戻る

問 13.



(1) 点 P と対称な点は S です。

(2) 右の図に、点 P と、点 P に対称な点を結んでできる線分は右図の線分 SP です。

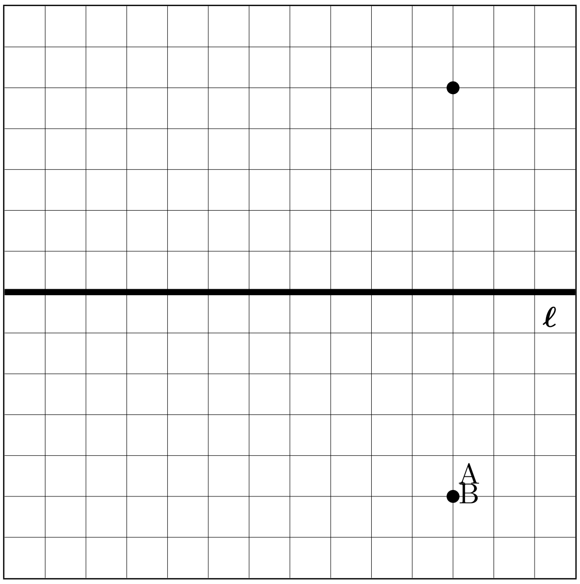
(3) (2) で描いた線分と対称の軸 ℓ が交わってできる 4 つの角の大きさはすべて 90° です。

(4) 「(2) で描いた線分と対称の軸 ℓ が交わってできる点から P までの距離」と、「(2) で描いた線分と対称の軸 ℓ が交わってできる点から S までの距離」は同じです。

本文へ戻る

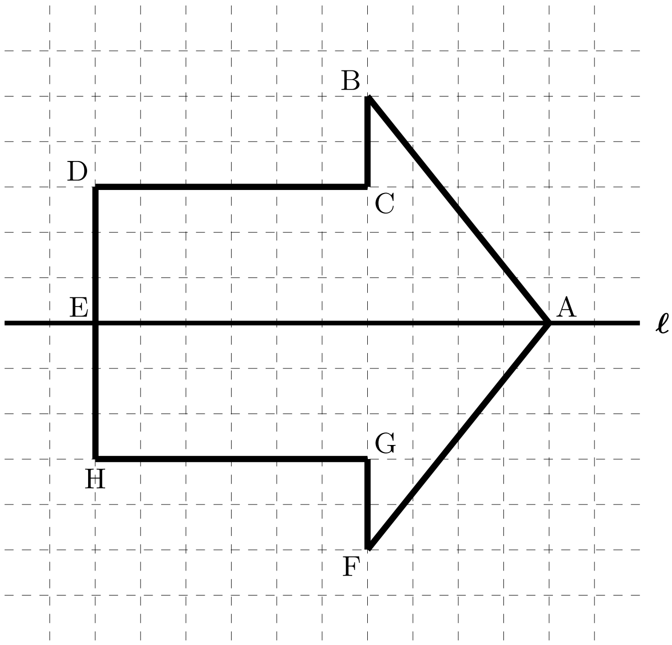
問 14. 例題 6 と同じようにすると点 B の場所を見つけることができます。 本文へ戻る

問 15. 対称の軸 ℓ に関して点 A に線対称な点はこの図の B です。



本文へ戻る

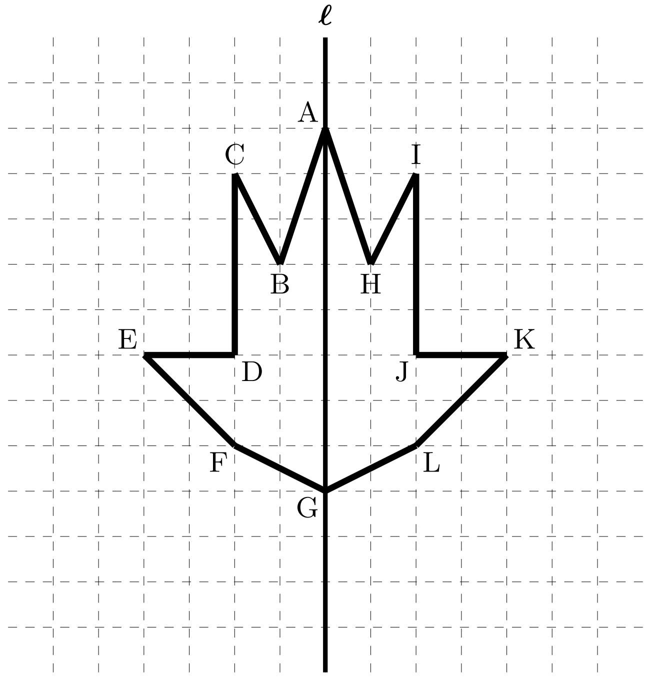
問 16. 右の図のようになります。



本文へ戻る

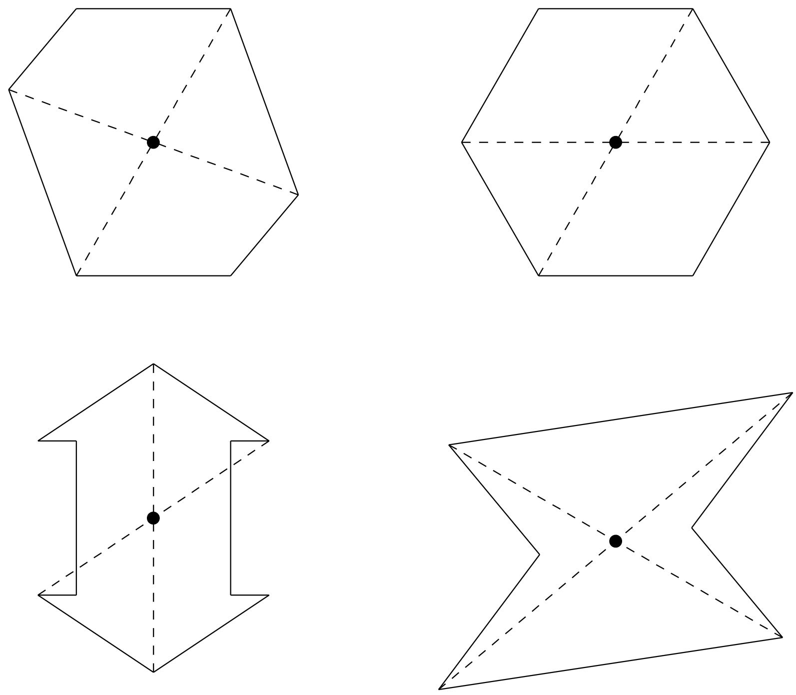
問 17.

右の図のようになります。



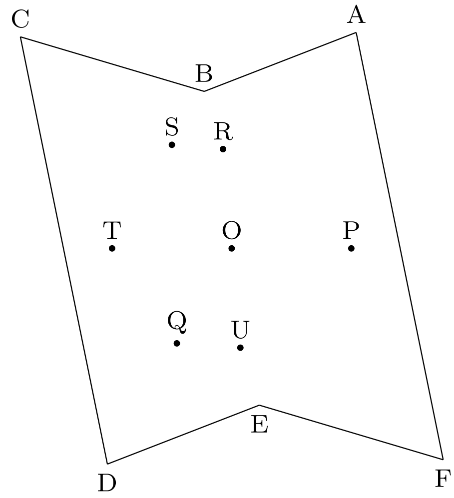
本文へ戻る

問 18. それぞれの図形の対称の中心は、以下の図での黒丸が打たれている場所です。



本文へ戻る

問 19.



(1) 点 D に対応する点は A です。

(2) 点 A に対応する点は D です。

(3) 点 F に対応する点は C です。

(4) 点 E に対応する点は B です。

(5) 点 B に対応する点は E です。

(6) 点 C に対応する点は F です。

(7) 点 P に対応する点は T です。

(8) 点 R に対応する点は U です。

(9) 点 T に対応する点は P です。

(10) 点 S に対応する点はこの図には描かれていません。

(11) 点 U に対応する点は R です。

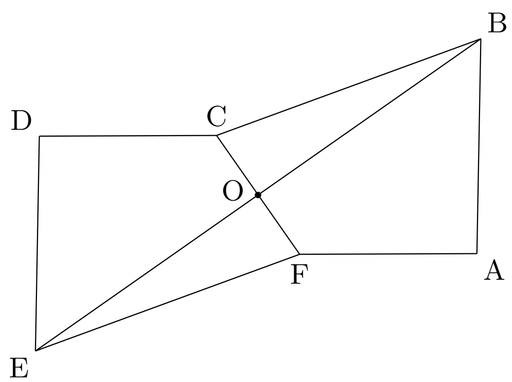
(12) 点 Q に対応する点はこの図には描かれていません。

本文へ戻る

問 20.

(1) 対称な点を結んでみましょう。

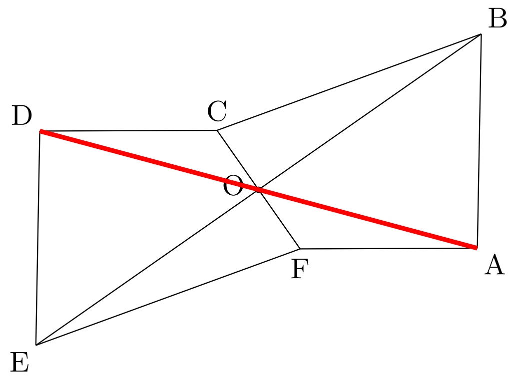
例えば B と E を結んで線分 BE を作り、また例えば C と F を結んで線分 CF を作ると右の図のようになります。



今描いた 2 つの線分の交点が対称の中心 O なのです。それはなぜなのか説明しておきましょう。**??**ページの「重要な事実」の (1) で学んだように、対応する 2 つの点をまっすぐ結んで線分を作ると、この線分は必ず対称の中心を通ります。ですから、対応する 2 つの点をまっすぐ結んでできる線分を 2 本作ればその交点が対称の中心になっているはずなのです。

(2) 点 A と対称な点は D ですね。

(3) 点 A と、点 A に対称な点（つまり D）を結んでできる線分を描くと右のようになります。（他の線分と区別しやすいように赤で描いておきました。）



(4) (3) で描いた線分は対称の中心を通っていますよね。

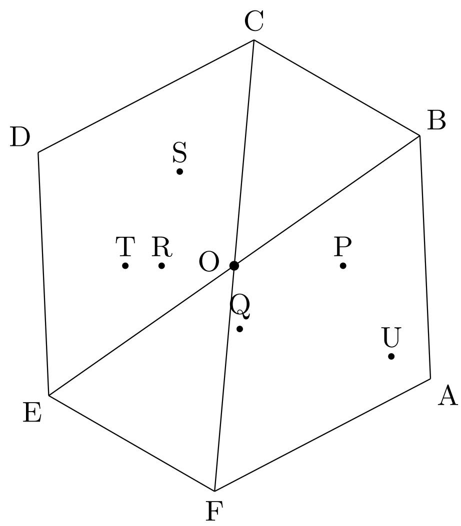
(5) A から 対称の中心までの距離と、A に対称な点 (つまり D) から対称の中心までの距離を定規で測ると、距離は同じになっていいるはずです。

本文へ戻る

問 21.

(1) 対称な点を結んでみましょう。

例えば B と E を結んで線分 BE を作り、また例えば C と F を結んで線分 CF を作ると右の図のようになります。

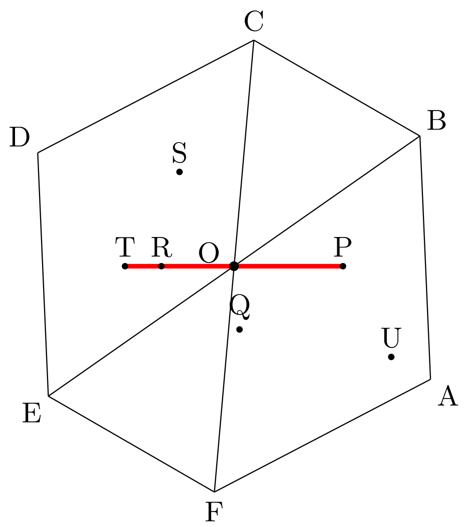


今描いた 2 つの線分の交点が対称の中心 O なのです。それはなぜなのか説明しておきましょう。**??**ページの「重要な事実」の (1) で学んだように、対応する 2 つの点をまっすぐ結んで線分を作ると、この線分は必ず対称の中心を通ります。ですから、対応する 2 つの点をまっすぐ結んでできる線分を 2 本作ればその交点が対称の中心になっているはずなのです。

(2) 点 P と対称な点は T です。(R だと思った人もいるかもしれません。でも R じゃ

ないんですよ。定規で距離を測ってみてください。)

(3) 点 P と、点 P に対称な点（つまり T）を結んでできる線分を描くと右のようになります。(他の線分と区別しやすいように赤で描いておきました。)



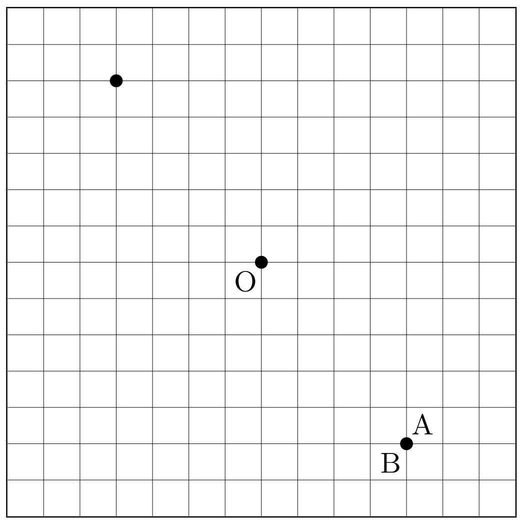
(4) (3) で描いた線分は対称の中心を通っていますよね。

(5) P から 対称の中心までの距離と、P に対称な点 (つまり T) から対称の中心までの距離を定規で測ると距離は同じになっているはずです。

本文へ戻る

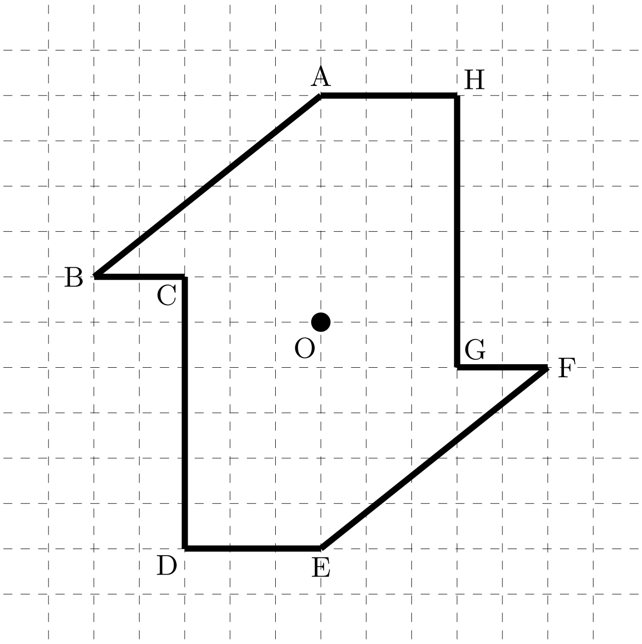
問 22. 例題 11 と同じようにすると点 B の場所を見つけることができます。 本文へ戻る

問 23. 対称の中心 O に関して点 A に線対称な点はこの図の B です。



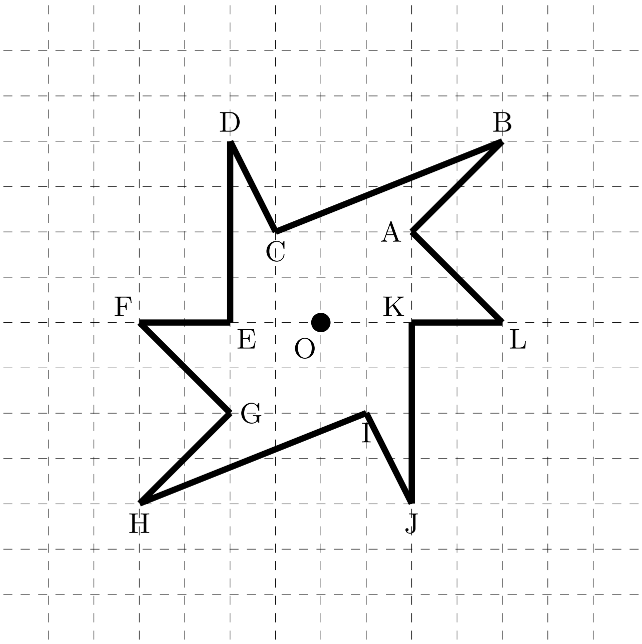
本文へ戻る

問 24.



本文へ戻る

問 25.

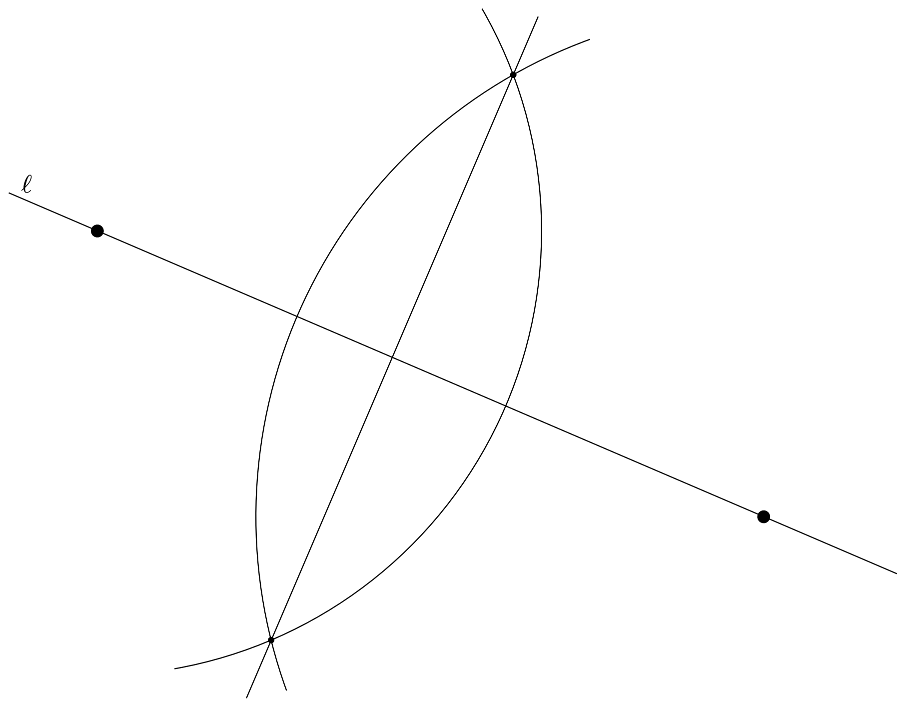


本文へ戻る

問 26.

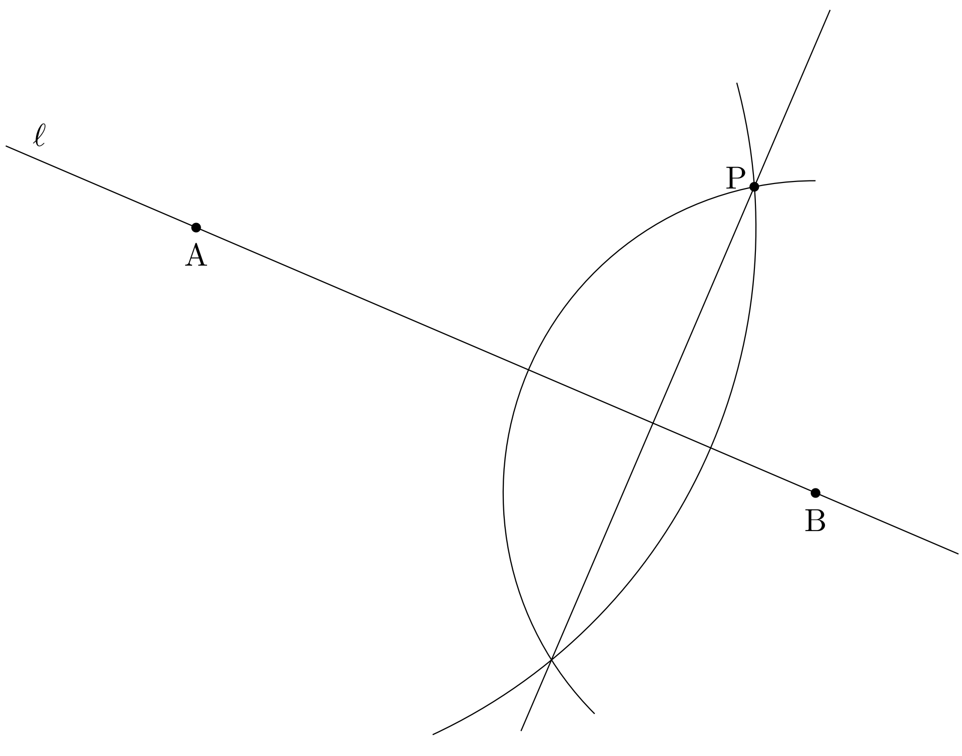
(1) 2.2.1 ページから 2.2.1 ページの説明を理解してください。

(2) 例えば次の図のようになります。



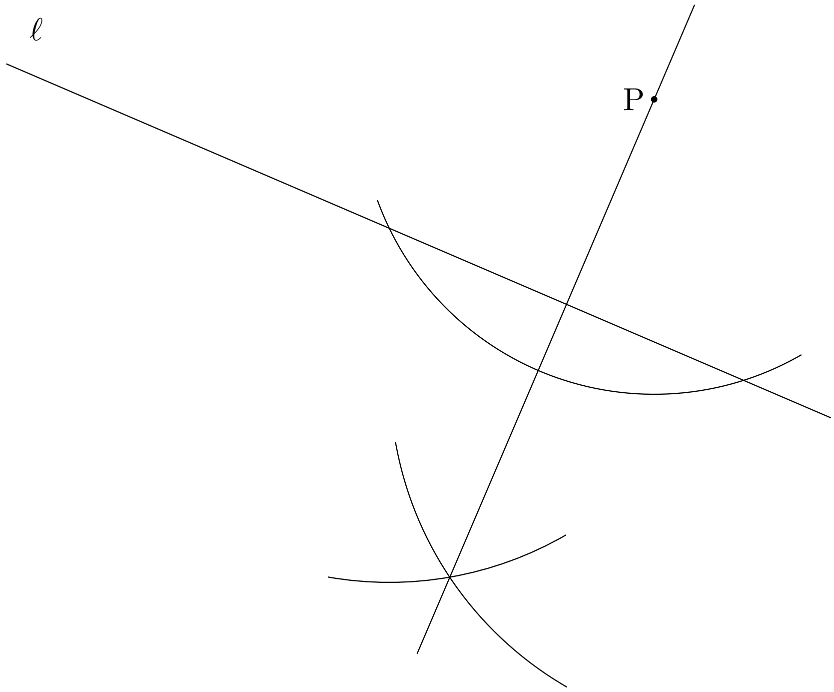
本文へ戻る

問 27. 例えば次のようになります。



本文へ戻る

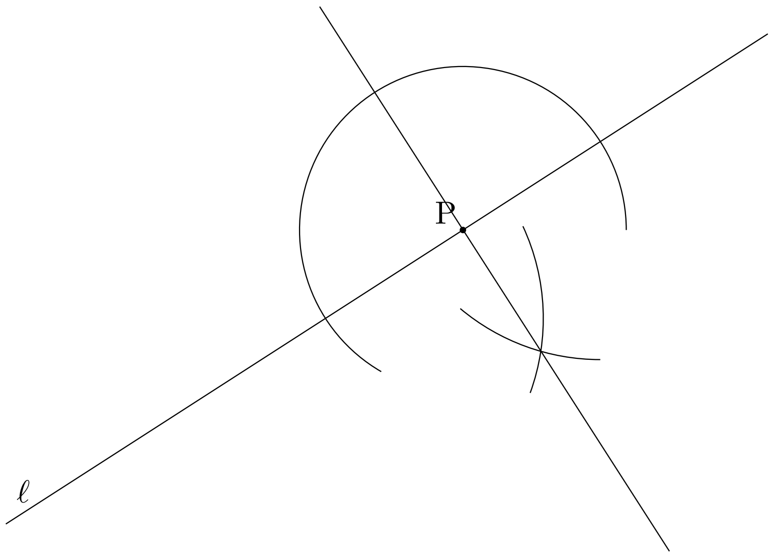
問 28. 例えば次の図のようになります。



本文へ戻る

問 29. 109 ページから 111 ページまでの説明通りに作図してください。 本文へ戻る

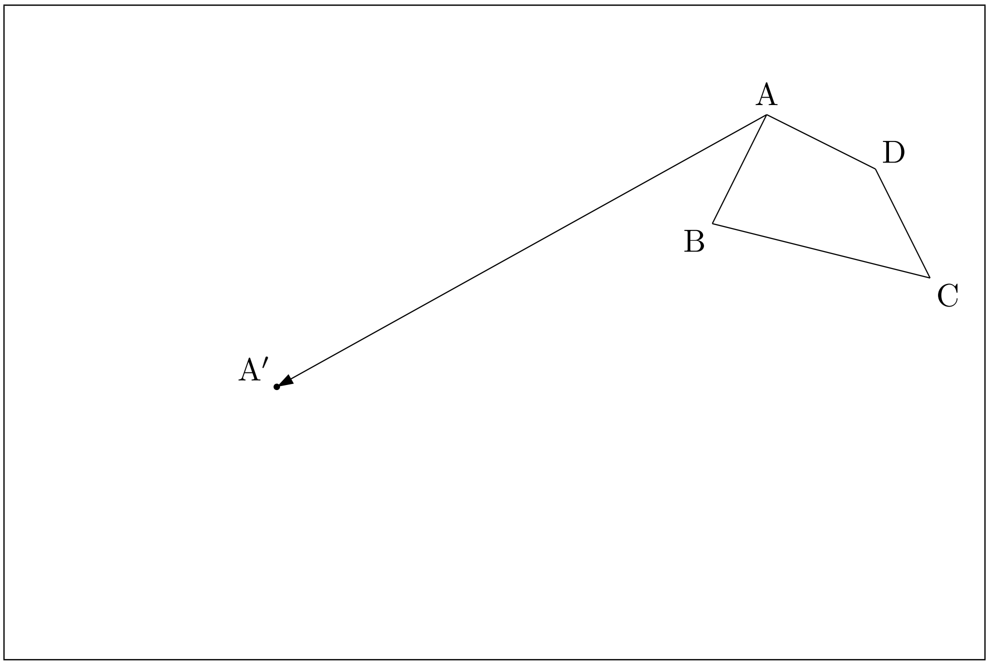
問 30. 例えば、次の図のようになります。



本文へ戻る

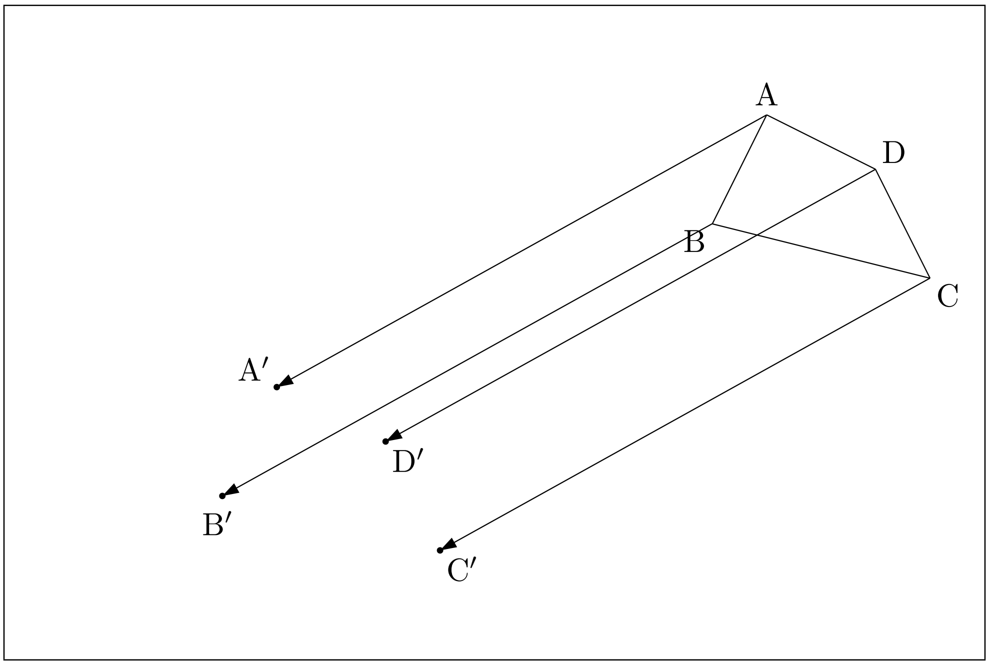
問 31.

(1) A から A′ へ向けた矢印を図に描くと、次の図のようになりますね。

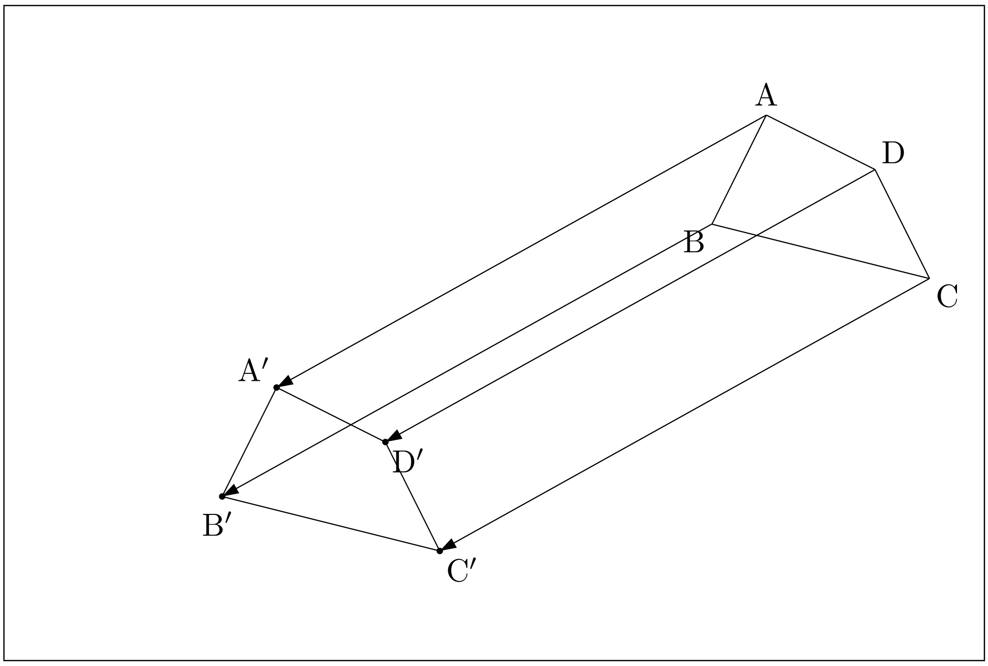


(2) 平行移動では、初めの図形の上にあるどの点も同じ方向へ同じ距離移動するのでしたね。ですから「(1) で描いた矢印と同じ向きで同じ長さの矢印」を点 B、点 C、点 D から伸ばし、矢印の先端の所をそれぞれ点 B′ 点 C′、点 D’ とすればよいですね。

(3) (2) で考えたように矢印を描くと、次の図のようになりますね。



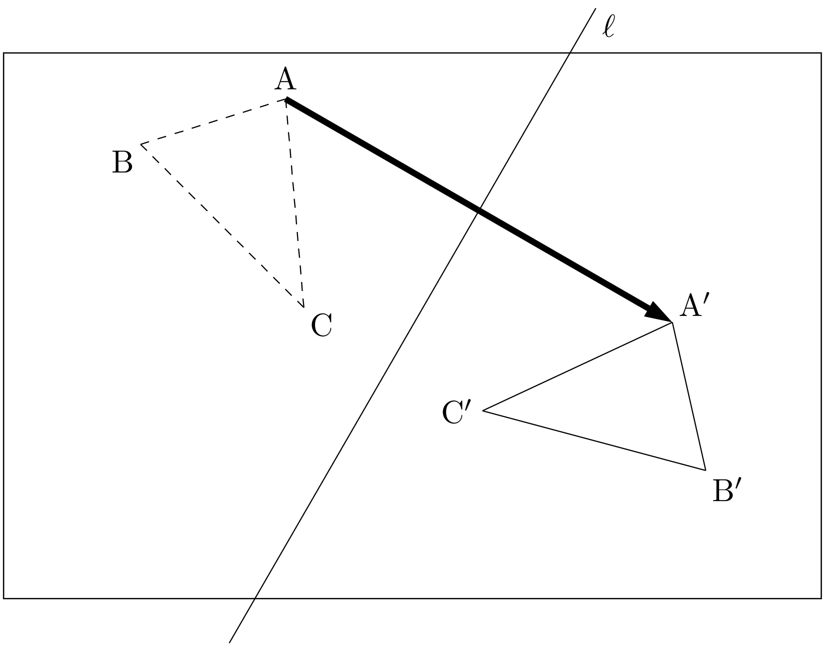
(4) (3) で見つけた点 A′、点 B′、点 C′ を結べばよいですね。次の図のようになります。



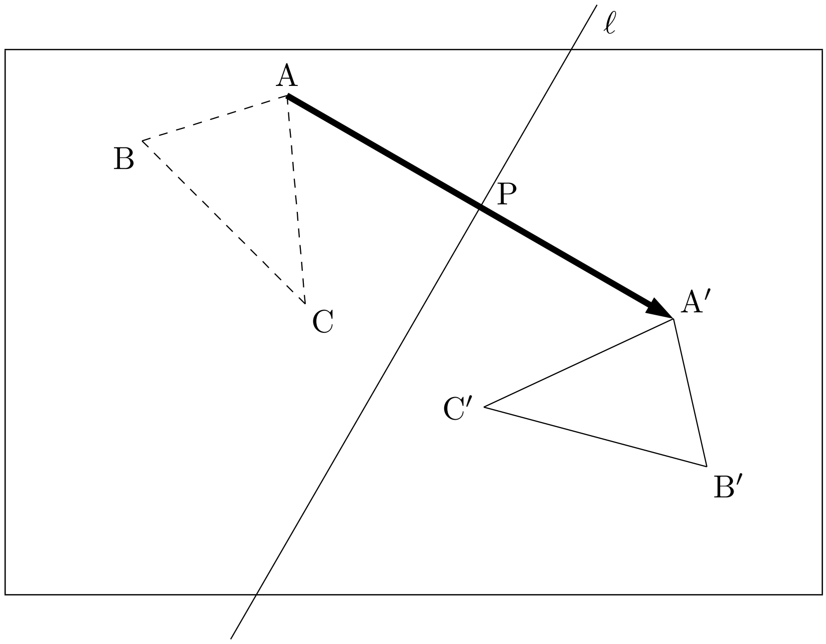
本文へ戻る

問 32.

(1) この図の点 A と点 A′ を結んで線分 AA′ を描くと次の図のようになります。



(2) 線分 AA′ と直線 ℓ の交点を P と呼ぶことにしたのでしたね。次の図を見てください。

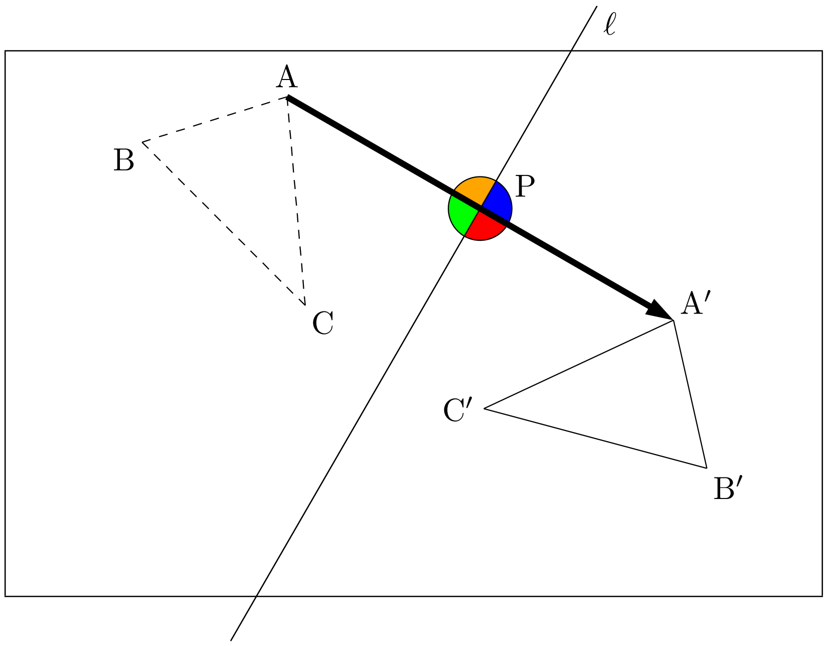


線対称についてしっかり学んだことがある人は、

線分 AP と線分 A′P の長さは同じである

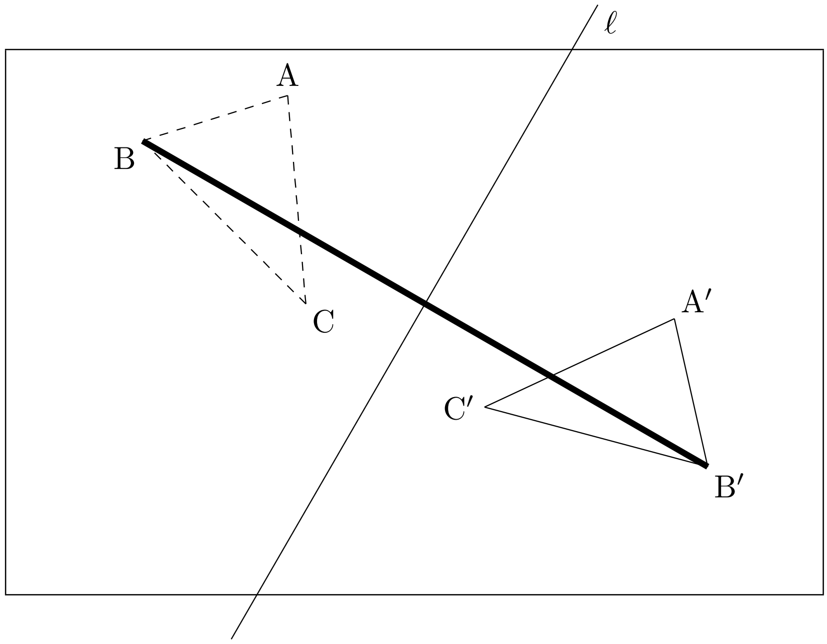
と断言できますね。

(3) 次の図を見てください。線分 AA′ と直線 ℓ の交点 P の周にできた 4 つの角に色を付けておきました。

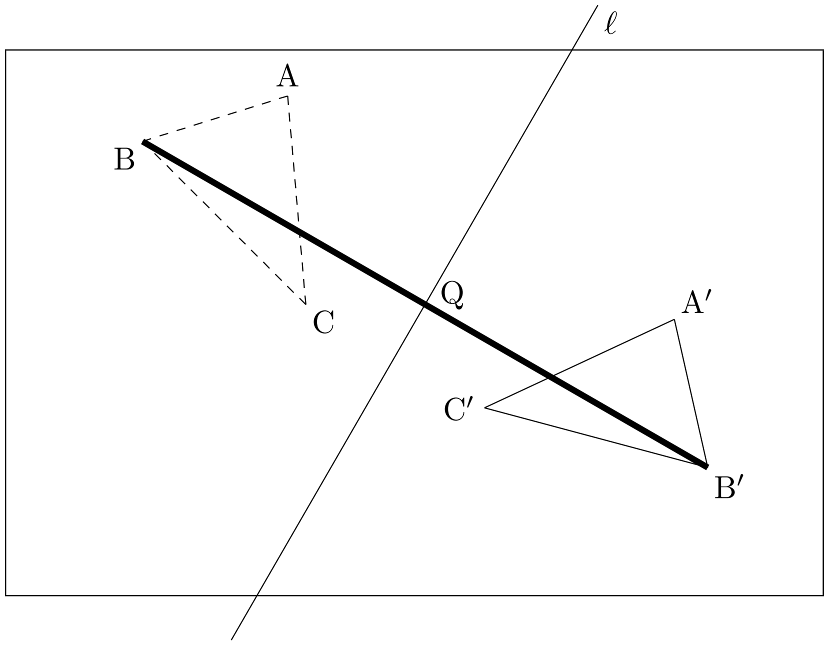


この 4 つの角の大きさはどれも 90° ですね。

(4) この図の点 B と点 B′ を結んで線分 BB′ を描くと次の図のようになります。



(5) 線分 BB′ と直線 ℓ の交点を Q と呼ぶことにたのでしたね。次の図を見てください。

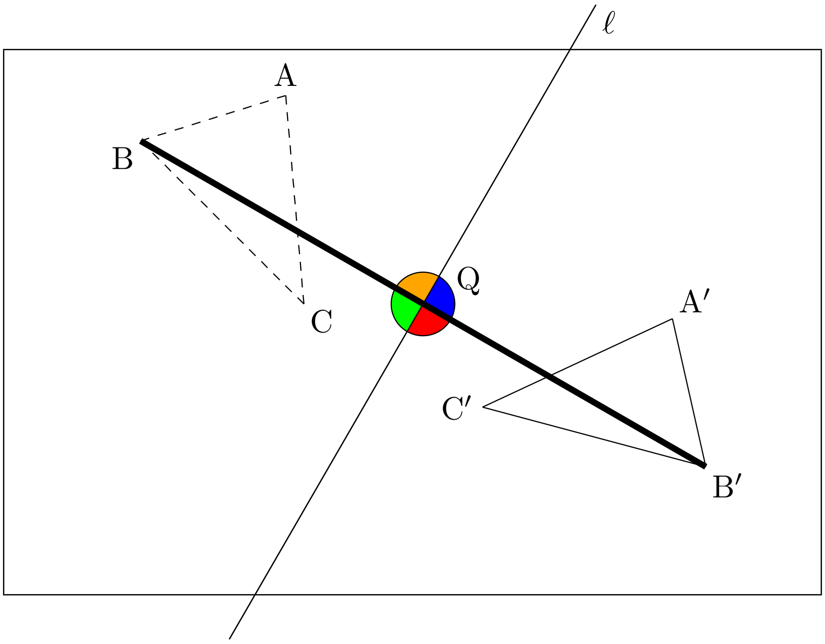


線対称についてしっかり学んだことがある人は、

線分 BQ と線分 B′Q の長さは同じである

と断言できますね。

(6) 次の図を見てください。線分 BB′ と直線 ℓ の交点 Q の周にできた 4 つの角に色を付けておきました。



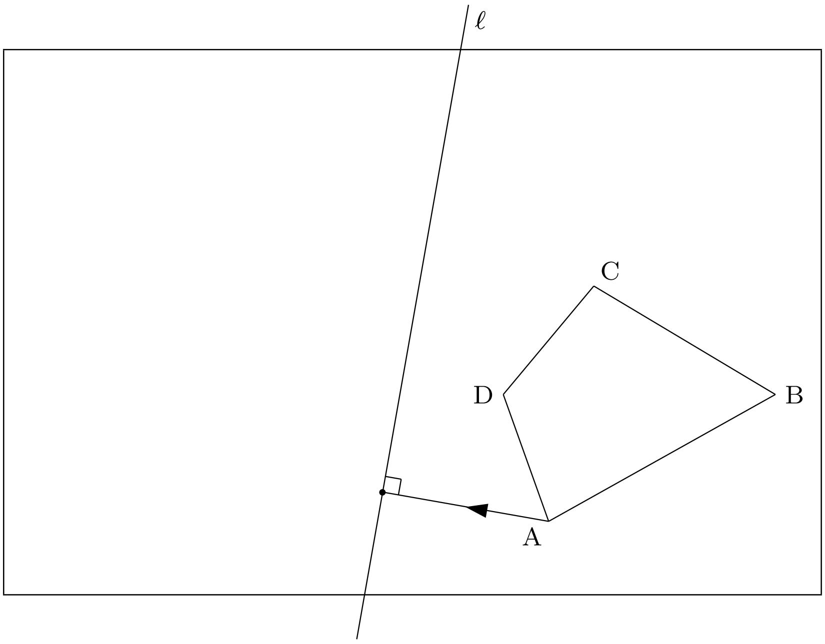
この 4 つの角の大きさはどれも 90° ですね。

本文へ戻る

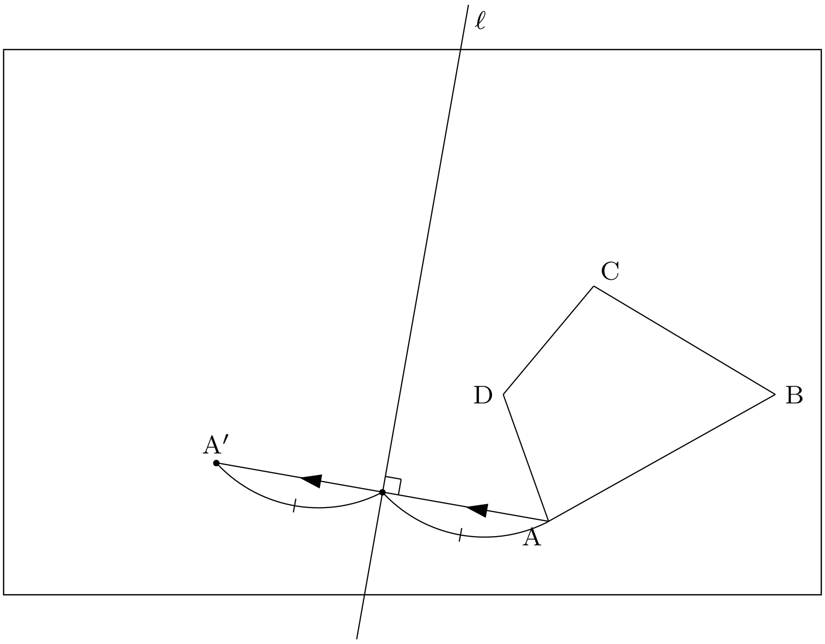
問 33.

(1) それでは、点 A がどこに移るのか突き止めることにします。

まず次の図のように、点 A から対称の軸 ℓ へ向かって垂直になるように進みます。

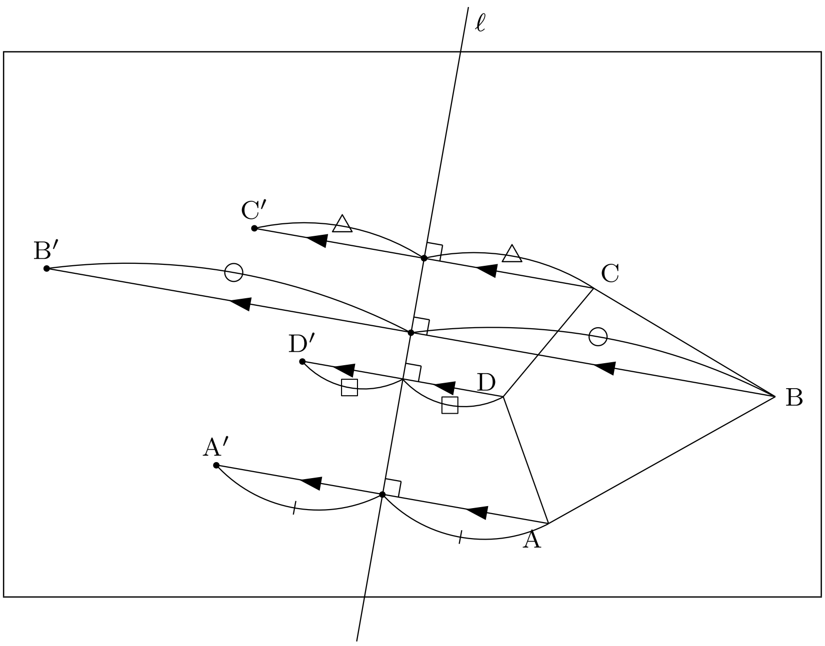


今度は次の図のように、さっきたどり着いた点から、向きを変えないでまっすぐ、さっきと同じ距離だけ進みます。

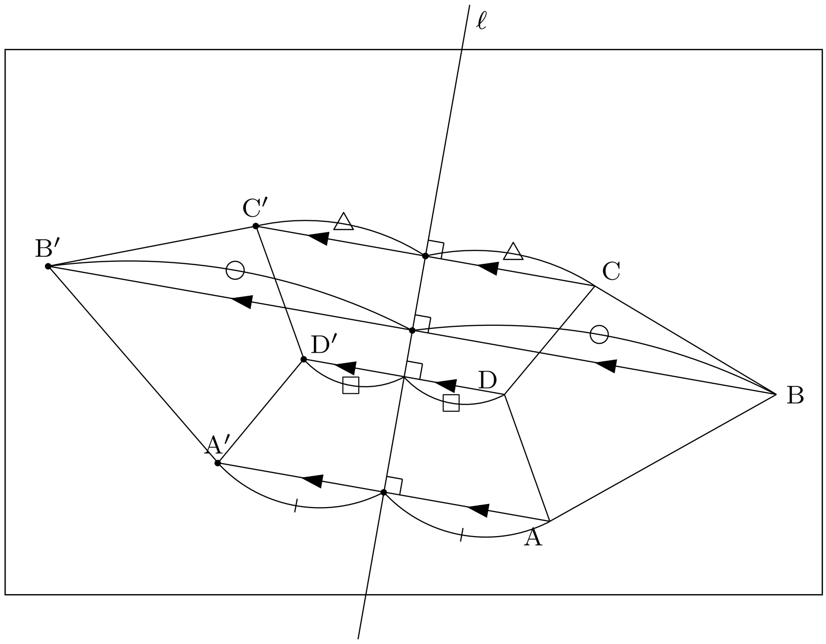


このようにして点 A′ の場所を見つけることができます。

B が移っていく場所や C が移っていく場所や D が移っていく場所も同じようにして見つけることができます。次の図のようになります。



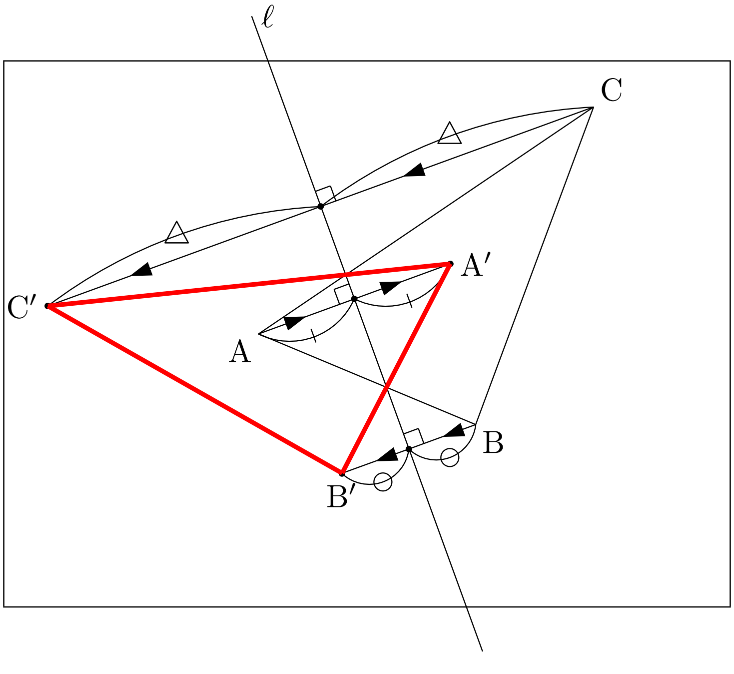
(2) あなたが (1) で見つけた点 A′、点 B′、点 C′、点 D′ を結べばよいですね。次の図のようになります。



これで四角形 ABCD を直線 ℓ に関して対称移動した四角形 A’B’C’D′ の完成です。

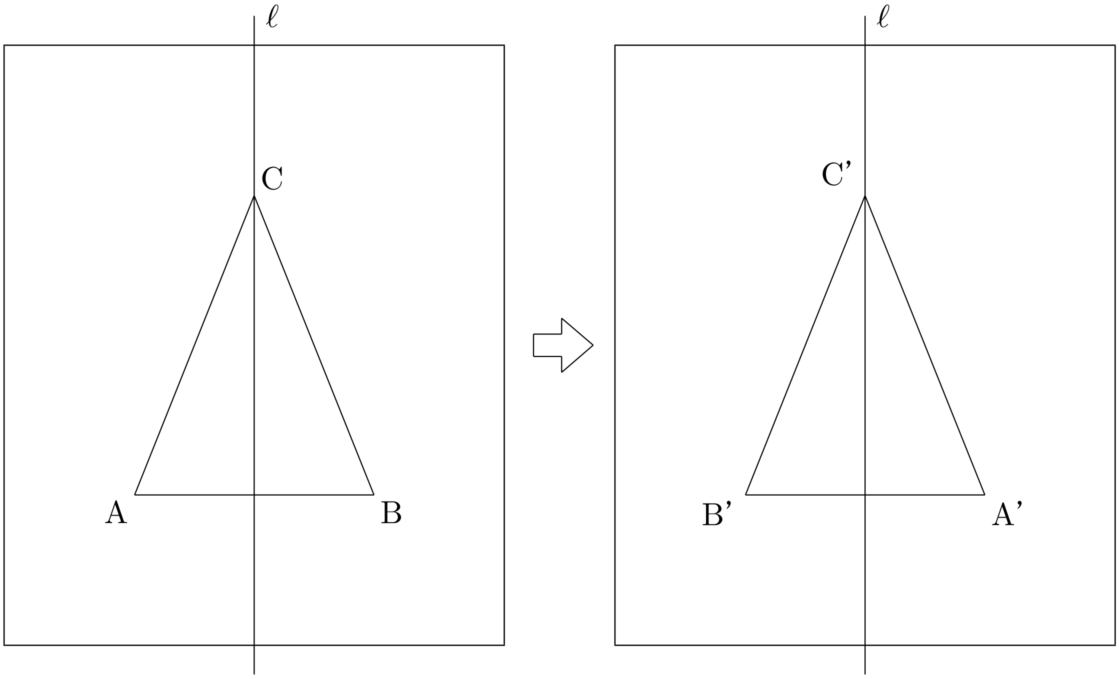
本文へ戻る

問 34. 次の図を見てください。三角形 ABC を直線 ℓ に関して対称移動すると、赤で描かれている三角形 A’B’C’ に移動します。



本文へ戻る

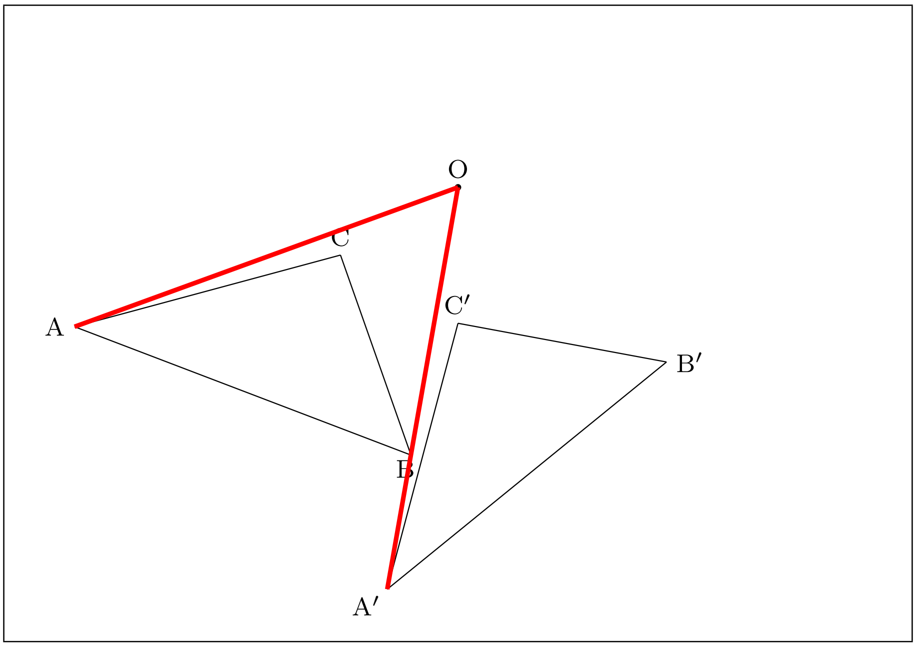
問 35. この問題では、直線 ℓ は辺 AB の真ん中の点で垂直に交わっているのでしたね。そうすると、直線 ℓ に関する対称移動で、A は B の位置へ移動し、B は A の位置へ移動し、C は動きません。よって、三角形 ABC を直線 ℓ に関して対称移動をして三角形 A'B'C' を作ると次の図のようになります。



本文へ戻る

問 36.

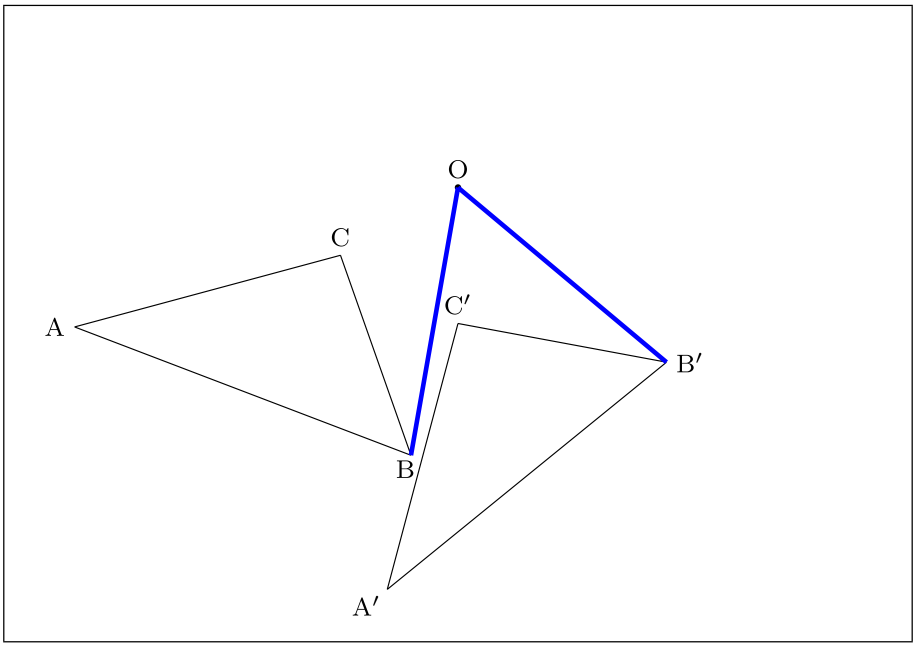
(1) 点 O と点 A を結んで線分 OA を描き、点 O と点 A' を結んで線分 OA' を描くと次の図のようになります。



(2) 角 AOA′ の大きさは 60° です。分度器を使って測って確認してください。

(3) 線分 OA の長さと線分 OA′ の長さは同じです。定規やコンパスを使って長さを比べてみてください。

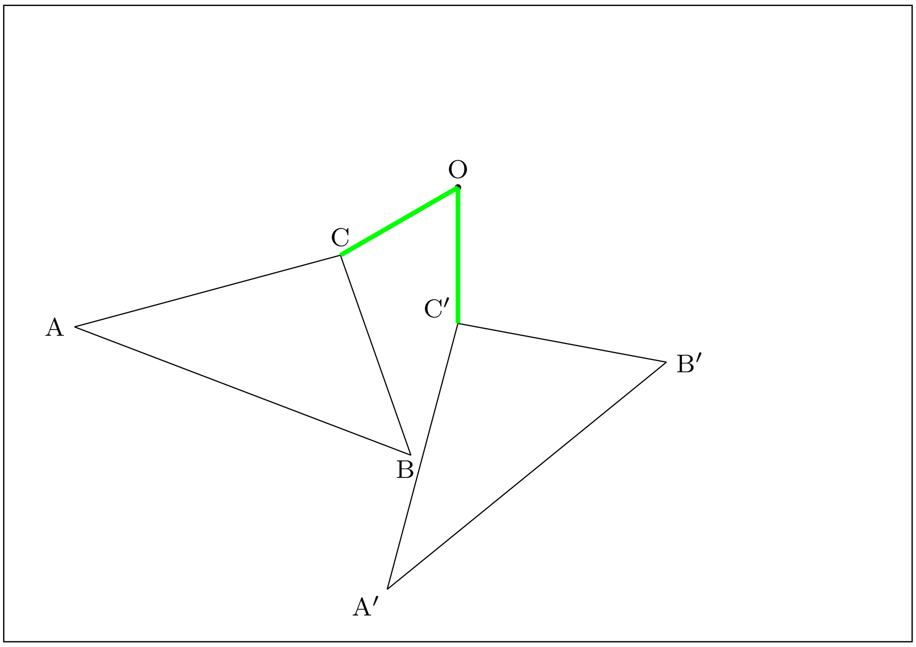
(4) 点 O と点 B を結んで線分 OB を描き、点 O と点 B′ を結んで線分 OB′ を描くと次の図のようになります。



(5) 角 BOB′ の大きさは 60° です。分度器を使って測って確認してください。

(6) 線分 OB の長さと線分 OB′ の長さは同じです。定規やコンパスを使って長さを比べてみてください。

(7) 点 O と点 C を結んで線分 OC を描き、点 O と点 C′ を結んで線分 OC′ を描くと次の図のようになります。



(8) 角 COC′ の大きさは 60° です。分度器を使って測って確認してください。

(9) 線分 OC の長さと線分 OC′ の長さは同じです。定規やコンパスを使って長さを比べてみてください。

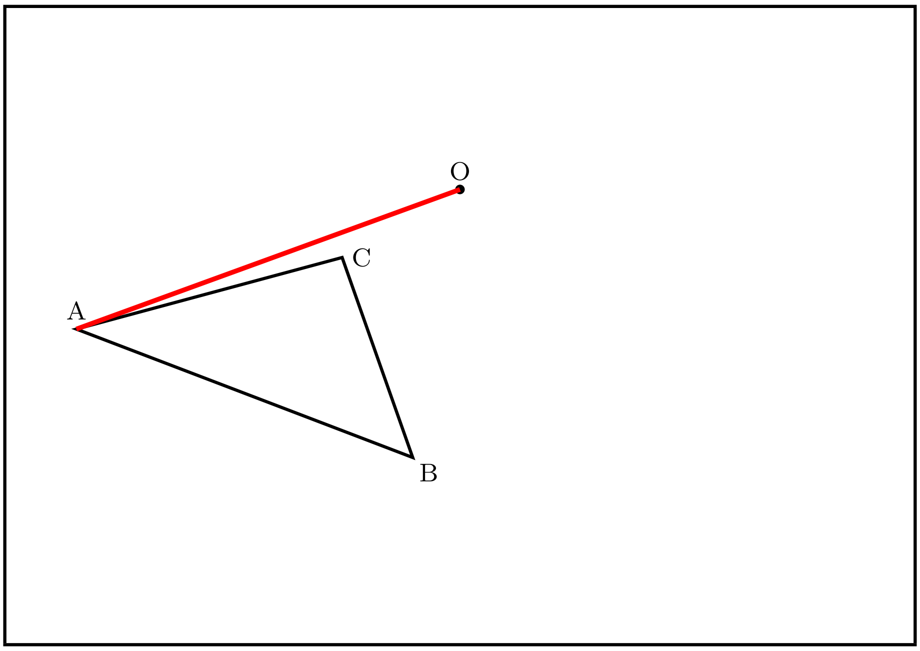
(10) (1) から (9) で、頂点 A、B、C は O からの距離を変えずに O の周りに 60° 回転していると頂点 A'、B'、C' に移るということが確認できました。ですからきっと、三角形 ABC を O の周りに 60° 回転移動すると三角形 A'B'C' に移ると言っても大丈夫なようです。

本文へ戻る

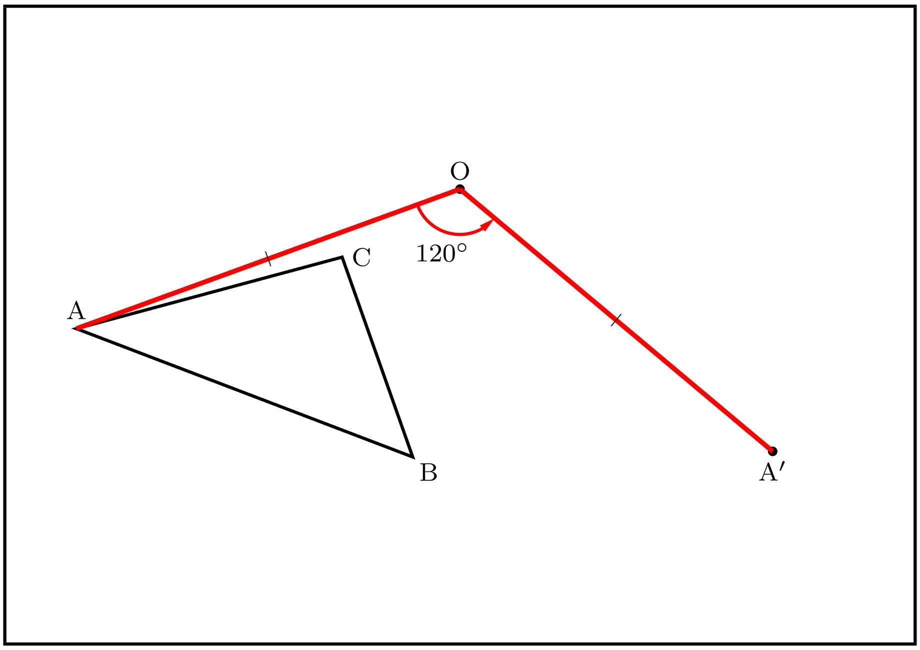
問 37.

(1) 回転移動では図形の上にあるどの点も、回転の中心からの距離を変えずに、同じ角度回転するのでしたね。そこで、分度器とコンパスを使うことにしましょう。

まず、この回転移動で頂点 A がどこに移動するのか考えてみます。次の図を見てください。



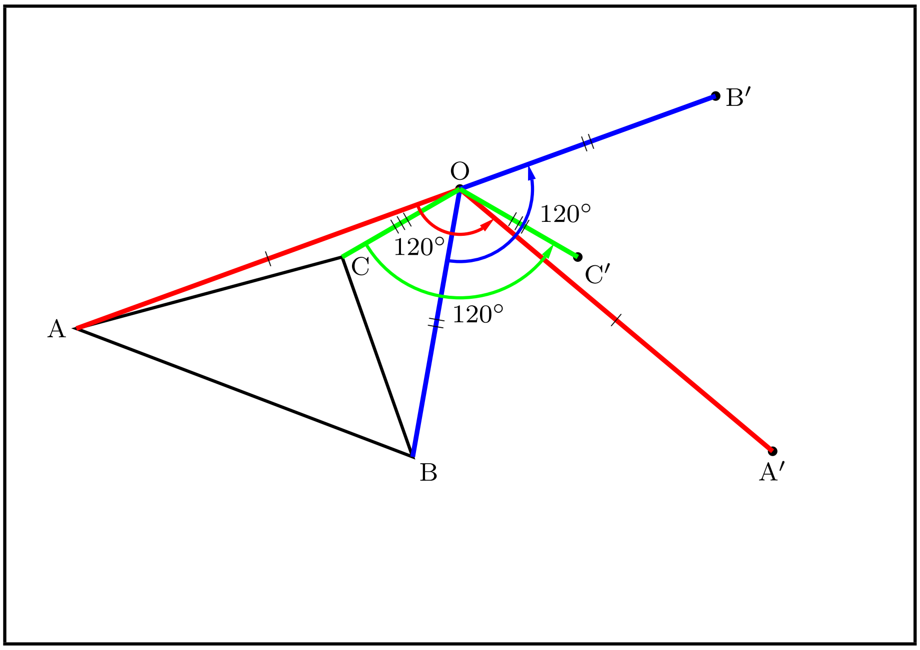
回転の中心 O と三角形 ABC の頂点 A をまっすぐ結び、線分 OA を描いてみました。点 O を中心にして時計とは反対の向きに 120° 回転移動する話なのですから、この線分 OA も O を中心にして時計とは反対の向きに 120° 回転します。すると次の図のようになります。



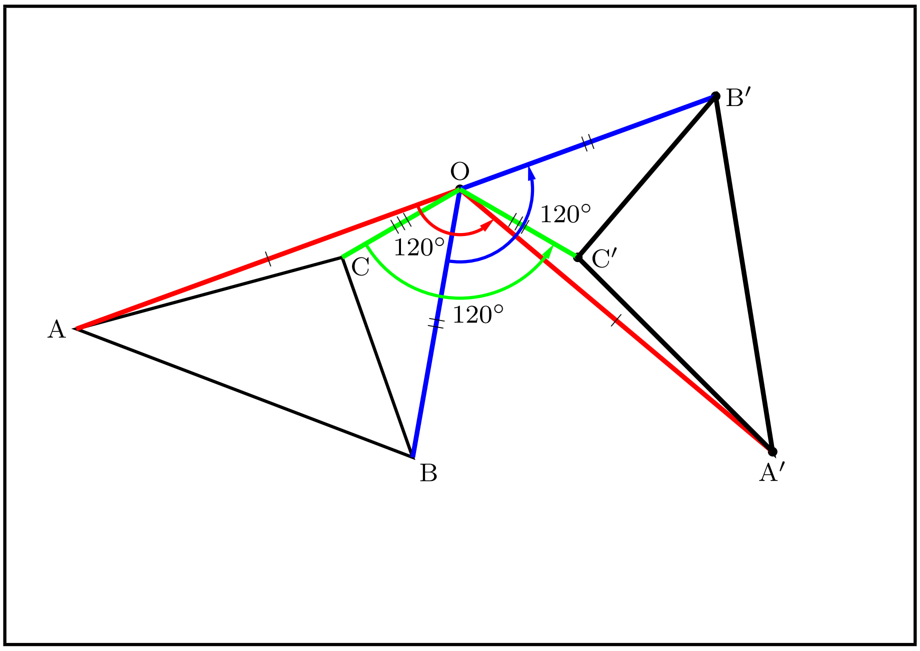
線分 OA を O を中心にして時計とは反対の向きに 120° 回転して、線分 OA′ を描

きました。この線分 OA′ を描くときには、分度器とコンパスを使います。分度器をあてて、角 AOA′ が 120° になるようにします。またコンパスを使って OA を測りとり、OA’ の長さが OA と同じになるようにしておくのです。

次はこの回転移動で頂点 B や頂点 C がどこに移動するのか考えてみます。頂点 A のときと同じようにして、線分 OB、線分 OC を描き、O の周りに時計と反対の向きに回転すれば、点 B′、点 C′ がどこにあるのかわかります。次の図のようになりますね。

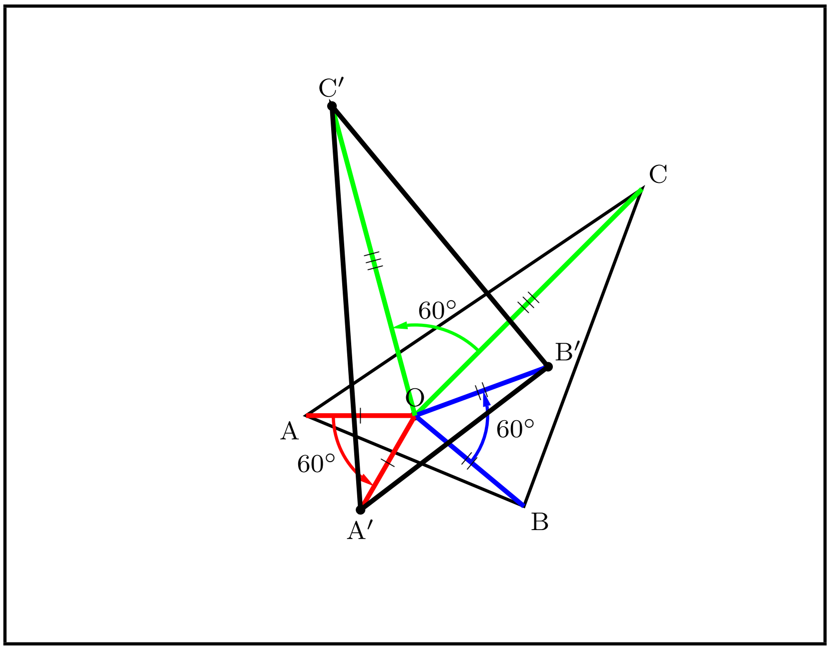


(2) 三角形 ABC を O の周りに時計とは反対周りに 120° 回転した三角形 A’B’C’ を描くのでしたね。(1) で回転移動後の頂点 A′B′C′ が見つかったので、頂点を結んで三角形を描けばよいですね。次の図のようになります。



本文へ戻る

問 38. まず、コンパス、定規、分度器を使って頂点 A、B、C を O を中心として時計とは反対周りに 60° 回転した点 A′、B′、C′ を作ります。次に点 A′、B′、C′ を結びます。すると次の図のように、三角形 ABC を O を中心として時計とは反対周りに 60° 回転した三角形 A′B′C′ ができるわけです。

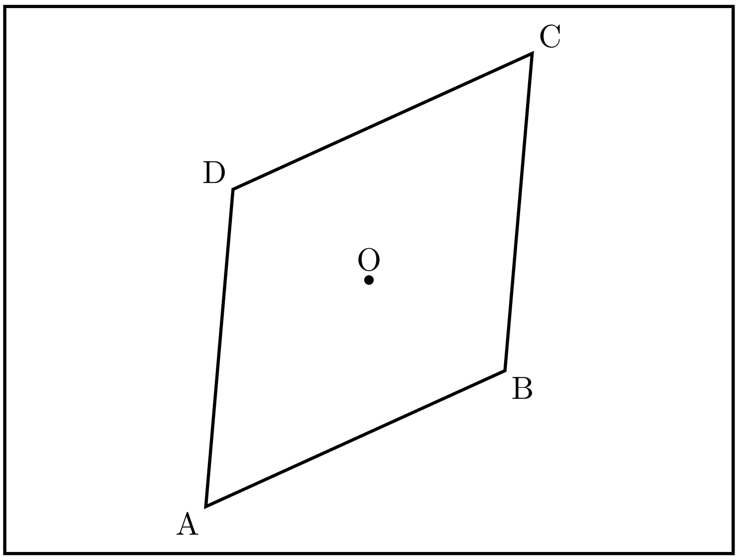


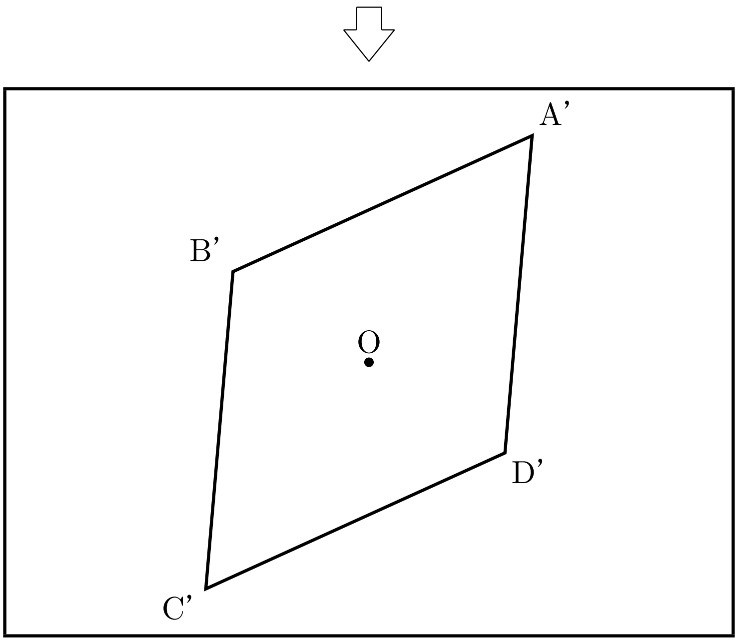
本文へ戻る

問 39.

この四角形の 2 本の対角線は点 O で交わり、AO と CO の長さは同じで、BO と DO の長さも同じなので、点 O の周りに頂点 A、B、C、D を 180° 回転した場合、頂点 A は頂点 C へ移り、頂点 B は頂点 D へ移り、頂点 C は頂点 A へ移り、頂点 D は頂点 B へ移ります。

というわけで、この四角形 ABCD を O の周りに 180° 回転移動した四角形を四角形 A′B′C′D′ と呼ぶことすると、次のようになります。



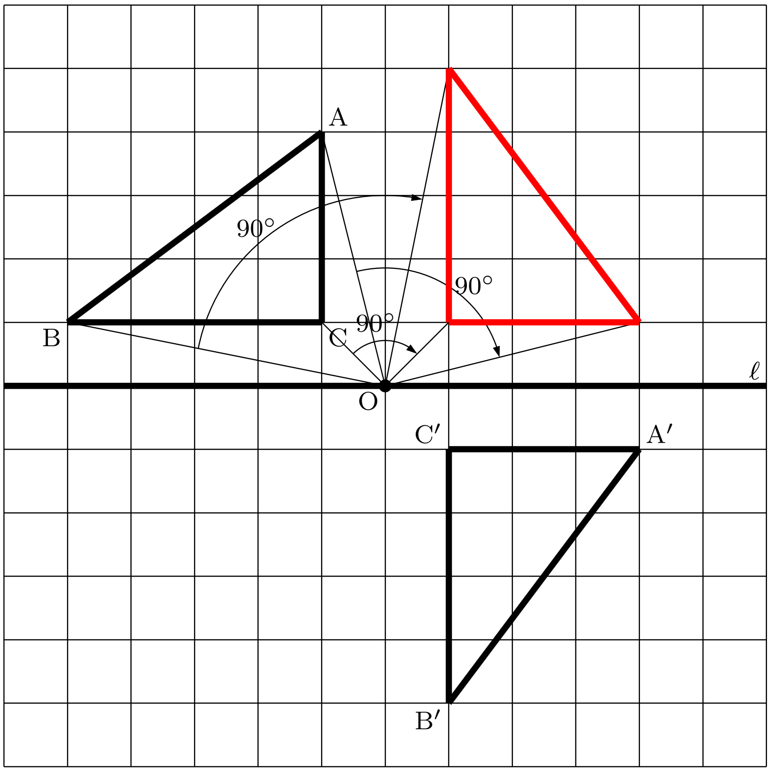


四角形 ABCD と四角形 A′B′C′D′ は同じ場所でぴったり重なるのです。 本文へ戻る

問 40.

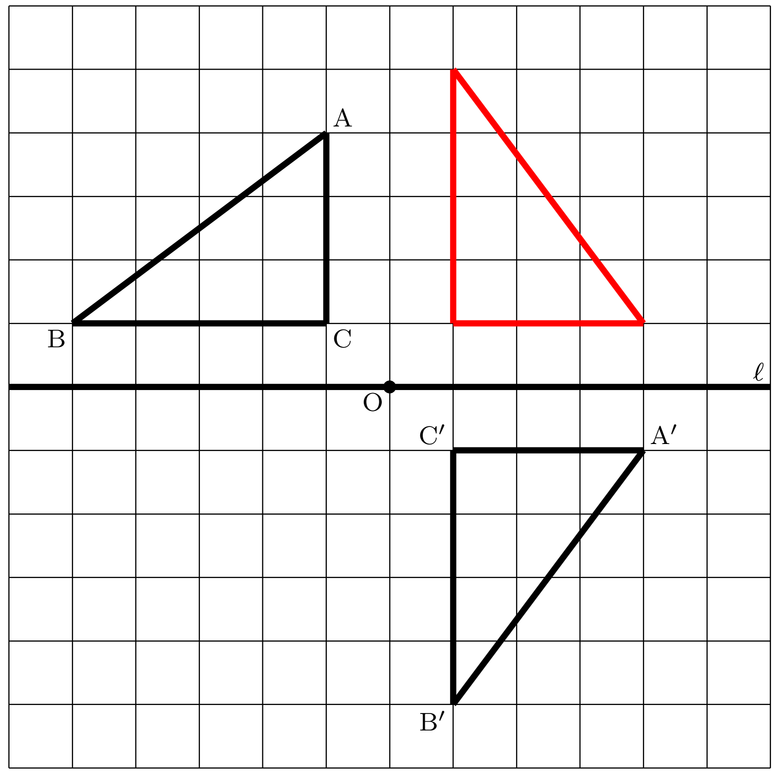
(1) どのように移動すればよいのか良くわからないので、とりあえず、三角形 ABC を点 O を回転の中心にして、時計と同じ回り方で 90° 回転移動することにして、後のことは後で考えるのでしたね。次のようにできます。

(a) 次の図を見てください。



この図で赤で描かれた三角形が、三角形 ABC を O の周りに時計と同じ向きに 90° 回転した三角形です。

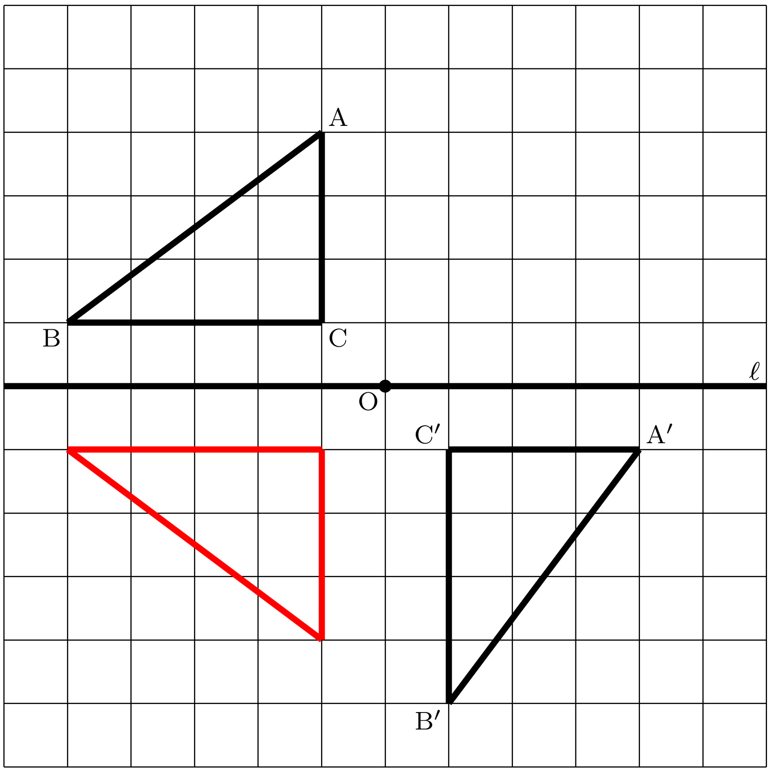
（b）次の図を見てください。



赤で描かれた三角形を直線 ℓ に関して対称移動すると三角形 A′B′C′ になりますね。ですから対称の軸は直線 ℓ です。もう描いてあったわけです。

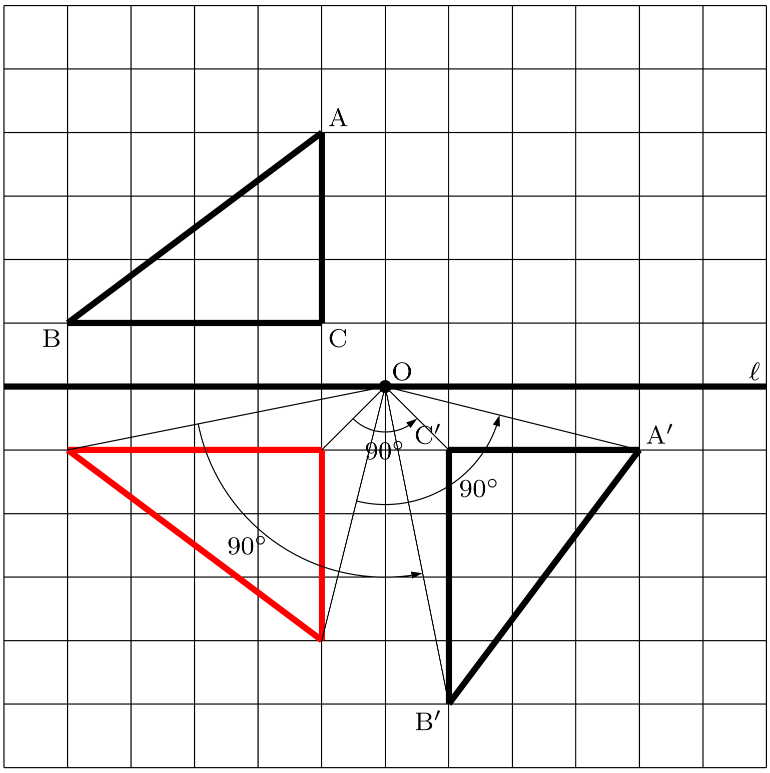
(2) 今度は、対称移動をして裏と表をそろえてから回転移動で向きと場所を一致させるのでしたね。

（a）次の図を見てください。



この図で赤で描かれた三角形が、三角形 ABC を直線 ℓ に関して対称移動した三角形です。

（b）次の図を見てください。



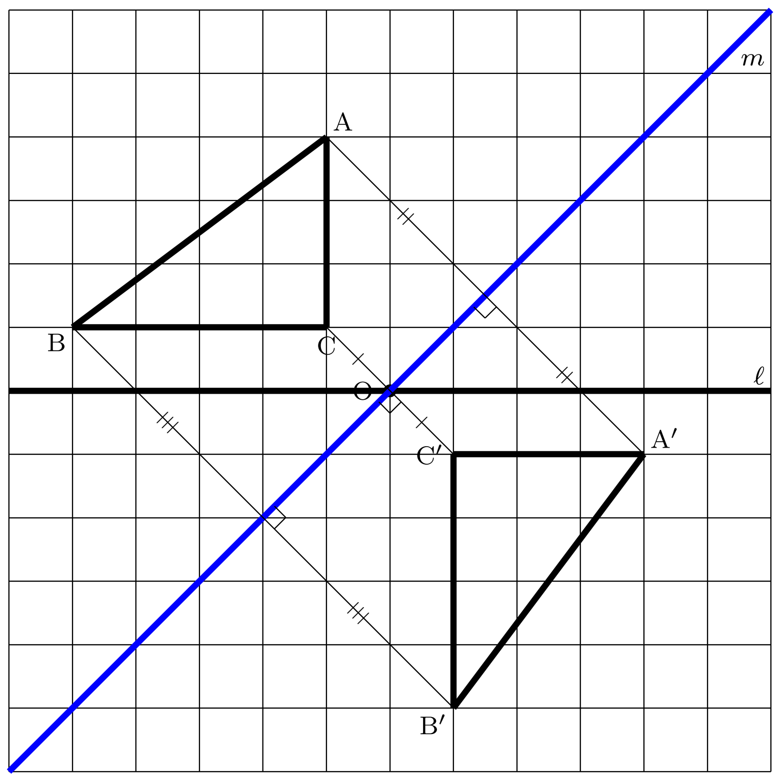
赤で描かれた三角形を O に関して時計とは反対の向きに 90° 回転対称移動すると三角形 A′B′C′ になりますね。

(3) 1 回の移動で、三角形 ABC を三角形 A′B′C′ に重ねることができるのか考える問題でしたね。

(a) 基本となる移動は「平行移動」、対称移動」、「回転移動」です。まず、気にしておきたいことがあります。それは、「平行移動」は図形の向きが変わり、「対称移動」では図形の表と裏が入れ替わり、「回転移動」では図形の向きが変わるということです。

この問題の三角形 ABC と三角形 A′B′C′ では裏と表が変わっています。つまり三角形 ABC を三角形 A′B′C′ に重ねるときに、三角形を裏返す必要があるのです。だとしたら、1 回の移動で三角形 ABC を三角形 A′B′C′ に重ねるとき、 一番可能性のあるのは「対称移動」ですね。

(b) 次の図を見てください。



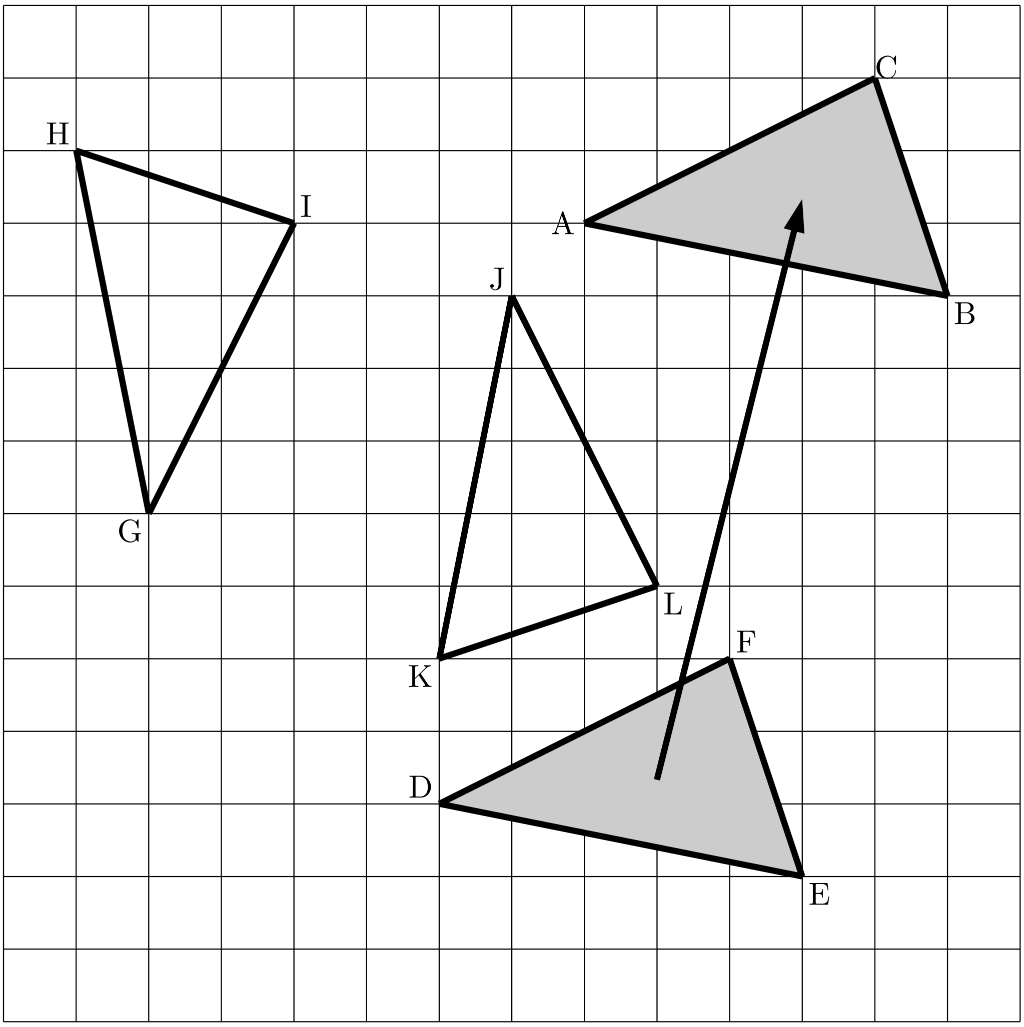
この図で青く描かれている直線 m に関する対称移動をすれば、三角形 ABC

は三角形 A′B′C′ に重なりますね。青い直線 m は、線分 AA′、線分 BB′、線分 CC′ の真ん中の点を通り、しかもそれらの線分に垂直になっている直線なのです。

本文へ戻る

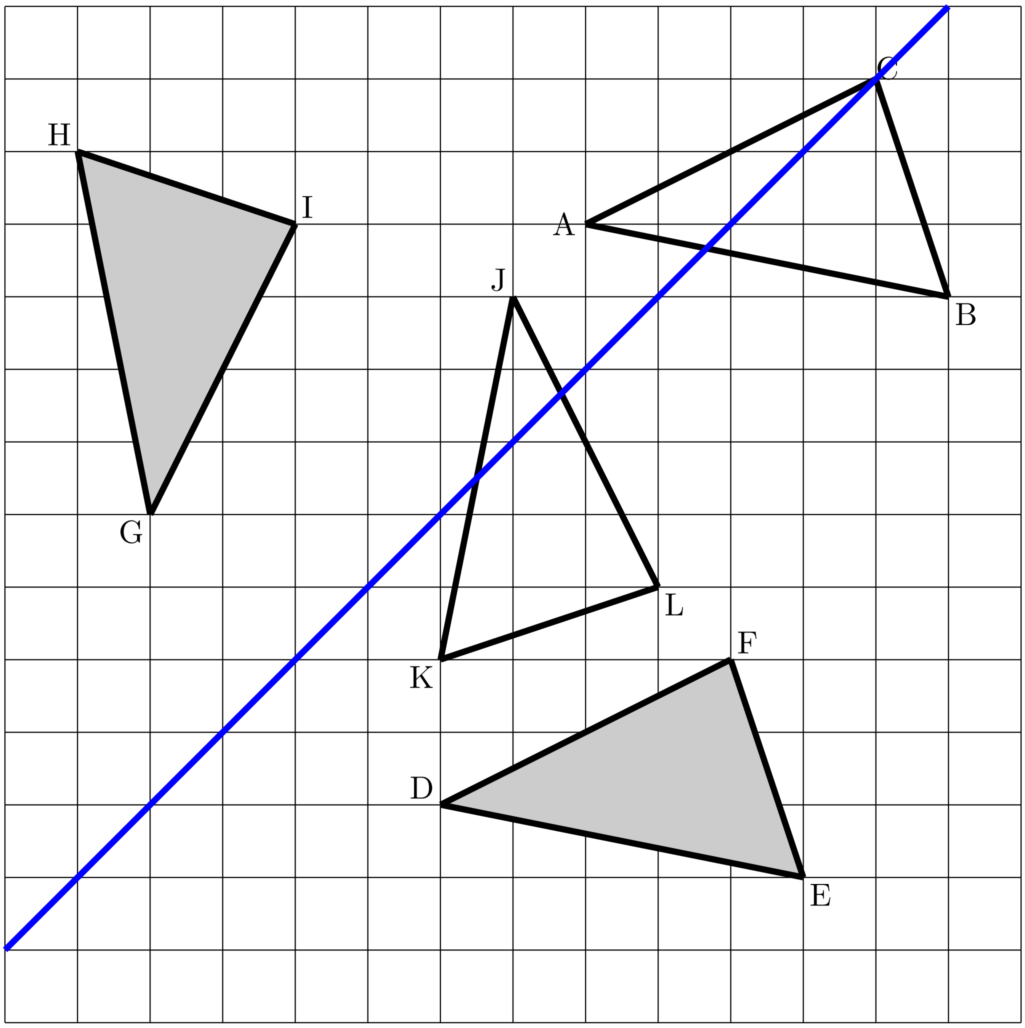
問 41.

(1) 次の図を見てください。



大きさと形が同じ図形では、さらに向きが同じならば平行移動 1 回だけで重ね合わせることができます。ですから答えは △ABC と △DEF です。

(2) 次の図を見てください。

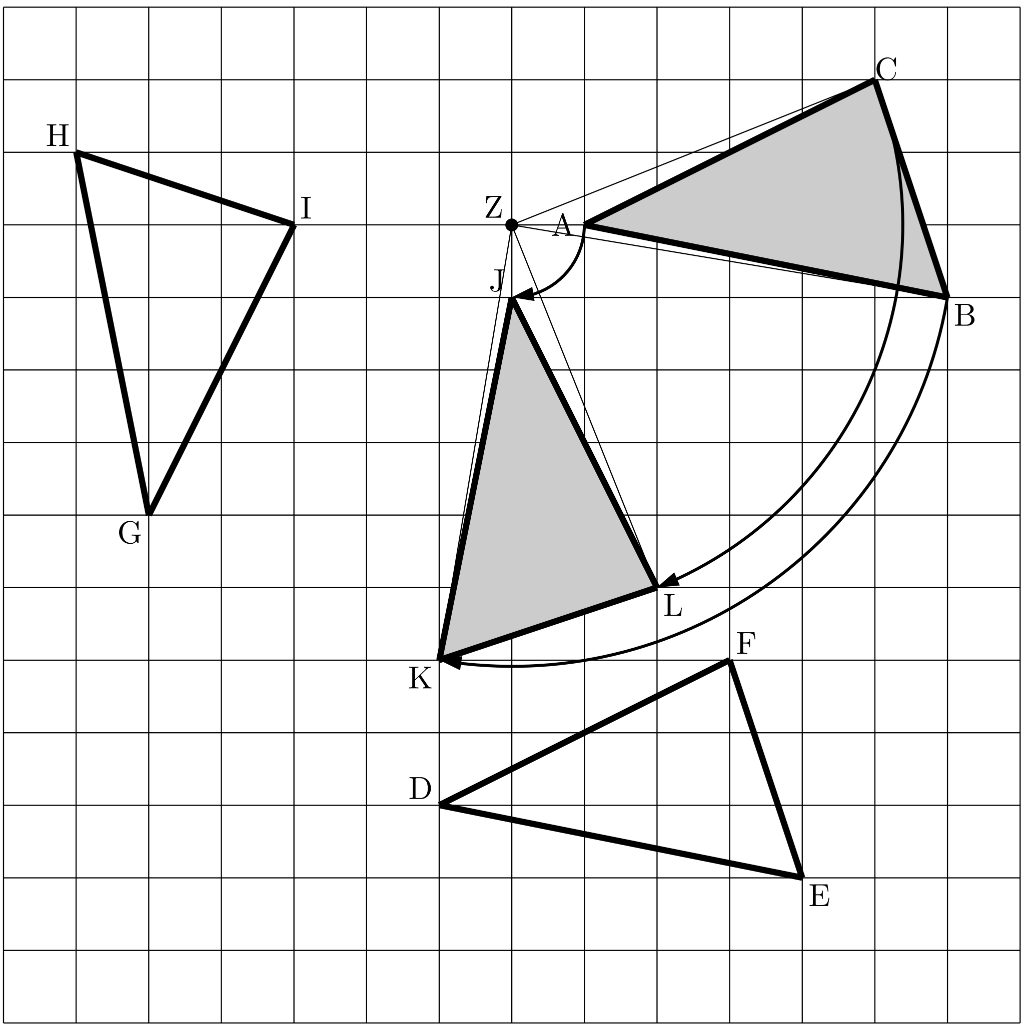


大きさと形が同じ図形では、裏表が逆になっていると対称移動 1 回だけで重ね合わせることができます。ですから答えは △GHI と △DEF です。

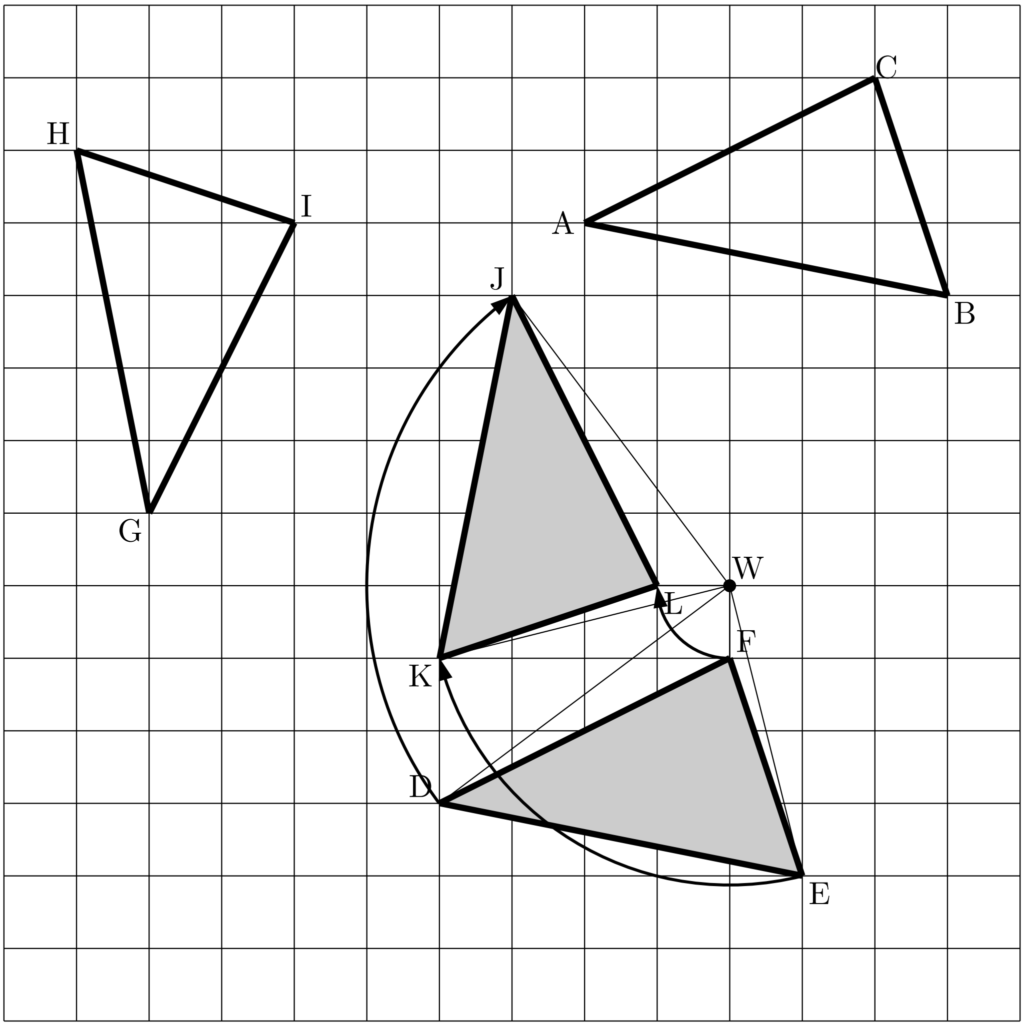
対称の軸を図に青く描いておきました。

(3) 大きさと形が同じ図形では、向きが違っていて裏表が同じになっていると回転移動1回だけで重ね合わせることができます。ここでは答えは2組あります。

まず △ABC と △JKL です。次の図のように点 Z の周りに回転移動すればよいのです。



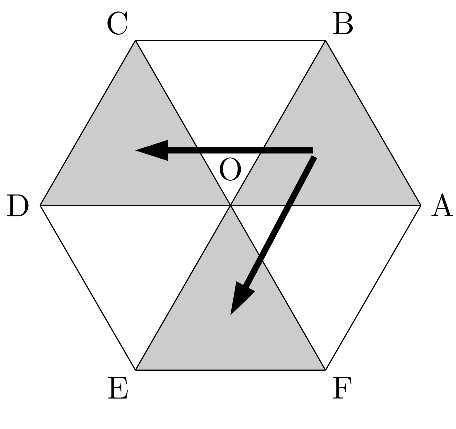
もう1組は △JKL と △DEF です。次の図のように点 W の周りに回転移動すればよいのです。



本文へ戻る

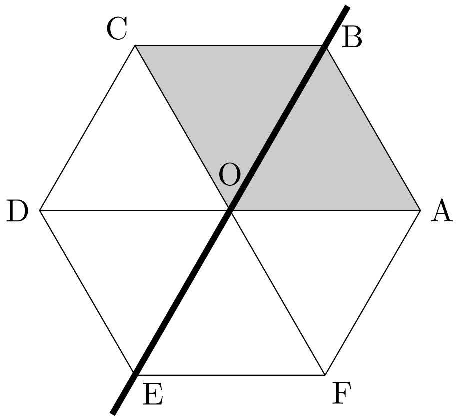
問 42.

(1) 右の図を見てください。△ABO を平行移動して重ね合わせることのできる三角形は △OCD と △FOE です。

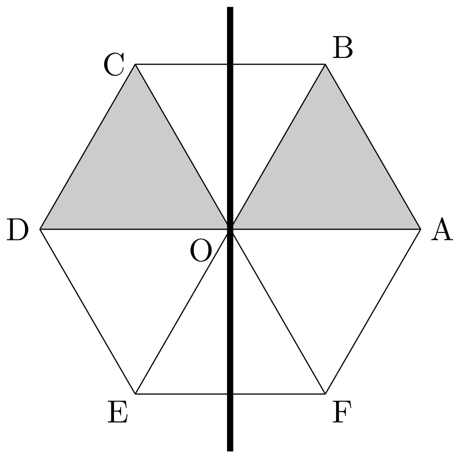


(2) 対称行移動して重ね合わせることのできる三角形は５個あります。つまり、△ABO はこの図のどの三角形とも対称移動で重ねることができます。１つ１つ説明します。

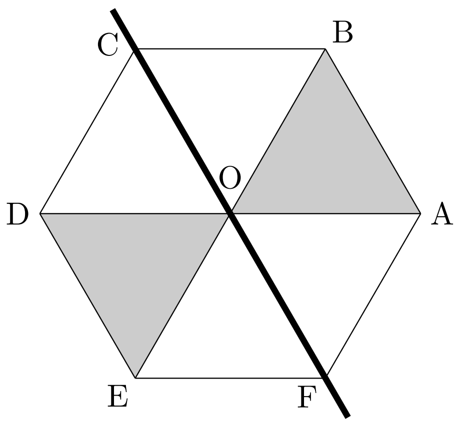
右の図を見てください。△ABO を対称移動で △CBO と重ねるには右の図で太く描かれた直線に関して対称移動すればよいのです。



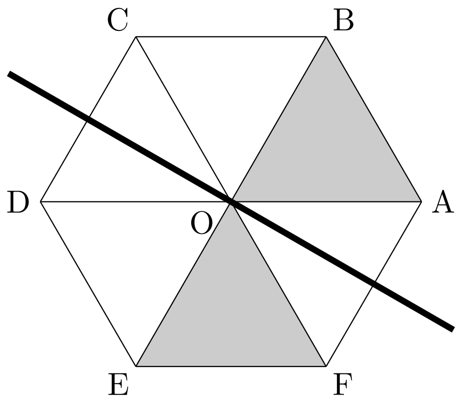
右の図を見てください。△ABO を対称移動で △DCO と重ねるには右の図で太く描かれた直線に関して対称移動すればよいのです。



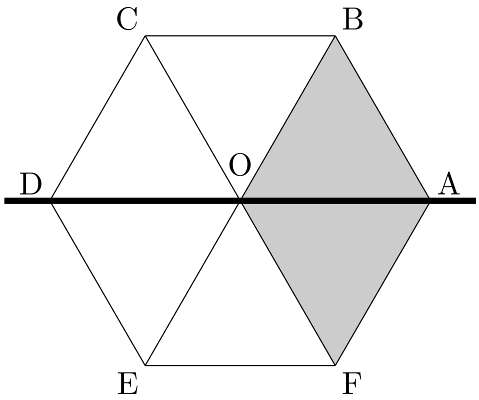
右の図を見てください。△ABO を対称移動で △EDO と重ねるには右の図で太く描かれた直線に関して対称移動すればよいのです。



右の図を見てください。△ABO を対称移動で △FEO と重ねるには右の図で太く描かれた直線に関して対称移動すればよいのです。

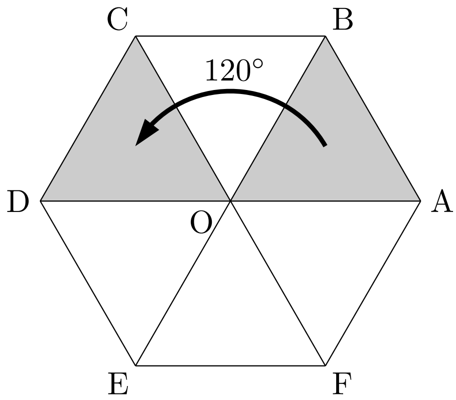


右の図を見てください。△ABO を対称移動で △AFO と重ねるには右の図で太く描かれた直線に関して対称移動すればよいのです。

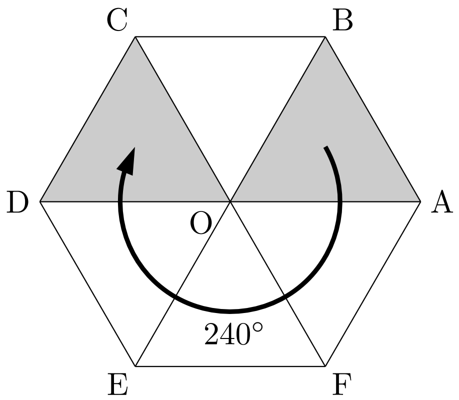


(3) △ABO を点 O を回転の中心にして回転移動して △CDO に重ね合わせる方法は 2 つあります。1 つ 1 つ説明します。

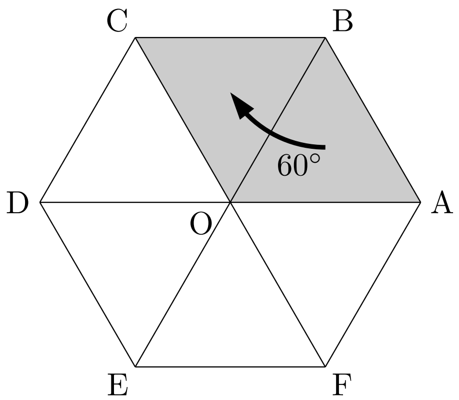
右の図を見てください。 △ABO を点 O を中心として時計と反対の向きに 120° 回転すると △CDO に重なります。



右の図を見てください。 △ABO を点 O を中心として時計と同じ向きに 240° 回転すると △CDO に重なります。



(4) 右の図を見てください。 例えば、△ABO を点 B を中心として時計と同じ向きに 60° 回転すると △BCO に重なります。



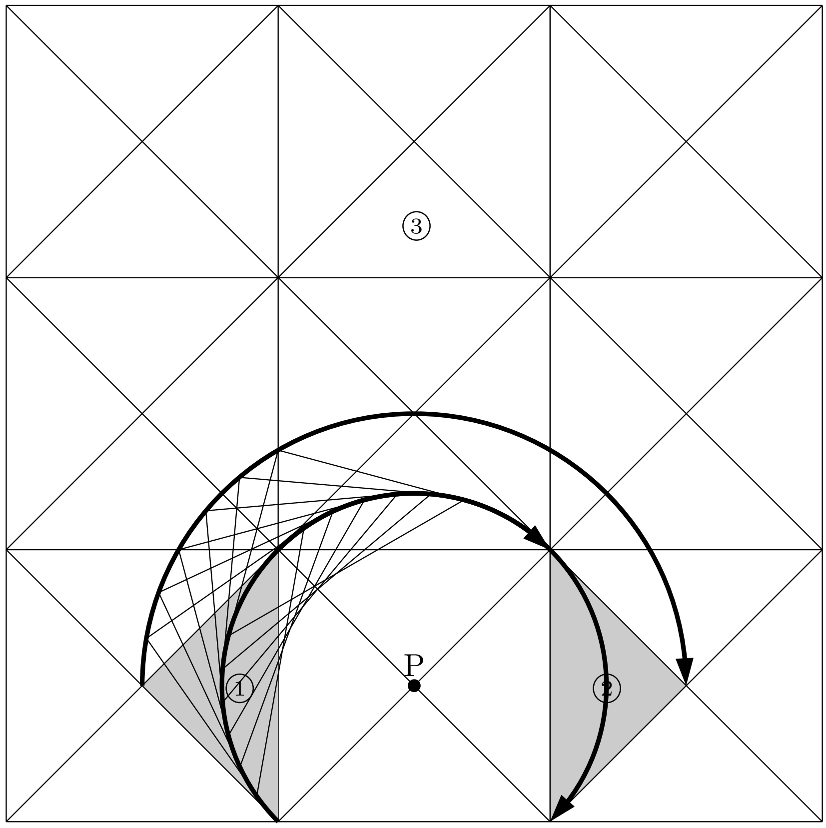
点 B を中心として時計とは反対向きに 300° 回転する方法もあります。

本文へ戻る

問 43.

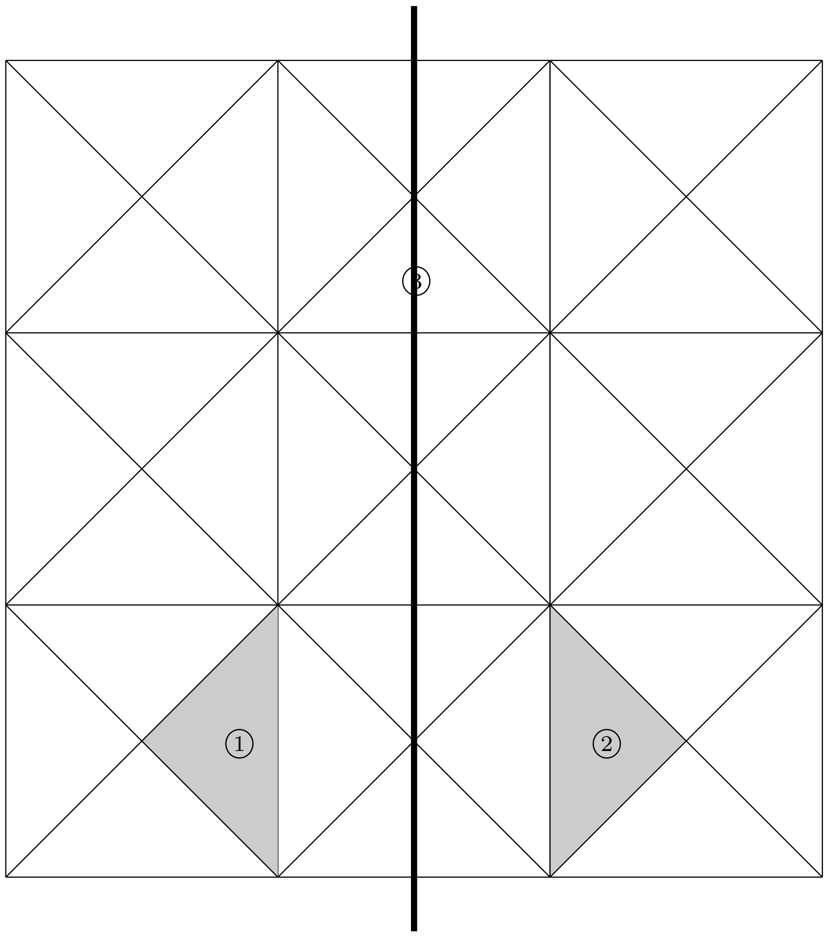
(1) 三角形①を 1 回の回転移動で三角形②に重ね合わせることはできます。

例えば次の図のように、点 P の周りに時計と同じ向きに 180° 回転すればよいのです。



(2) 三角形①を 1 回の対称移動で三角形②に重ね合わせることはできます。

次の図に太く描かれている直線を対称の軸にして対称移動すればよいのです。

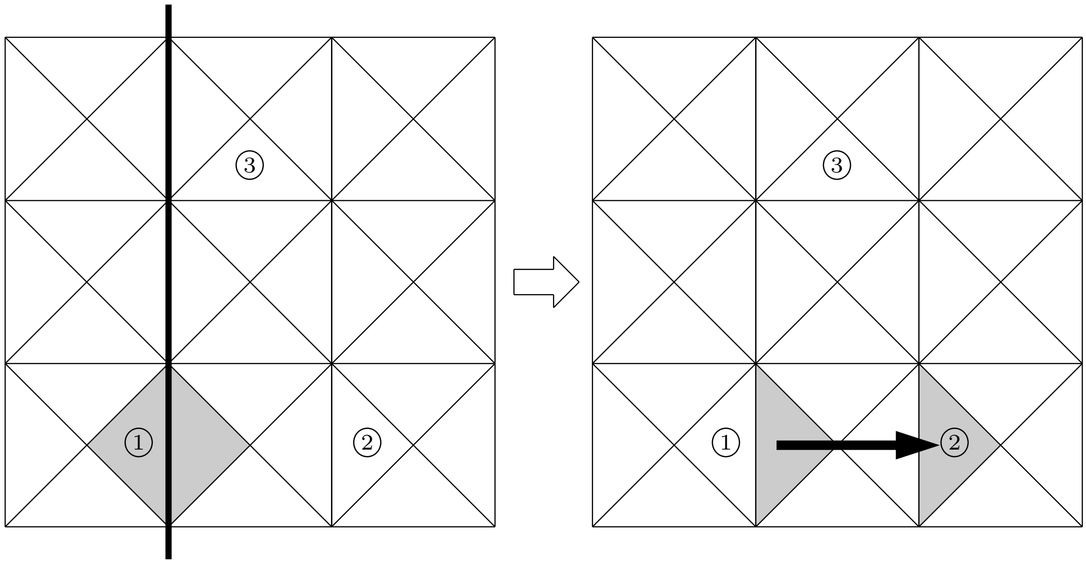


(3) 三角形①を 1 回の平行移動で三角形②に重ね合わせることはできません。

平行移動では図形の向きを変えることはできません。しかし、今、三角形①と三角形②の向きは違っています。

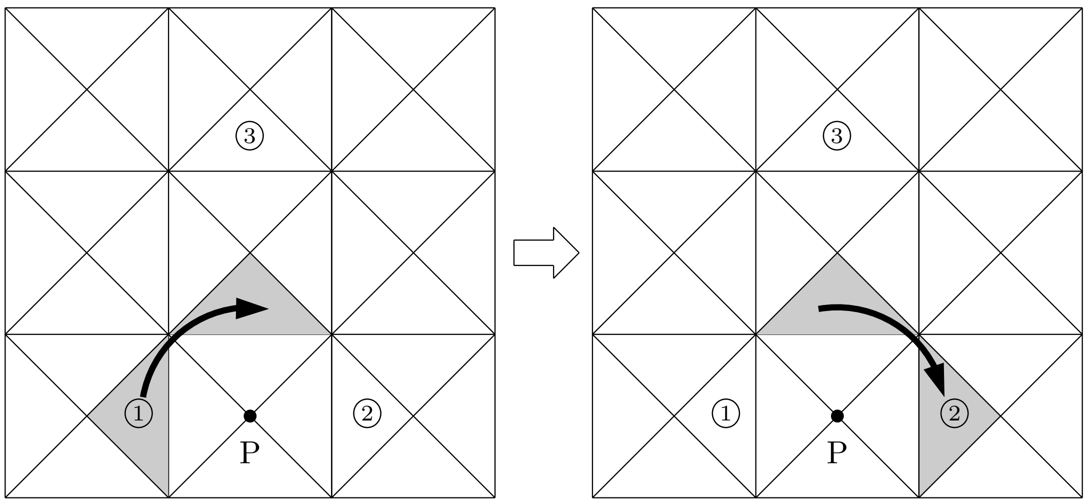
(4) 三角形①を 2 回の移動で三角形②に重ね合わせる方法はいろいろあります。いくつか例を紹介しましょう。

例その 1



太い線で対称移動　　　　矢印の方向へ平行移動

例その 2

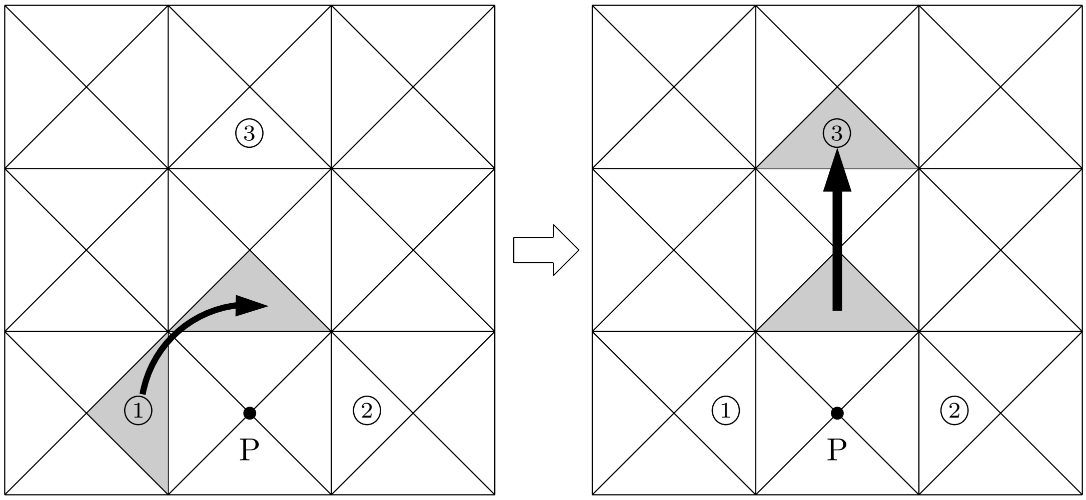


P の周りに時計回りに 90° 回転移動　　　　P の周りに時計回りに 90° 回転移動

三角形①を 2 回の移動で三角形②に重ね合わせる方法の例を 2 つ紹介しました。もちろんこの他にもいろいろ考えることができます。

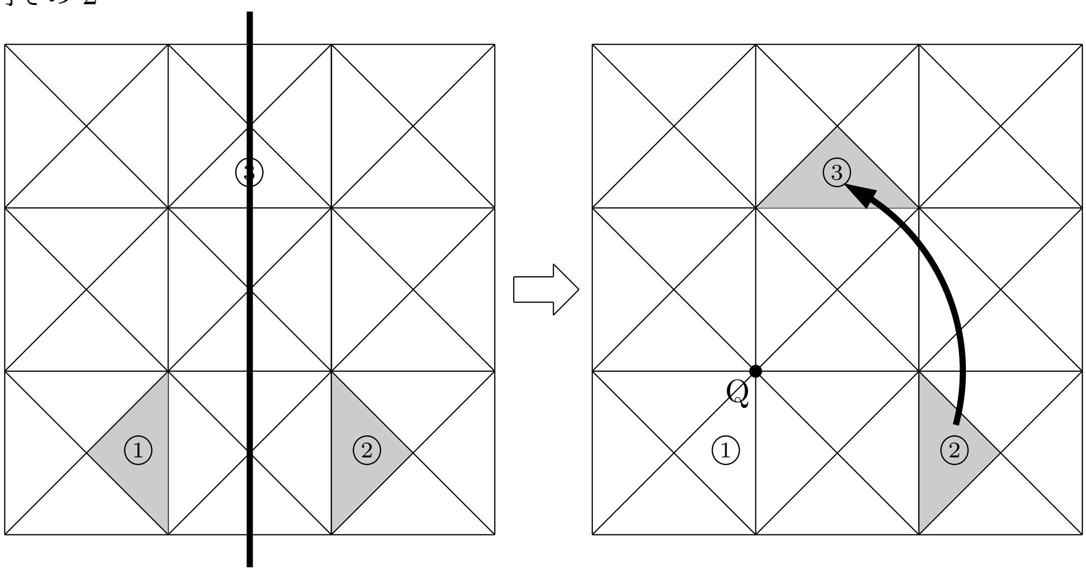
(5) 三角形①を三角形③に重ね合わせる方法はいろいろあります。いくつか例を紹介しましょう。

例その 1



P の周りに時計回りに 90° 回転移動　　　　矢印の方向へ平行移動

例その 2



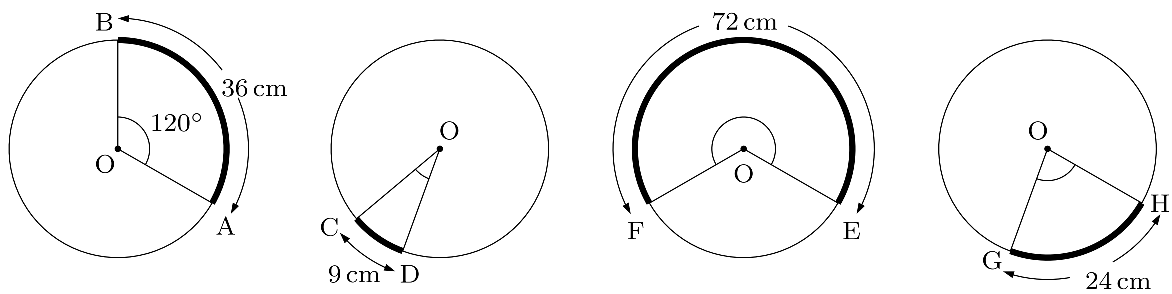
太い線で対称移動　　　　Q の周りに反時計回りに 90° 回転移動

三角形①を 2 回の移動で三角形③に重ね合わせる方法の例を 2 つ紹介しました。

もちろんこの他にもいろいろ考えることができます。

本文へ戻る

問 44.



中心角の大きさと弧の長さは比例しています。ですから次のように計算することができます。

(1) $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さは $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さ何倍なのか求めてみます。すると

$$9 \div 36 = \frac{1}{4}\,\text{倍}$$

となります。ということは

$$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}\ \text{に対する中心角の大きさ} = 120 \times \frac{1}{4} = 30^\circ$$

となるわけです。

(2) $\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ の長さは $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さ何倍なのか求めてみます。すると

$$72 \div 36 = 2\,\text{倍}$$

となります。ということは

$$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}\ \text{に対する中心角の大きさ} = 120 \times 2 = 240^\circ$$

となるわけです。

(3) $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ の長さは $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さ何倍なのか求めてみます。すると

$$24 \div 36 = \frac{2}{3}\,\text{倍}$$

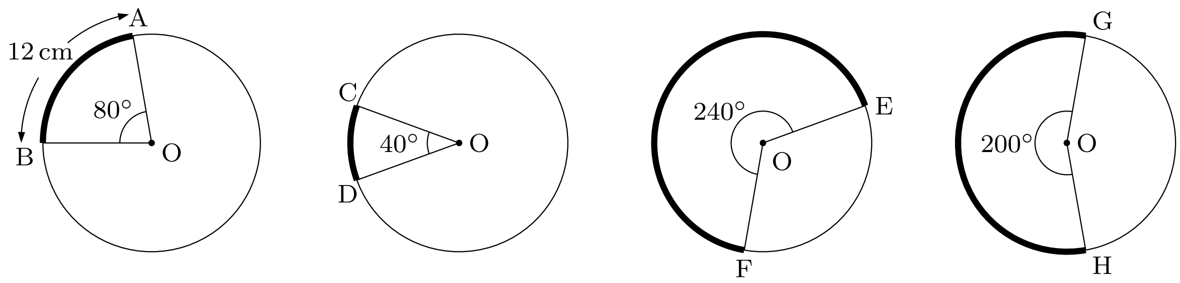
となります。ということは

$$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}\text{ に対する中心角の大きさ} = 120\times = \frac{2}{3} = 80^\circ$$

となるわけです。

本文へ戻る

問 45.



中心角の大きさと弧の長さは比例しています。ですから次のように計算することができます。

(1) $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ 対する中心角の大きさきは $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさの何倍なのか求めてみます。すると

$$40 \div 80 = \frac{1}{2}\text{ 倍}$$

となります。ということは

$$\overset{\frown}{\mathrm{CD}} = 12 \times \frac{1}{2} = 6\,\mathrm{cm}$$

となるわけです。

(2) $\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ 対する中心角の大きさきは $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさの何倍なのか求めてみます。すると

$$240 \div 80 = 3\text{ 倍}$$

となります。ということは

$$\overset{\frown}{\mathrm{EF}} = 12 \times 3 = 36\,\mathrm{cm}$$

となるわけです。

(3) $\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ 対する中心角の大きささは $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する中心角の大きさの何倍なのか求めてみます。すると

$$200 \div 80 = \frac{5}{2} \text{倍}$$

となります。ということは

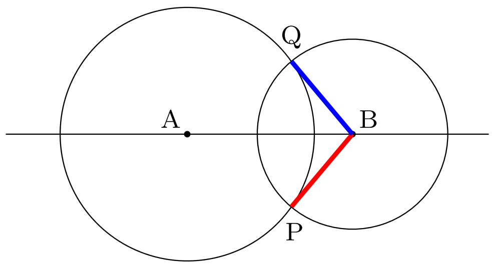
$$\overset{\frown}{\mathrm{GH}} = 12 \times \frac{5}{2} = 30\,\mathrm{cm}$$

となるわけです。

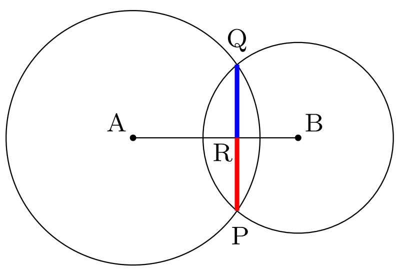
本文へ戻る

問 46.

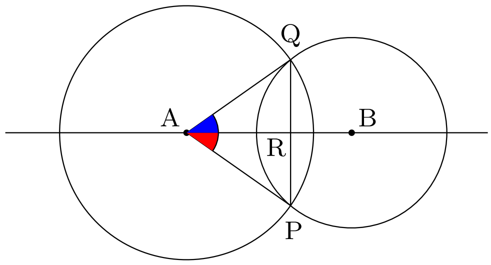
(1) A と B を通る直線で折ったとき、線分 BQ と重なるのは線分 BP です。



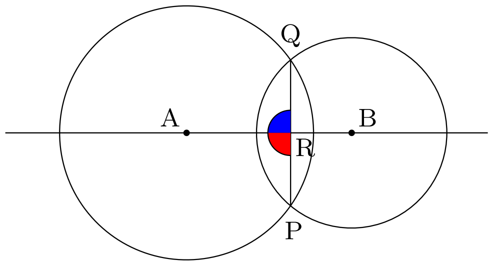
(2) まず、A と B を結び線分 AB を作り。次に、P と Q を結び線分 PQ を作り、そして線分 AB と線分 PQ の交点の名前を R にしたのでしたよね。
そうすると、A と B を通る直線で折ったとき線分 PR と重なるのは線分 QR ですね。



(3) A と B を通る直線で折ったとき、∠PAR と重なる角は ∠QAR です。



(4) A と B を通る直線で折ったとき、∠PRA と重なる角は ∠QRA です。



(5) P、R、Q はまっすぐ並んでいるので、∠PRA の大きさと ∠QRA の大きさをたすと 180° になるはずです。

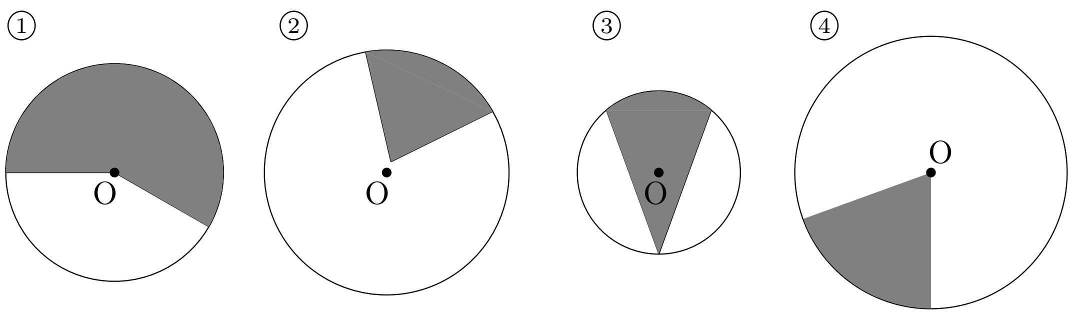
(6) (4) で、∠PRA と ∠QRA の大きさは同じであることがわかりました。

(5) で、∠PRA の大きさと ∠QRA の大きさをたすと 180° になることがわかりました。

ということは、∠PRA と ∠QRA の大きさはどちらも 90° のはずです。

本文へ戻る

問 47.



この図の中で、おうぎ型と呼べるのは①と④です。

おうぎ型とはそもそも、「弧」と「半径を表す 2 本の線」で囲まれた図形のことだから

です。「半径をあらわす線」は必ず円の中心 O と結ばれていることに注意しましょう。

本文へ戻る

問 48. どんな円でも、「円の周りの長さ」が「円の直径」の何倍になっているのか調べると、同じ倍率になっていることがわかります。この倍率のことを 円周率 といいます。

円の周りの長さは、どんな円でも、円の直径の 円周率 倍なのですから、円の直径に 円周率 をかければ、円の周りの長さを求めることができます。 本文へ戻る

問 49.

(1) 直径が 6 cm の円の円周の長さは

$$6 \times 3.14 = 18.84\,\mathrm{cm}$$

(2) 直径が 8 cm の円の円周の長さは

$$8 \times 3.14 = 25.12\,\mathrm{cm}$$

(3) 半径が 3 cm の円の円周の長さは

$$6 \times 3.14 = 18.84\,\mathrm{cm}$$

(4) 半径が 4 cm の円の円周の長さは

$$8 \times 3.14 = 25.12\,\mathrm{cm}$$

本文へ戻る

問 50.

(1) 直径が 10 cm の円の円周の長さは

$$10 \times 3.14 = 31.4\,\mathrm{cm}$$

(2) 直径が 2 cm の円の円周の長さは

$$8 \times 3.14 = 25.12\,\mathrm{cm}$$

(3) 半径が 8 cm の円の円周の長さは

$$16 \times 3.14 = 50.24\,\mathrm{cm}$$

(4) 半径が 10 cm の円の円周の長さは

$$20 \times 3.14 = 62.8\,\mathrm{cm}$$

本文へ戻る

問 51.

(1) 直径が 5 cm の円の円周の長さは

$$5 \times \pi = 5\pi\,(\mathrm{cm})$$

(2) 直径が 7 cm の円の円の円周の長さは

$$7 \times \pi = 7\pi\,(\mathrm{cm})$$

(3) 半径が 6 cm の円の円の円周の長さは

$$12 \times \pi = 12\pi\,(\mathrm{cm})$$

(4) 半径が 11 cm の円の円の円周の長さは

$$22 \times \pi = 22\pi\,(\mathrm{cm})$$

本文へ戻る

問 52.

(1) 直径は半径の 2 倍なので

$$\text{半径が } r \text{ の円の直径} = 2 \times r = 2r$$

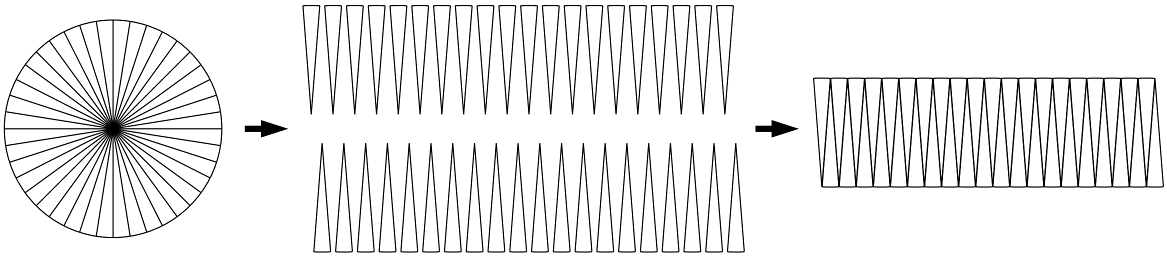
(2) この円の直径は $2r$ なので

$$\text{この円の周りの長さ} = 2r \times \pi = 2\pi r$$

本文へ戻る

問 53. 224 ページから 226 ページの説明のとおりにしてください。 本文へ戻る

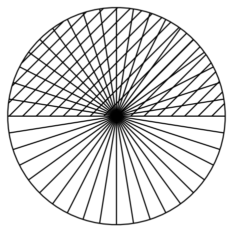
問 54.



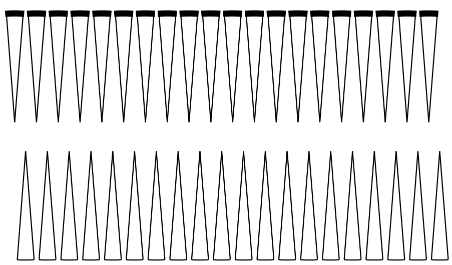
(1) この図で一番左に描かれている円には本当におうぎ型が 40 個あります。

(2) この図で真ん中に描かれている図では、上の段には 20 個のおうぎ型が描いてあり、下の段には 20 個のおうぎ型が描いてあります。

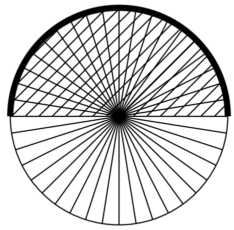
(3) 真ん中に描かれている図の上の段に描いてあるおうぎ型たちは、最初の円では、例えば右の図の斜線を付けたところにあったと思うことができます。



(4) この図の真ん中の図で、上の段にあるおうぎ型の弧を全部鉛筆でなぞると右の図のようになります。



(5) (4) でなぞったたくさんの弧は、もとの円では右の図の太く描かれているところにあったと思うことができます。



(6) (5) ででなぞった曲線の長さはは、円の周りの長さの半分ですよね。ところで、円の周りの長さは、円の直径に円周率をかければ求められますね。(円周率という言葉の意味を思い出せば、これは当たり前のことですね。)

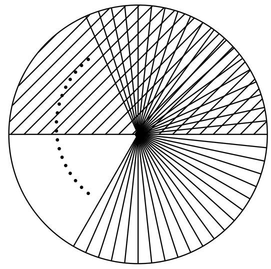
では、まず円の周りの長さを計算することにしましょう。この円は半径が 4 cm なので直径は 8 cm です。ですから、この円の周りの長さは、直径である 8 cm に円周率 π をかけて 8π cm となるわけです。（円周率としておよその値である 3.14 を使う人は、直径である 8 cm におよその円周率 3.14 をかけるので円の周りの長さは、およそ 25.12 cm となります。）

では、次に太くなぞった曲線の長さを求めることにします。円の周りの長さを半分にすればよいのでしたね。ですから、円の周りの長さである 8π cm を半分にして 4π cm となります。（円周率としておよその値である 3.14 を使う人は、円の周りの長さであるおよそ 25.12 cm を半分にして 12.56 cm となります。）

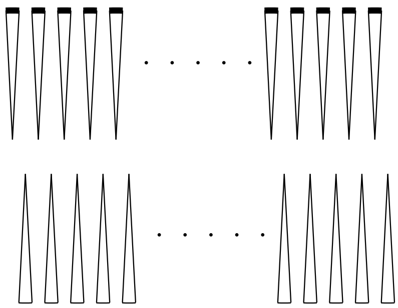
本文へ戻る

問 55.

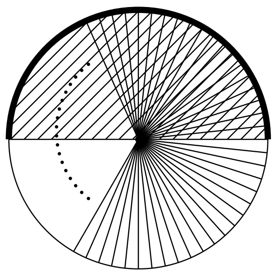
(1) 真ん中の図の上の段のおうぎ型たちは、例えば、右の図で斜線をつけた場所 (つまり上半分のところ) にあったと思うことができます。



(2) 真ん中の図で上の段にあるおうぎ型の弧は、右の図の太く描かれたところにあったと思うことができます。



(3) (**??**) であなたがなぞったたくさんの弧は、もとの円では右の図の太く描かれた場所にあったと思うことができます。



(4) 円の周りの長さの半分ですよね。

この円の半径は 8 cm です。円の直径は円の半径の 2 倍ですから、16 cm ですね。

円の周りの長さは、円周率の意味を思い出すと、円の直径に円周率をかけると求められるってわかりますよね。ですから、この円の周りの長さは、

$$16 \times \pi = 16\pi\,(\mathrm{cm})$$

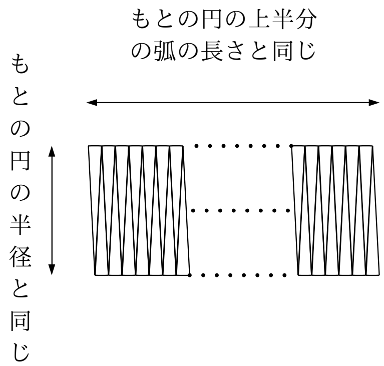
ですね。

ということは、さっき太くなぞってできた曲線の長さは、

$$16\pi \div 2 = 8\pi\,(\mathrm{cm})$$

ですね。

(5) 右の図を見てください。



をいくつのおうぎ型に分けたとしても、「真ん中の図の上の段にあるおうぎ型たちの弧」が、「もとの円」のどこにあるのか考えると、「もとの円の上半分の弧」の所にあるわけですよね。

ですから、ばらばらになったおうぎ型を合体させてできる図形の「よこの長さ」は、「もとの円の上半分の弧の長さ」に等しいですね。ということは、おうぎ型を合体させてできているこの長方形ぽいものの「よこの長さ」は $8\pi\,\mathrm{cm}$ ですね。

また、おうぎ型を合体させてできているこの長方形ぽいものの「たての長さ」は「もとの円の半径」に等しくなってますよね。ですから、「たての長さ」は $8\,\mathrm{cm}$ ですね。

(6) (5) で考えた長方形の「よこの長さ」と「たての長さ」がわかりましたね。長方形の面積は「よこの長さ」と「たての長さ」をかければ求められるのですから、この長方形の面積は、

$$8\pi \times 8 = 64\pi\,(\mathrm{cm}^2)$$

ですね。

(7) (6）で長方形の面積がちゃんと求められた人は、自信を持って、円の面積を答えることができますね。答えはもちろん $64\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ ですね。

本文へ戻る

問 56.

(1) 半径が $7\,\mathrm{cm}$ の円の面積は

$$\pi \times 7 \times 7 = 49\pi\,(\mathrm{cm}^2)$$

(2) 半径が 3 cm の円の円の面積は

$$\pi \times 3 \times 3 = 9\pi \, (\mathrm{cm}^2)$$

(3) 半径が 10 の円の円の面積は

$$\pi \times 10 \times 10 = 100\pi$$

(4) 半径が 1 の円の円の面積は

$$\pi \times 15 \times 15 = 225\pi$$

(5) 半径が $\dfrac{3}{2}$ の円の円の面積は

$$\pi \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}\pi$$

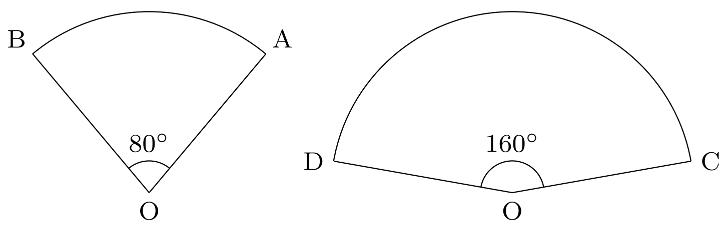
(6) 半径が 2.5 の円の円の面積は

$$\pi \times 2.5 \times 2.5 = 6.25\pi$$

本文へ戻る

問 57. 「おうぎ型の中心角のおおきさ」と「おうぎ型の（ふちになっている) 弧の長さ」は比例しているのでしたね。

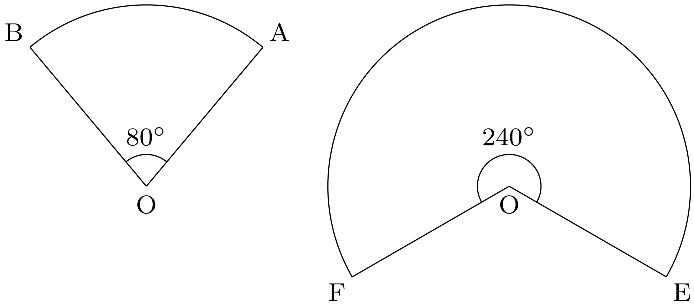
(1) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 COD を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



おうぎ型 COD の中心角は 160° でおうぎ型 AOB の中心角は 80° です。ということは、おうぎ型 COD の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の 2 倍です。

ですから、おうぎ型 COD の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの 2 倍になります。

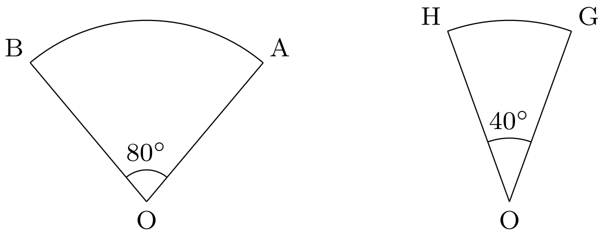
(2) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 EOF を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



おうぎ型 EOF の中心角は 240° でおうぎ型 AOB の中心角は 80° です。ということは、おうぎ型 EOF の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の 3 倍です。

ですから、おうぎ型 COD の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの 3 倍になります。

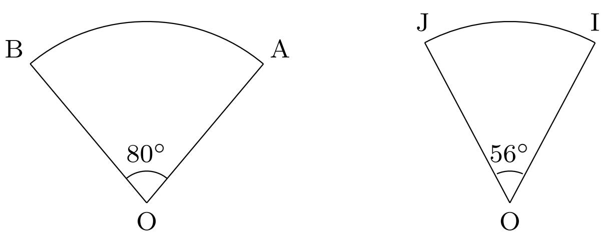
(3) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 GOH を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



おうぎ型 GOH の中心角は 40° でおうぎ型 AOB の中心角は 80° です。ということは、おうぎ型 GOH の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の $\frac{1}{2}$ 倍です。

ですから、おうぎ型 GOH の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの $\frac{1}{2}$ 倍になります。

(4) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 GOH を並べてお



きました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。

おうぎ型 IOJ の中心角は 56° でおうぎ型 AOB の中心角は 80° です。ところで 56 って 80 の何倍なのでしょうか。こんなことを悩んでしまったときは、とりあえず分数を使って、$\dfrac{56}{80}$ 倍って考えればよいですよね。(大丈夫ですよねぇ。) そして、心を落ち着けて $\dfrac{56}{80}$ を約分するとよいですよね。では $\dfrac{56}{80}$ を約分してみます。すると例えば、

$$\frac{56}{80} = \frac{7}{10}$$

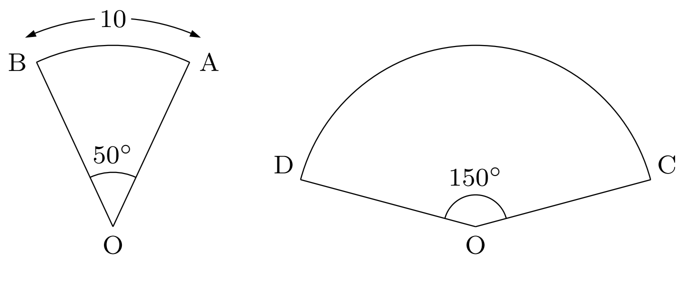
ってできますよね。つまり、おうぎ型 IOJ の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の $\dfrac{7}{10}$ 倍です。

ですから、おうぎ型 IOJ の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの $\dfrac{7}{10}$ 倍になります。

本文へ戻る

問 58. おうぎ型の中心角とおうぎ型の (ふちになっている) 弧の長さは比例しているのでしたね。

(1) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 COD を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



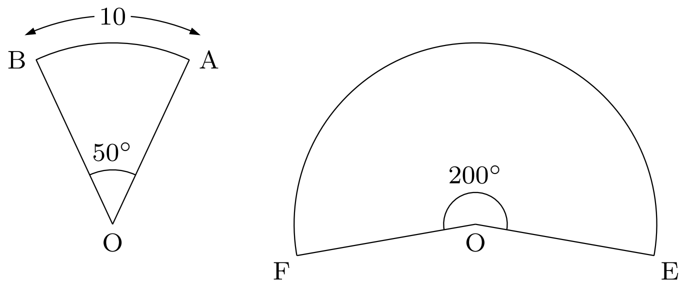
おうぎ型 COD の中心角は 150° でおうぎ型 AOB の中心角は 50° です。ということは、おうぎ型 COD の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の 3 倍です。

ですから、おうぎ型 COD の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの 3 倍になり

ます。

今、おうぎ型 AOB の弧の長さは 10 ですからこれを 2 倍すると、おうぎ型 COD の弧の長さは 30 であるということがわかりますね。

(2) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 EOF を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。

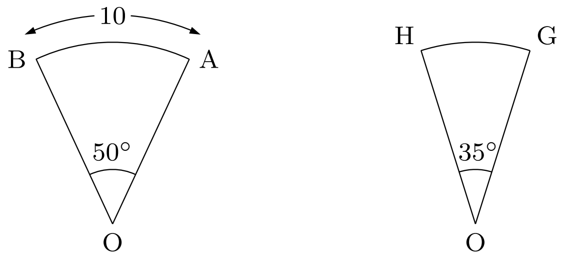


おうぎ型 EOF の中心角は 200° でおうぎ型 AOB の中心角は 50° です。ということは、おうぎ型 EOF の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の 4 倍です。

ですから、おうぎ型 COD の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの 4 倍になります。

今、おうぎ型 AOB の弧の長さは 10 ですからこれを 3 倍すると、おうぎ型 COD の弧の長さは 40 であるということがわかりますね。

(3) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 GOH を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



おうぎ型 GOH の中心角は 35° でおうぎ型 AOB の中心角は 50° です。ところで 35 って 50 の何倍なのでしょうか。こんなことを悩んでしまったときは、とりあえ

ず分数を使って、$\dfrac{35}{50}$ 倍って考えればよいですよね。(大丈夫ですよねぇ。) そして、心を落ち着けて $\dfrac{35}{50}$ を約分するとよいですよね。では $\dfrac{35}{50}$ を約分してみます。すると例えば、

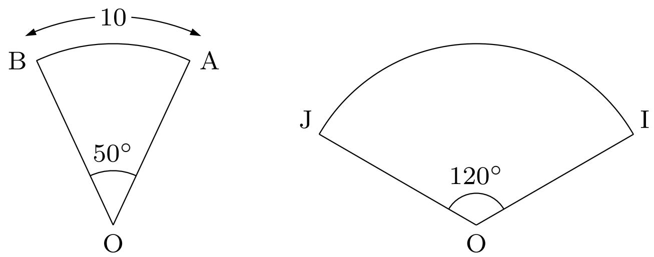
$$\frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

ってできますよね。ということは、おうぎ型 GOH の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の $\dfrac{7}{10}$ 倍です。

ですから、おうぎ型 GOH の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの $\dfrac{7}{10}$ 倍になります。

今、おうぎ型 AOB の弧の長さは 10 ですからこれを $\dfrac{7}{10}$ 倍すると、おうぎ型 COD の弧の長さは 7 であるということがわかりますね。

(4) 右の図を見てください。比べやすいように、おうぎ型 AOB とおうぎ型 GOH を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



おうぎ型 IOJ の中心角は 120° でおうぎ型 AOB の中心角は 50° です。ところで 120 って 50 の何倍なのでしょうか。こんなことを悩んでしまったときは、とりあえず分数を使って、$\dfrac{120}{50}$ 倍って考えればよいですよね。(大丈夫ですよねぇ。) そして、心を落ち着けて $\dfrac{120}{50}$ を約分するとよいですよね。では $\dfrac{120}{50}$ を約分してみます。すると例えば、

$$\frac{120}{50} = \frac{12}{5}$$

ってできますよね。ということは、おうぎ型 IOJ の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の $\dfrac{12}{5}$ 倍です。

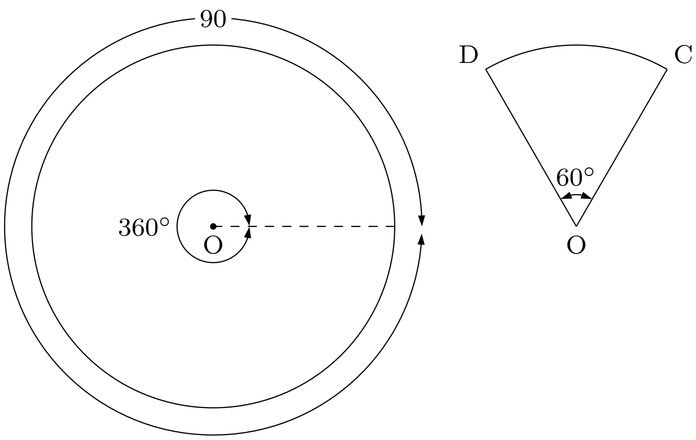
ですから、おうぎ型 IOJ の弧の長さも、おうぎ型 AOB の弧の長さの $\dfrac{12}{5}$ 倍になります。

今、おうぎ型 AOB の弧の長さは 10 ですからこれを $\dfrac{12}{5}$ 倍すると、おうぎ型 COD の弧の長さは 24 であるということがわかりますね。

本文へ戻る

問 59. おうぎ型の中心角とおうぎ型の（ふちになっている）弧の長さは比例しているのでしたね。また円は、中心角が 360° ですね。

(1) 右の図を見てください。比べやすいように、円 O とおうぎ型 COD を並べておきました。この円とおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。

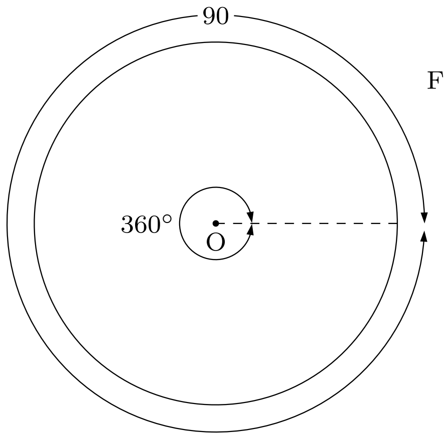


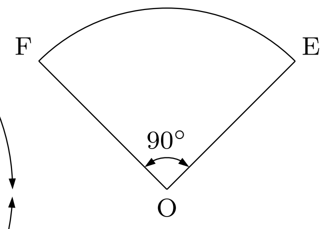
おうぎ型 COD の中心角は 60° で円 O の中心角は 360° です。ということは、おうぎ型 COD の中心角は円 O の中心角の $\dfrac{1}{6}$ 倍です。（暗算で計算しちゃったんですけど大丈夫でしたか？）

ですから、おうぎ型 COD の弧の長さも、円 O の周りの長さの $\dfrac{1}{6}$ 倍になります。

今、おうぎ型 AOB の弧の長さは 90 ですからこれを $\dfrac{1}{6}$ 倍すると、おうぎ型 COD の弧の長さは 15 であるということがわかりますね。

(2) 右の図を見てください。比べやすいように、円 O とおうぎ型 EOF を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。

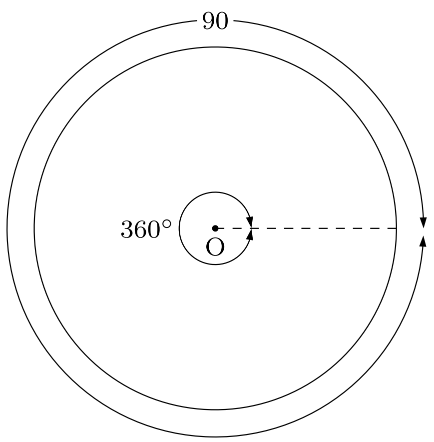


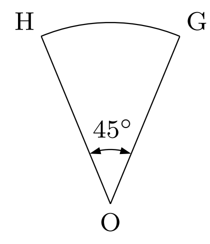


おうぎ型 EOF の中心角は 90° で円 O の中心角は 360° です。ということは、おうぎ型 EOF の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の $\dfrac{1}{4}$ 倍です。(暗算で計算しちゃったんですけど大丈夫でしたか？)

ですから、おうぎ型 COD の弧の長さも、円 O の周りの長さの $\dfrac{1}{4}$ 倍になります。今、円 O の周りの長さは 90 ですからこれを $\dfrac{1}{4}$ 倍すると、おうぎ型 EOF の弧の長さは 22.5 であるということがわかりますね。

(3) 右の図を見てください。比べやすいように、円 O とおうぎ型 GOH を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。





おうぎ型 GOH の中心角は 45° で円 O の中心角は 360° です。ということは、おう

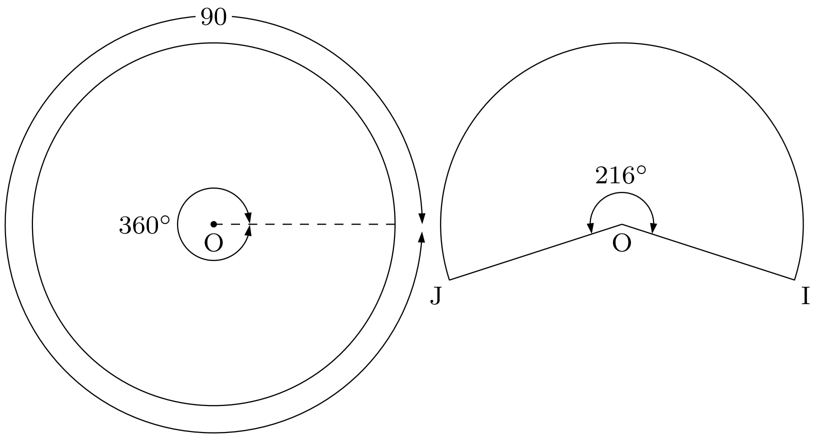
ぎ型 GOH の中心角はおうぎ型 AOB の中心角の $\frac{1}{8}$ 倍です。(暗算で計算しちゃったんですけど大丈夫でしたか？) 暗算でなんて無理という人は、とりあえず分数を使って、$\frac{45}{360}$ 倍って考えればよいですよね。(大丈夫ですよねぇ。) そして、心を落ち着けて $\frac{45}{360}$ を約分するとよいですよね。では $\frac{45}{360}$ を約分してみます。すると例えば、、

$$\frac{45}{360} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

ってできますよね。これで、おうぎ型 GOH の中心角は円 O の中心角の $\frac{1}{8}$ 倍であることがわかりました。ですから、おうぎ型 GOH の弧の長さも、円 O の周りの長さの $\frac{1}{8}$ 倍になります。

今、円 O の周りの長さは 90 ですからこれを $\frac{1}{8}$ 倍すると、おうぎ型 GOH の弧の長さは 11.25 であるということがわかりますね。

(4) 右の図を見てください。比べやすいように、円 O とおうぎ型 IOJ を並べておきました。この 2 つのおうぎ型は半径は同じなのでしたね。そうすると、中心角と弧の長さは比例しているのですよね。



おうぎ型 IOJ の中心角は 216° で円 O の中心角は 360° です。ところで 216 って 360 の何倍なのでしょうか。こんなことを悩んでしまったときは、とりあえず分数を使って、$\frac{216}{360}$ 倍って考えればよいですよね。(大丈夫ですよねぇ。) そして、心を落ち着けて $\frac{216}{360}$ を約分するとよいですよね。では $\frac{216}{360}$ を約分してみます。すると例えば、、

$$\frac{216}{360} = \frac{108}{180} = \frac{54}{90} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

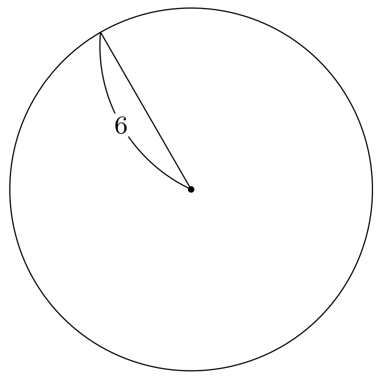
ってできますよね。ということは、おうぎ型 IOJ の中心角は円 O の中心角の $\dfrac{3}{5}$ 倍です。ですから、おうぎ型 IOJ の弧の長さも、円 O の周りの長さの $\dfrac{3}{5}$ 倍になります。

今、円 O の周りの長さは 90 ですからこれを $\dfrac{3}{5}$ 倍すると、おうぎ型 IOJ の弧の長さは 54 であるということがわかりますね。

本文へ戻る

問 60.

(1) この例題のおうぎ型の半径は 6 ですから、半径が 6 の円を描けばよいのですね。すると右のようになります。



では、今描いた円の周りの長さを求めることにしましょう。円周率という言葉の意味を知っている人は、「円周率」と「直径」をかければ「円周の長さ」が求められるってすぐにわかりますよね。この円の半径は 6 ですから直径は 12 ですね。ということは、円周の長さは 12π ですよね。

(2) おうぎ型の中心角は 120° で、円の中心角は 360° ですね。ということは、おうぎ型の中心角は円の中心角の $\dfrac{1}{3}$ ですよね。(暗算で計算しちゃったんですが、大丈夫でしたか？暗算だと困るって人はとりあえず $\dfrac{120}{360}$ って考えから約分すればいいんですよ。わかりますよね。)

(3) さっき、おうぎ型の中心角は円の中心角の $\dfrac{1}{3}$ であることがわかりました。ということは、おうぎ型の弧の長さも円周の $\dfrac{1}{3}$ ですよね。円周の長さは (1) で 12π と求められています。ですから、おうぎ型の弧の長さは、

$$12\pi \times \frac{1}{3} = 4\pi$$

ですね。

本文へ戻る

問 61. それぞれの問題のおうぎ型を半径が同じ円と比べて考えます。中心角と弧の長さは比例していることに注意しましょう。

(1) 「半径が 5、中心角が 60° のおうぎ型」を「半径が 5 の円」と比べると、中心角の大きさは $\dfrac{1}{6}$ です。

ということは弧の長さも $\dfrac{1}{6}$ です。

ところで、「半径が 5 の円」の円の周りの長さは 10π です。

よって、「半径が 5、中心角が 60° のおうぎ型」の弧の長さは

$$10\pi \times \frac{1}{6} = \frac{5}{3}\pi$$

ということになります。

(2) 「半径が 7、中心角が 45° のおうぎ型」を「半径が 7 の円」と比べると、中心角の大きさは $\dfrac{1}{8}$ です。

ということは弧の長さも $\dfrac{1}{8}$ です。

ところで、「半径が 7 の円」の円の周りの長さは 14π です。

よって、「半径が 7、中心角が 45° のおうぎ型」の弧の長さは

$$14\pi \times \frac{1}{8} = \frac{7}{4}\pi$$

ということになります。

(3) 「半径が 6、中心角が 240° のおうぎ型」を「半径が 6 の円」と比べると、中心角の大きさは $\dfrac{2}{3}$ です。

ということは弧の長さも $\dfrac{2}{3}$ です。

ところで、「半径が 6 の円」の円の周りの長さは 12π です。

よって、「半径が 6、中心角が 240° のおうぎ型」の弧の長さは

$$12\pi \times \frac{2}{3} = 8\pi$$

ということになります。

(4) 「半径が 8、中心角が 108° のおうぎ型」を「半径が 8 の円」と比べると、中心角の大きさは $\frac{3}{10}$ です。($\frac{108}{360}$ を約分すればいいんですよ。)

ということは弧の長さも $\frac{3}{10}$ です。

ところで、「半径が 8 の円」の円の周りの長さは 16π です。

よって、「半径が 8、中心角が 108° のおうぎ型」の弧の長さは

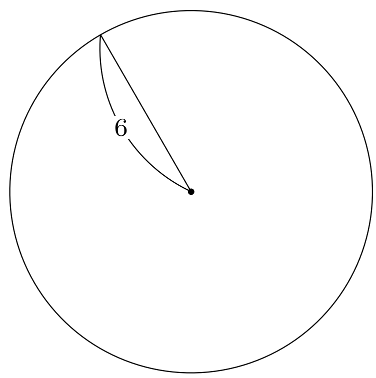
$$16\pi \times \frac{3}{10} = \frac{24}{5}\pi$$

ということになります。

本文へ戻る

問 62.

(1) この例題のおうぎ型の半径は 6 ですから、半径が 6 の円を描けばよいのですね。すると右のようになります。



では、今描いた円の面積を求めることにしましょう。前に、「円周率」かける「半径」かける「半径」を計算すれば円の面積を求めることができるということを学習しましたね。この円の半径は 8 です。ということは、円の面積は

$$\pi \times 6 \times 6 = 36\pi$$

ですよね。

(2) おうぎ型の中心角は 120° で、円の中心角は 360° ですね。ということは、おうぎ型の中心角は円の中心角の $\dfrac{1}{3}$ ですよね。(暗算で計算しちゃったんですが、大丈夫でしたか？暗算だと困るって人はとりあえず $\dfrac{120}{360}$ って考えればいいんですよ。わかりますよね。)

(3) さっき、おうぎ型の中心角は円の中心角の $\dfrac{1}{3}$ であることがわかりました。ということは、おうぎ型の面積も円の面積の $\dfrac{1}{3}$ ですよね。円の面積は (1) で 36π と求められています。ですから、おうぎ型の面積は、

$$36\pi \times \frac{1}{3} = 12\pi$$

ですね。

本文へ戻る

問 63. それぞれの問題のおうぎ型を半径が同じ円と比べて考えます。中心角と面積は比例していることに注意しましょう。

(1) 「半径が 5、中心角が 60° のおうぎ型」を「半径が 5 の円」と比べると、中心角の大きさは $\dfrac{1}{6}$ です。

ということは面積も $\dfrac{1}{6}$ です。

ところで、「半径が 5 の円」の面積は 25π です。

よって、「半径が 5、中心角が 60° のおうぎ型」の面積は

$$25\pi \times \frac{1}{6} = \frac{25}{6}\pi$$

ということになります。

(2) 「半径が 7、中心角が 45° のおうぎ型」を「半径が 7 の円」と比べると、中心角の大きさは $\dfrac{1}{8}$ です。

ということは面積も $\dfrac{1}{8}$ です。

ところで、「半径が 7 の円」の面積は 49π です。

よって、「半径が 7、中心角が 45° のおうぎ型」の面積は

$$49\pi \times \frac{1}{8} = \frac{49}{8}\pi$$

ということになります。

(3) 「半径が 6、中心角が 240° のおうぎ型」を「半径が 6 の円」と比べると、中心角の大きさは $\dfrac{2}{3}$ です。

ということは面積も $\dfrac{2}{3}$ です。

ところで、「半径が 6 の円」の面積は 36π です。

よって、「半径が 6、中心角が 240° のおうぎ型」の面積は

$$36\pi \times \frac{2}{3} = 24\pi$$

ということになります。

(4) 「半径が 8、中心角が 108° のおうぎ型」を「半径が 8 の円」と比べると、中心角の大きさは $\dfrac{3}{10}$ です。($\dfrac{108}{360}$ を約分すればいいんですよ。)

ということは面積も $\dfrac{3}{10}$ です。

ところで、「半径が 8 の円」の面積は 64π です。

よって、「半径が 8、中心角が 108° のおうぎ型」の面積は

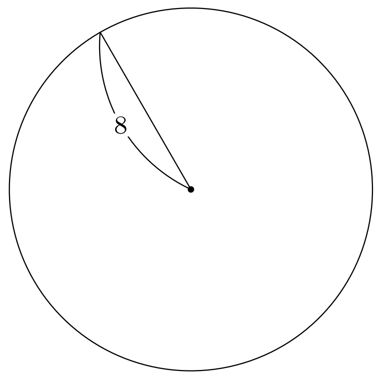
$$64\pi \times \frac{3}{10} = \frac{96}{5}\pi$$

ということになります。

本文へ戻る

問 64.

(1) この問のおうぎ型の半径は 8 ですから、半径が 8 の円を描けばよいのですね。すると右のようになります。



では、今描いた円の周りの長さを求めることにしましょう。円周率という言葉の意味を知っている人は、「円周率」と「直径」をかければ「円周の長さ」が求められるってすぐにわかりますよね。この円の半径は 8 ですから直径は 16 ですね。ということは、円周の長さは 16π ですよね。

(2) おうぎ型の弧の長さは 6π で、円の周りの長さは (1) で求めたように 16π ですね。ということは、おうぎ型の弧の長さは円の周りの長さの何分のいくつなのかというと、とりあえず $\dfrac{6\pi}{16\pi}$ ですね。さらに約分していくと、

$$\frac{6\pi}{16\pi} = \frac{3}{8}$$

ですよね。

(3) さっき、おうぎ型の周りの長さは円の周りの長さの $\dfrac{3}{8}$ であることがわかりました。ということは、おうぎ型の中心角も円の中心角 (つまり 360°) の $\dfrac{3}{8}$ ですよね。ですから、おうぎ型の中心角は、

$$360^\circ \times \frac{3}{8} = 135^\circ$$

ですね。

本文へ戻る

問 65. それぞれの問題のおうぎ型を半径が同じ円と比べて考えます。弧の長さと中心角は比例していることに注意しましょう。

(1) 「半径が 5、弧の長さが 6π のおうぎ型」を「半径が 5 の円」と比べることにします。

「半径が 5 の円」の円の周りの長さは 10π です。ということは、「おうぎ型の弧の

長さ」は「円の周りの長さ」の $\dfrac{6\pi}{10\pi}$ であることがわかります。約分して簡単にすると $\dfrac{3}{5}$ となります。

ということは中心角も $\dfrac{3}{5}$ です。

よって、「おうぎ型の中心角」は

$$360 \times \frac{3}{5} = 108^\circ$$

ということになります。

(2) 「半径が 8、弧の長さが 10π のおうぎ型」を「半径が 8 の円」と比べることにします。

「半径が 8 の円」の円の周りの長さは 16π です。ということは、「おうぎ型の弧の長さ」は「円の周りの長さ」の $\dfrac{10\pi}{16\pi}$ であることがわかります。約分して簡単にすると $\dfrac{5}{8}$ となります。

ということは中心角も $\dfrac{5}{8}$ です。

よって、「おうぎ型の中心角」は

$$360 \times \frac{5}{8} = 225^\circ$$

ということになります。

(3) 「半径が 6、弧の長さが 4π のおうぎ型」を「半径が 6 の円」と比べることにします。

「半径が 6 の円」の円の周りの長さは 12π です。ということは、「おうぎ型の弧の長さ」は「円の周りの長さ」の $\dfrac{4\pi}{12\pi}$ であることがわかります。約分して簡単にすると $\dfrac{1}{3}$ となります。

ということは中心角も $\dfrac{1}{3}$ です。

よって、「おうぎ型の中心角」は

$$360 \times \frac{1}{3} = 120^\circ$$

ということになります。

(4) 「半径が 9、弧の長さが 5π のおうぎ型」を「半径が 9 の円」と比べることにします。

「半径が 9 の円」の円の周りの長さは 18π です。ということは、「おうぎ型の弧の長さ」は「円の周りの長さ」の $\dfrac{5\pi}{18\pi}$ であることがわかります。約分して簡単にすると $\dfrac{5}{18}$ となります。

ということは中心角も $\dfrac{5}{18}$ です。

よって、「おうぎ型の中心角」は

$$360 \times \frac{5}{18} = 100^\circ$$

ということになります。

本文へ戻る